Pré-Calcul 30S
Devoir Unités :

Les Fonctions Quadratiques,

Les Équations Quadratiques,

Enseignante : Mme. Layton

Nom de l'élève

____

Table des Matières

Les Fonctions Quadratiques

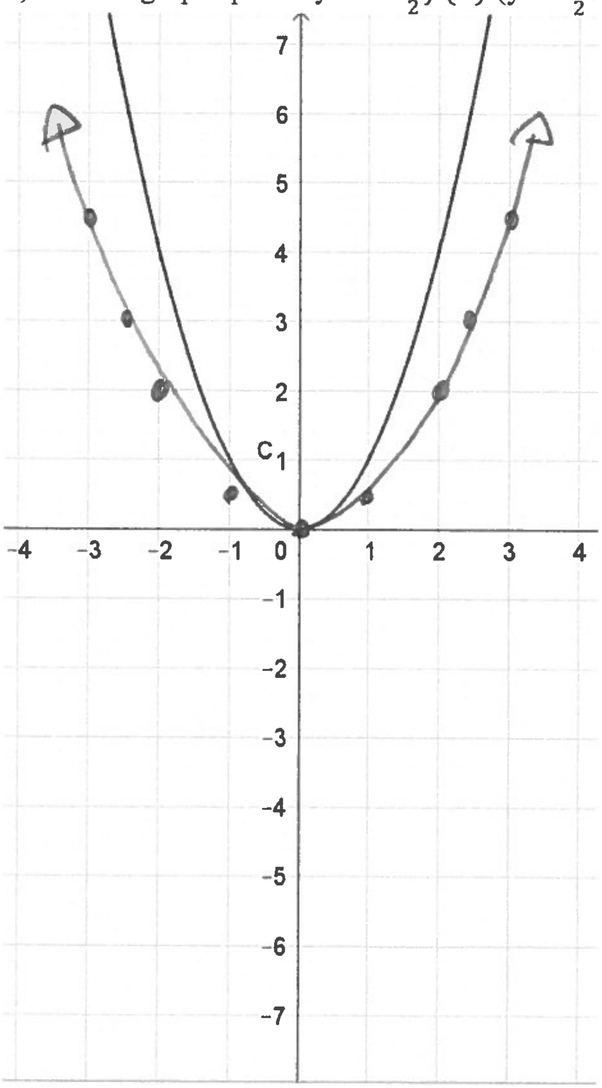
Devoir Leçon 1 : Les fcts quadratiques de la forme canonique

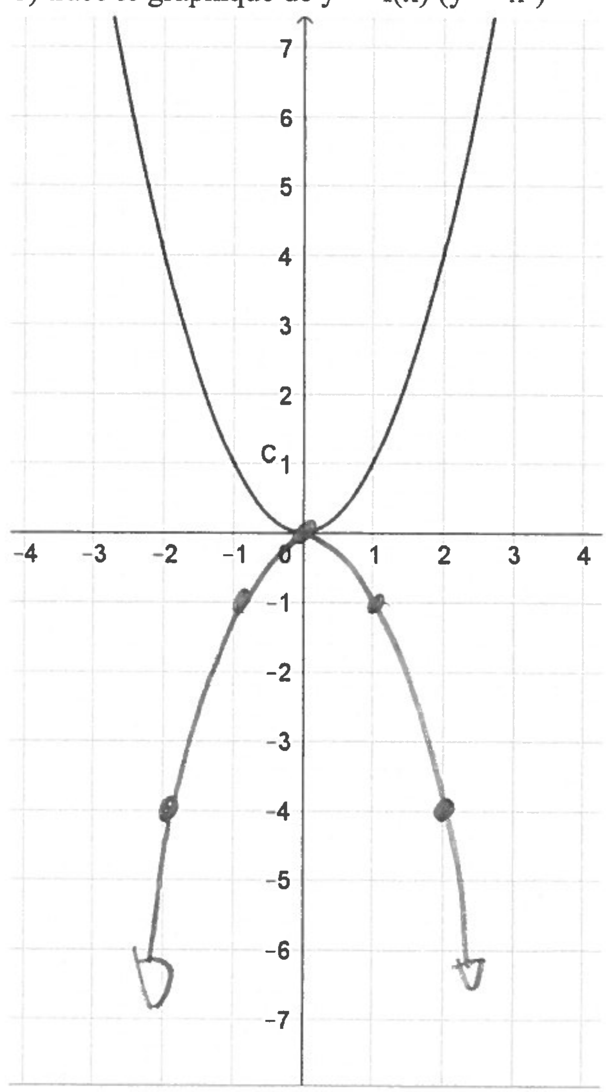
1. Décris la transformation qui arrive à partir du graphique de $f(x) = x^2$. Indique la direction de l'ouverture, si la parabole possède un maximum ou un minimum et l'image de la fonction

	a) $f(x) = 7x^2$	b) $f(x) = \frac{1}{6}x^2$	c) $f(x) = -2x^2$	d) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$
Transformation	Étirement vertical par un facteur de 7.	Étirement vertical par un facteur de 1/6	Étirement vertical par un facteur de 2, Réflexion par rapport à l'axe des x,	Étirement vertical par un facteur de 1/3, Réflexion par rapport à l'axe des x
Ouverture	vers le haut	vers le haut	vers le bas	vers le bas
Minimum ou Maximum	min. y = 0	min. y = 0	max. y = 0	max. y = 0
Image	[0, ∞[	[0, ∞[	]-∞, 0]	]-∞, 0]

2. Étant donnée les graphiques de f(x) ci-dessous ($f(x) = x^2$),

a) trace le graphique de y = = $\frac{1}{2}f(x)$ ($y = \frac{1}{2}x^2$) b) trace le graphique de y = -f(x) ($y = -x^2$)





c) Identifie les transformations qui sont arrivées à la fonction de base.

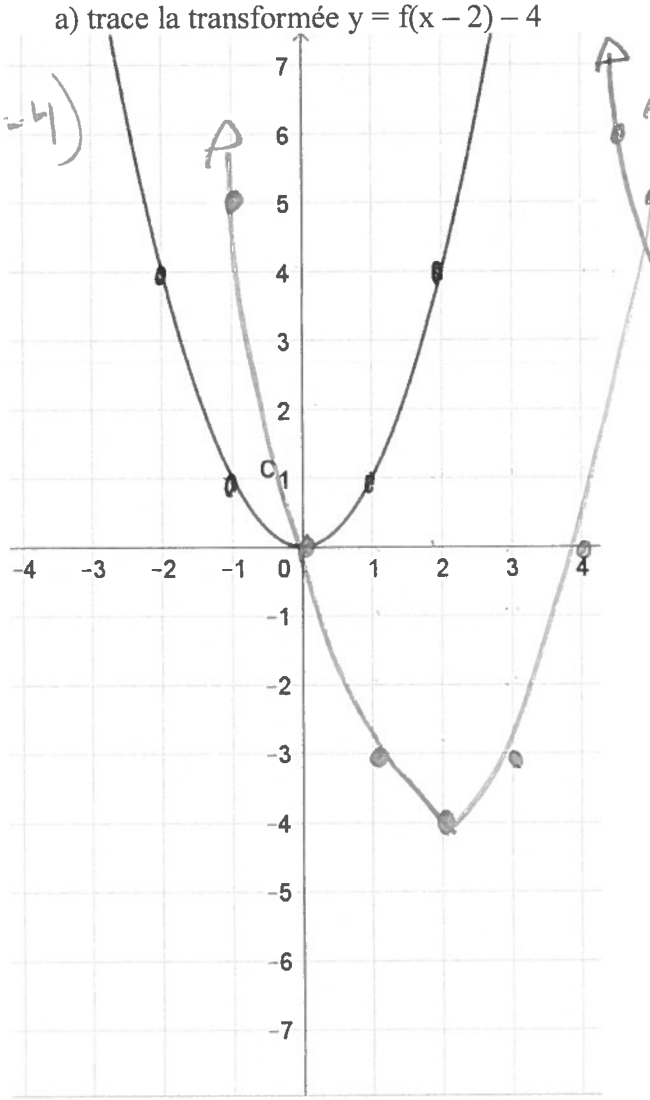
3. Décris la transformation qui arrive à partir du graphique de $f(x) = x^2$. Détermine le sommet, l'équation de l'axe de symétrie, le domaine et l'image, ainsi que l'ordonnée à l'origine.

	a) $y = x^2 + 1$	b) $y = (x - 2)^2$	c) $y = x^2 - 4$	d) $y = (x + 3)^2$
Transformation	Translation, vertical vers le haut par 1 unité.	Translation horizontal vers la droite par 2 unités.	Translation vertical vers le bas par 4 unités,	Translation horizontal vers la gauche par 3 unités.
Sommet	$(0,1)$	$(2,0)$	$(0,-4)$	$(-3,0)$
L'équation de l'axe de symétrie	$x=0$	$x=2$	$x=0$	$x=-3$
Domaine	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
Image	$\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$	$\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$	$[-4, \infty[$	$[0, \infty[$
L'ordonnée à l'origine	$y=1$	$y=4$	$y=-4$	$y=9$

4. Étant donné les graphiques de f(x) ci-dessous. ($f(x) = x^2$),

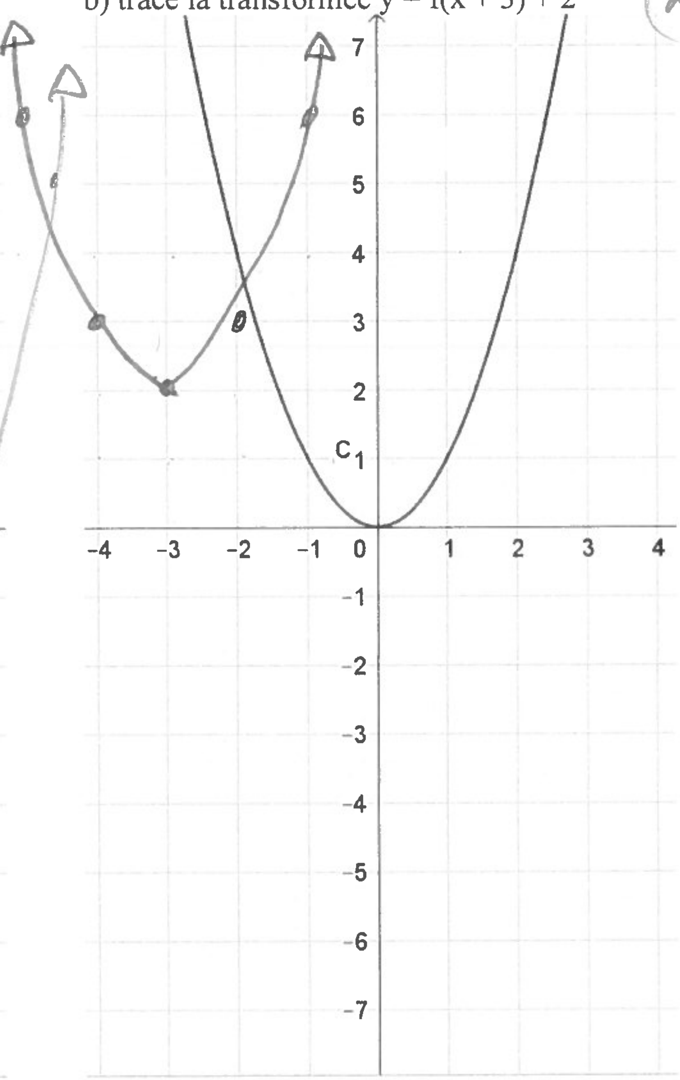
a) trace la transformée $y = f(x - 2) - 4$

$(x+2, y-4)$



b) trace la transformée $y = f(x + 3) + 2$

$(x-3, y+2)$



c) Identifie les transformations qui sont arrivées.

5. Décris la marche à suivre pour tracer le graphique de chaque fonction à l'aide de transformations :

a) $f(x) = -(x + 5)^2 + 11$ Réflexion par rapport à l'axe des 'x'. Translation horizont vers la gauche par 5 unités et translation vertical vers le haut par 11 unités.

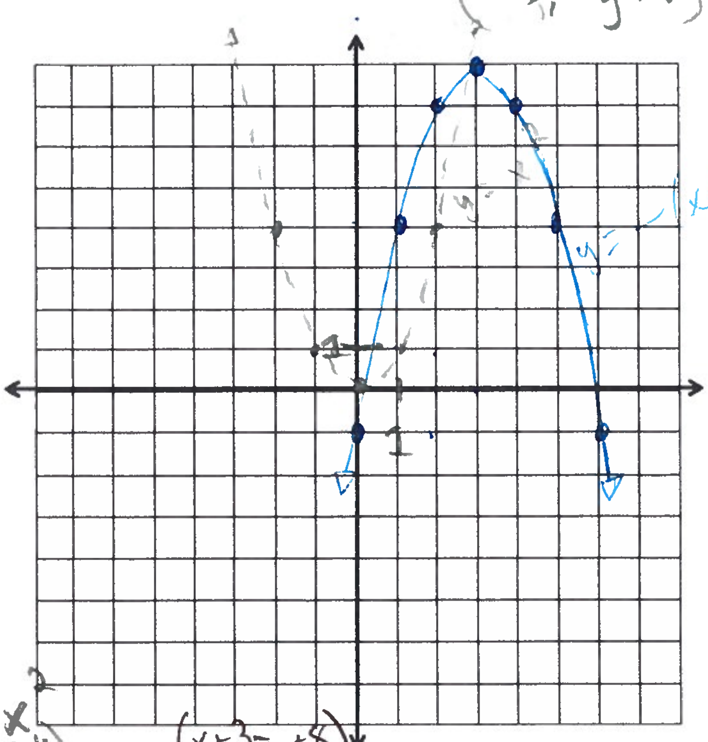
b) $f(x) = -3x^2 - 10$ Réflexion par rapport à l'axe des 'x'. Étirement vertical par un facteur de 3. Translation vertical vers le bas par 10 unités.

c) $f(x) = 5(x + 20)^2 - 21$ Étirement vertical par un facteur de 5. Translation horizontal vers la gauche par 20 unités. Translation vertical vers le bas par 21 unités.

d) $f(x) = -\frac{1}{8}(x - 5{,}6)^2 + 13{,}8$ Réflexion par rapport à l'axe des 'x'. Étirement vertical par un facteur de 1/8. Translation horizontal vers la droite par 5,6 unit Translation vertical vers le haut par 13,8 unités.

6. Trace le graphique de chaque fonction.

a) $y = -(x - 3)^2 + 8$ $(x+3, -y+8)$



$(x, y) \to (x+3, -y+8)$

$(-3, 9) \to (0, -1)$

$(-2, 4) \to (1, 4)$

$(-1, 1) \to (2, 7)$

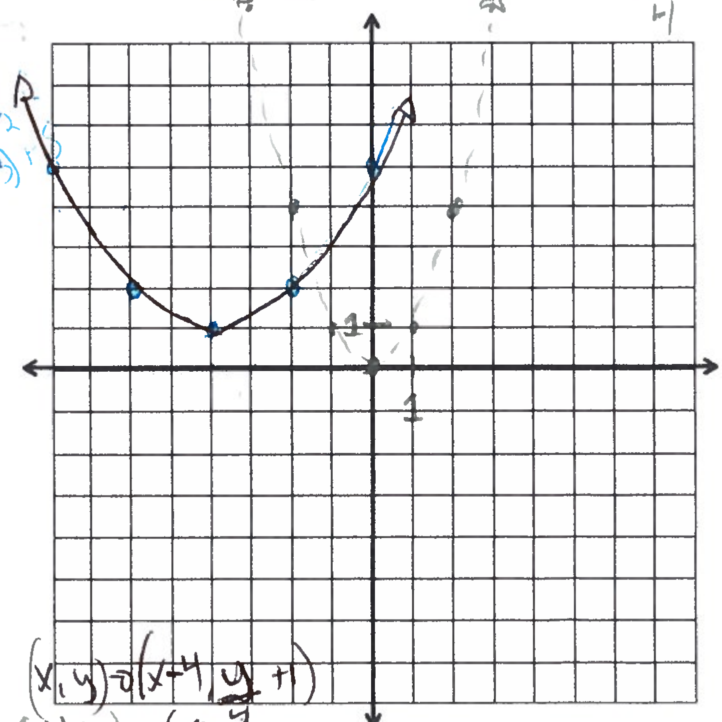
$(0, 0) \to (3, 8)$

$(1, 1) \to (4, 7)$

$(2, 4) \to (5, 4)$

$(3, 9) \to (6, -1)$

b) $y = \frac{1}{4}(x + 4)^2 + 1$ $(x-4, \frac{y}{4}+1)$



$(x, y) \to (x-4, \frac{y}{4}+1)$

$(-4, 16) \to (-8, 5)$

$(-3, 9)$

$(-2, 4) \to (-6, 2)$

$(-1, 1)$

$(0, 0) \to (-4, 1)$

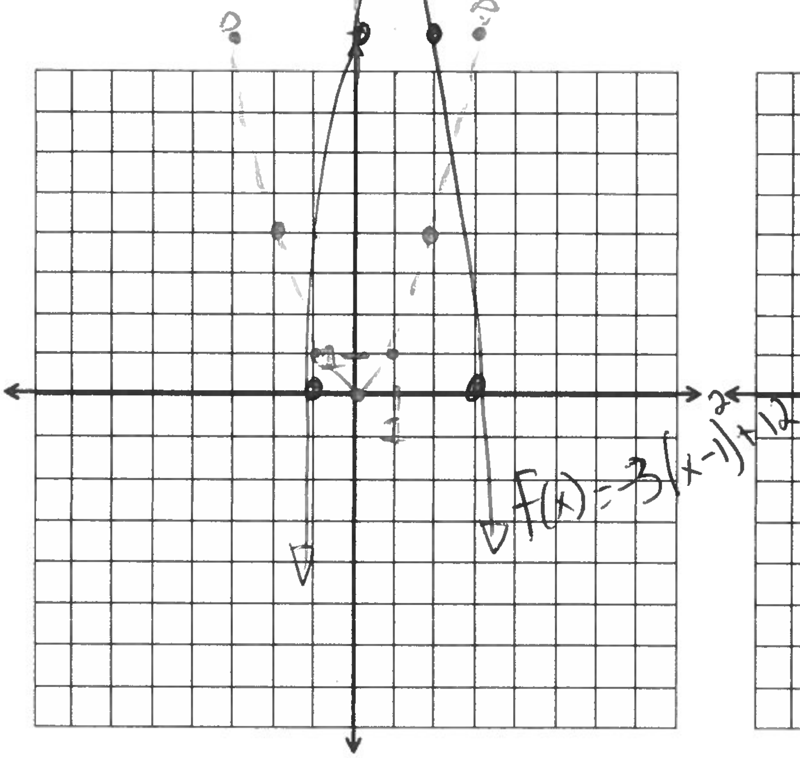
$(1, 1)$

$(2, 4) \to (-2, 2)$

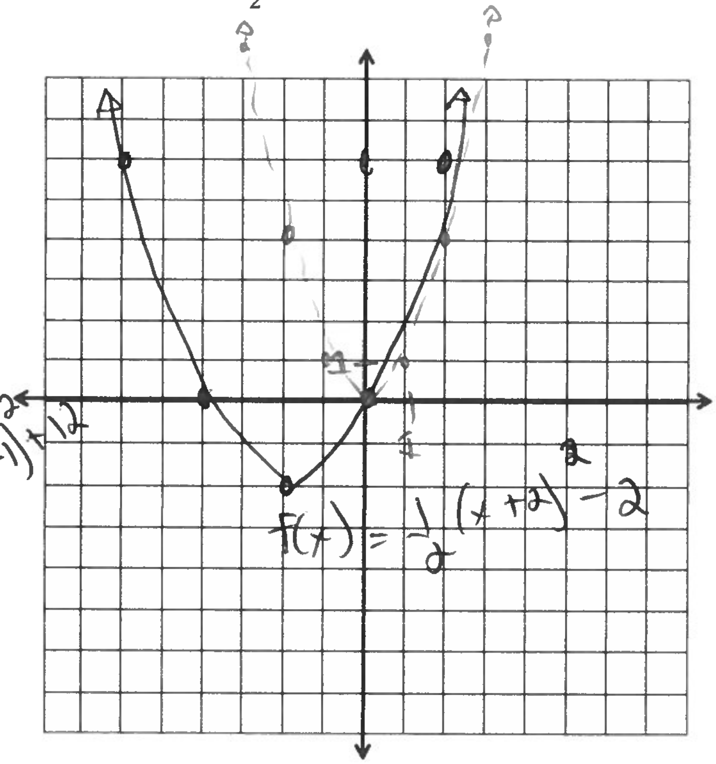
$(3, 9)$

$(4, 16) \to (0, 5)$

c) f(x) = -3(x – 1)² + 12



d) $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2$



7. Détermine une fonction quadratique sous la forme canonique qui a les caractéristiques suivantes :

a) sommet à (0, -6), passe par le point (3, 21)

$y = a(x-h)^2 + k$

$21 = a(0-3)^2 - 6$
$+6 \qquad +6$

$27 = a(9)$
$\frac{27}{9} = \frac{a(9)}{9}$

$3 = a$

$y = 3(x-3)^2 + 21$

b) sommet (2, 5) passe par le point (4, -11)

$5 = a(2-4)^2 - 11$
$+11 \qquad +11$

$\frac{16}{4} = \frac{a(4)}{4}$

$4 = a$

$y = 4(x-4)^2 - 11$

b) Sommet à (-3, -10), passe par le point (2, -5).

$-10 = a(-3-2)^2 - 5$
$+5 \qquad +5$

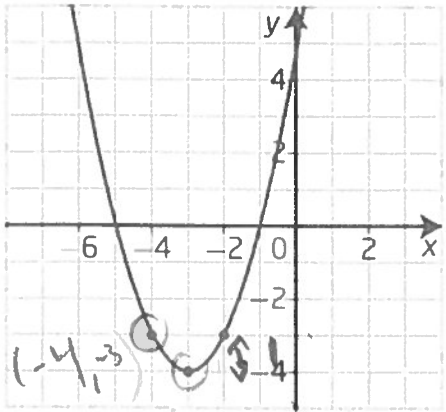
$\frac{-5}{25} = \frac{a(25)}{25}$

$a = -1/5$

$y = -\frac{1}{5}(x-2)^2 - 5$

8. Détermine l'équation de la fonction quadratique de la forme canonique représentée par chaque parabole.

a)



$-3 = a(-4+3)^2 - 4$

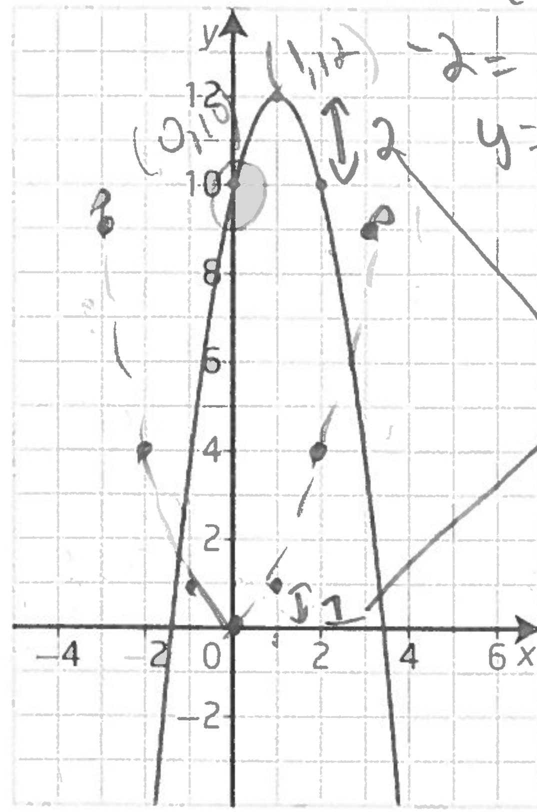
$+4 \qquad\qquad +4$

$1 = a(1)$

$a = 1$

$y = (x+3)^2 - 4$

b)



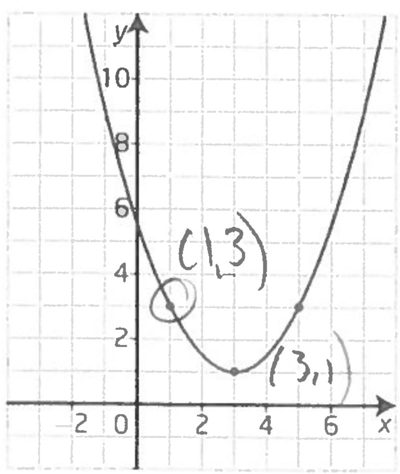
$10 = a(0-1)^2 + 12$

$-2 = a$

$y = -2(x-1)^2 + 12$

y · 2 telle
alors
$a = -2$

c)



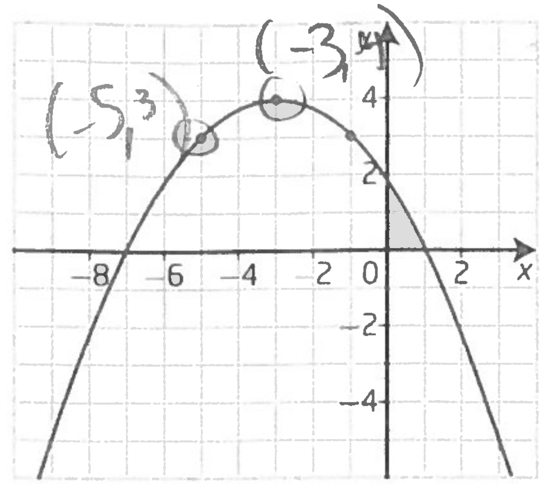
$3 = a(1-3)^2 + 1$

$\frac{2}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$

$a = 1/2$

d)



$3 = a(-5+3)^2 + 4$

$-4 \qquad\qquad -4$

$\frac{-1}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$

$y = -\frac{1}{4}(x+3)^2 + 4$

$a = -1/4$

9. Le point (4, 16) est un point du graphique de $f(x) = x^2$. Détermine le point image (coordonnée) des graphiques qui subit les transformations suivantes.

$a = 2$ $h = -4$

a) Un étirement vertical par un facteur de 2, une translation vers la gauche par 4 unités et une translation vers le bas par 10 unités.

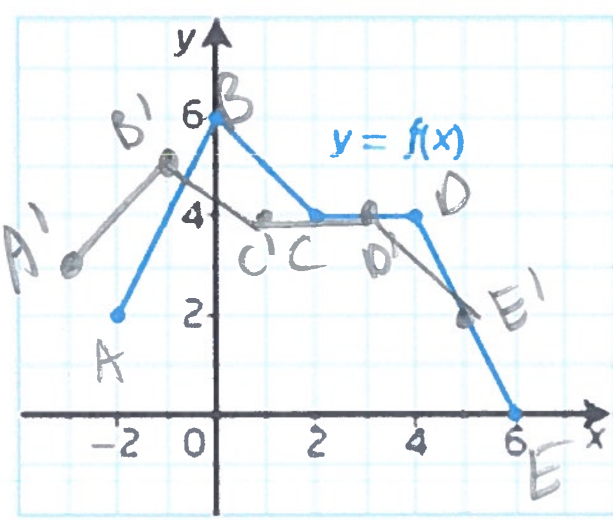
$(0, 22)$ $k = -10$ $y = 2(x+4)^2 - 10$

$a = -\frac{1}{2}$

b) Une réflexion par rapport à l'axe des x, un étirement vertical par un facteur de ½, une translation vers la droite par 3 unités et une translation de 5 unités vers le haut.

$(7, -3)$ $h = 3$ $k = 5$ $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5$

10. Étant donnée le graphique de y = f(x) ci-dessous. Trace le graphique de $y = \frac{1}{2}f(x+1) + 2$



Règle de correspondance :

$(x, y) \rightarrow \left(x-1, \frac{y}{2}+2\right)$

Points Images :

A (-2, 2) → A'(−3, 3)

B (0, 6) → B' (−1, 5)

C (2, 4) → C' (1, 4)

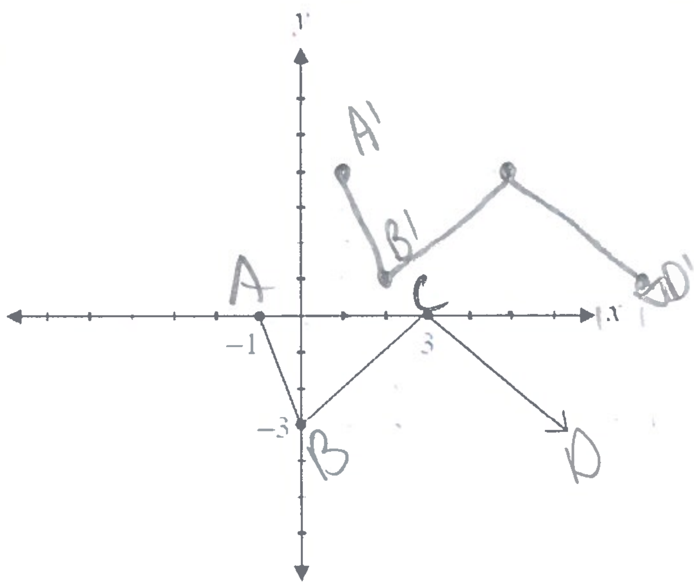
D (4, 4) → D' (3, 4)

E (6, 0) → E' (5, 2)

11. Étant donné le graphique de f(x), trace le graphique de g(x) = f(x – 2) + 4

$(x+2, y+4)$

f(x)

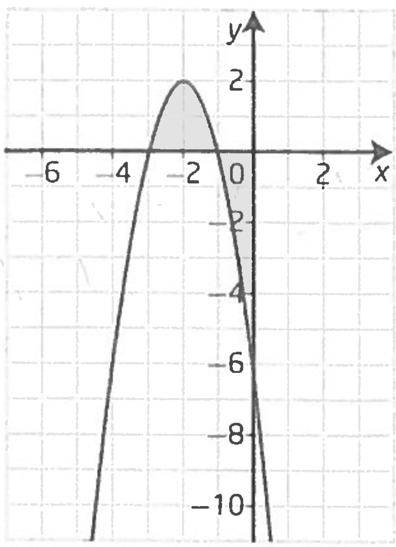


Devoir Leçon 2 : Les Fonctions Quadratique sous la forme générale

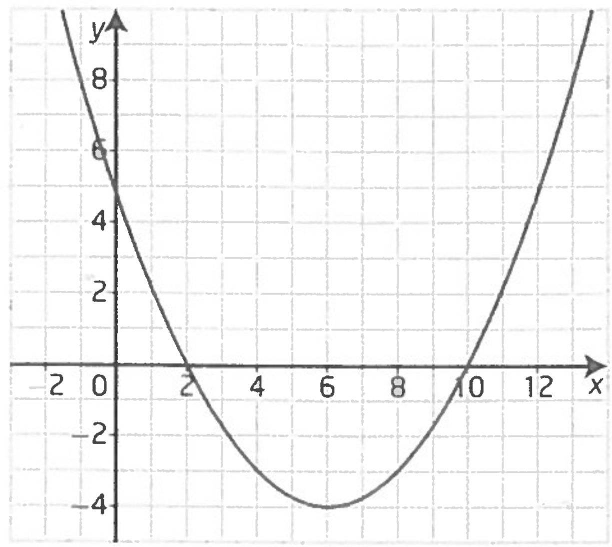
1. Pour chaque graphique, indique :
- La direction de l'ouverture,
- Les coordonnées du sommet,
- L'équation de l'axe de symétrie,
- Le nombre d'abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine,
- Le maximum ou le minimum, ainsi que son lien avec la direction de l'ouverture,
- Le domaine et l'image

vers le

a)



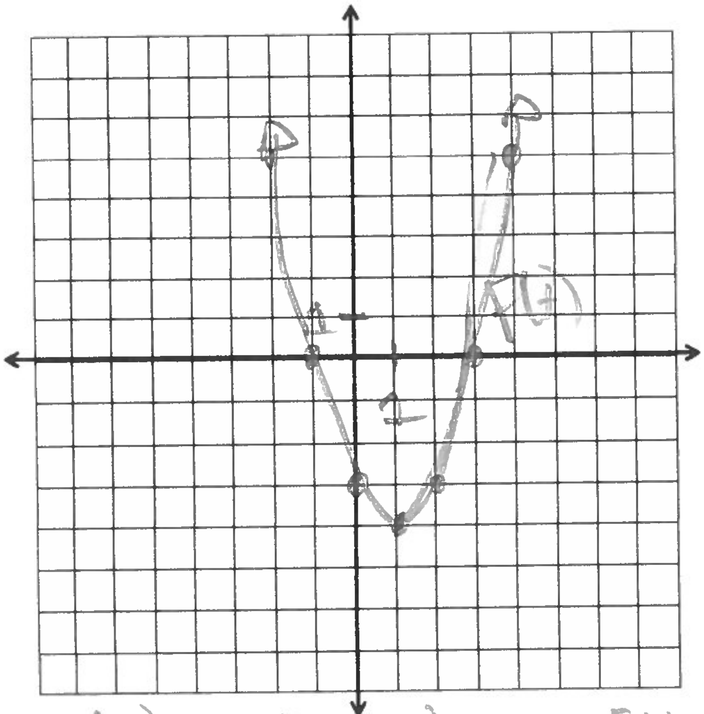
b)



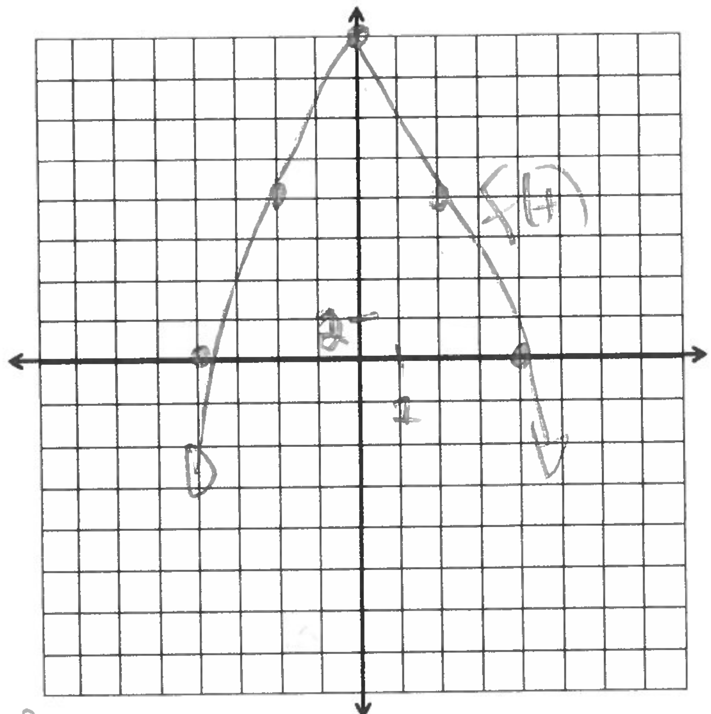
	a)	b)
La direction de l'ouverture	vers le bas	vers le haut
Le domaine	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
L'image	$y \in \mathbb{R} \mid y \leq 2$	$y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4$
L'équation de l'axe de symétrie	$x = -2$	$x = 6$
Le maximum ou le minimum	max $y = 2$	min. $y = -4$
Le sommet	$(-2, 2)$	$(6, -4)$
Ordonnée à l'origine	$y = -6$	$y = 5$
Combien d'abscisses à l'origine	2	2

2. Trace les graphiques des fonctions quadratiques générales suivantes et indique le sommet sur le graphique.

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$



b) $f(x) = -x^2 + 16$



$x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$ $f(1) = 1^2 - 2(1) - 3$ $f(3) = 3^2 - 2(3) - 3$

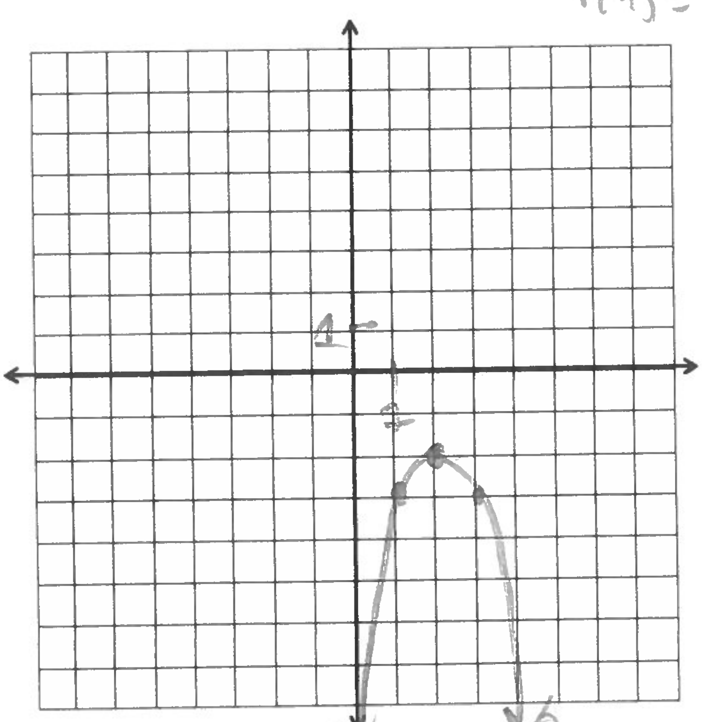
$f(1) = -4$ $f(3) = 0$

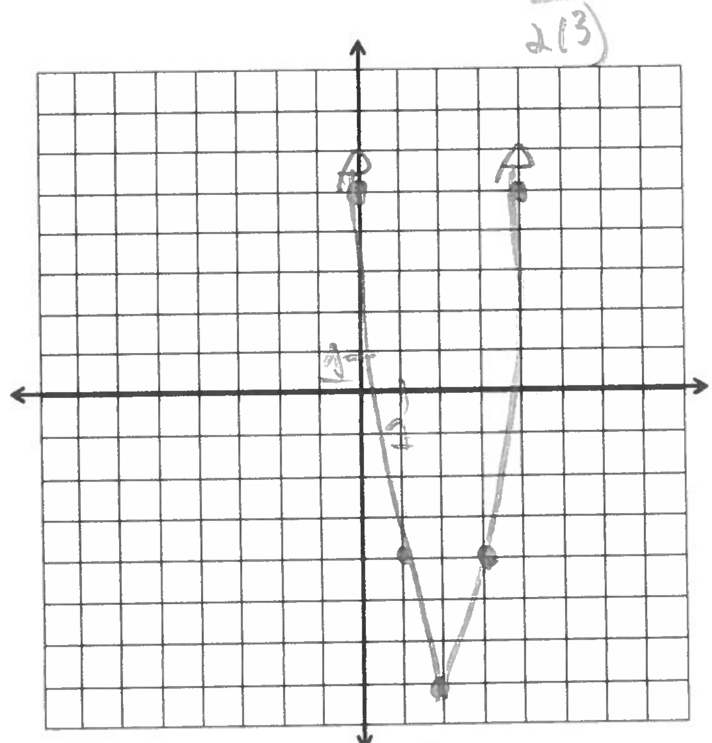
$f(4) = 4^2 - 2(4) - 3$

$f(4) = 5$

c) $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$

d) $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ $x = \frac{-(-12)}{2(3)} = 2$





$x = \frac{-8}{2(-2)} = 2$ $f(2) = -2(2)^2 + 8(2) - 10 = -2$

$f(1) = -2(1)^2 + 8(1) - 10 = -4$

$f(2) = 3(2)^2 - 12(2) + 5 = -7$

$f(1) = 3(1)^2 - 12(1) + 5 = -4$

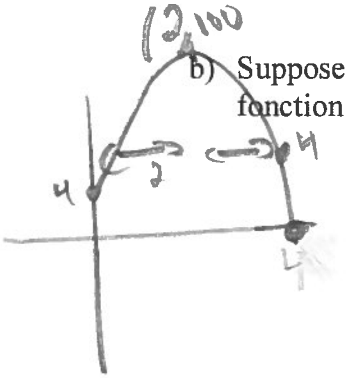
vers le bas max.

$x = \frac{-64}{2(-16)} = 2$ $f(2) = -16(2)^2 + 64(2) + 4 = 68$ $S(2, 68)$

3. Soit la fonction $f(x) = -16x^2 + 64x + 4$.

a) Détermine le domaine et l'image de la fonction.

Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$ ou $]-\infty, \infty[$ Image : $]-\infty, 68]$ ou $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 68\}$



b) Suppose que la fonction représente la hauteur, en mètres, d'un ballon de football qu'on botte en fonction du temps écoulé en secondes. Quels sont le domaine et l'image dans ce contexte ?

Domaine: $[0 ; 4,1]$ Image $[0, 68]$

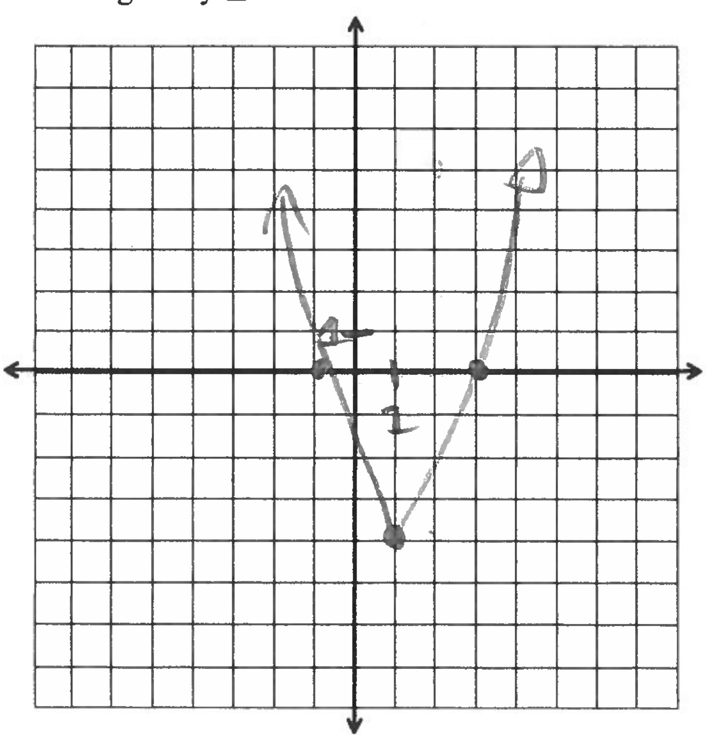
c) Explique pourquoi le domaine et l'image sont différents en a) et en b).

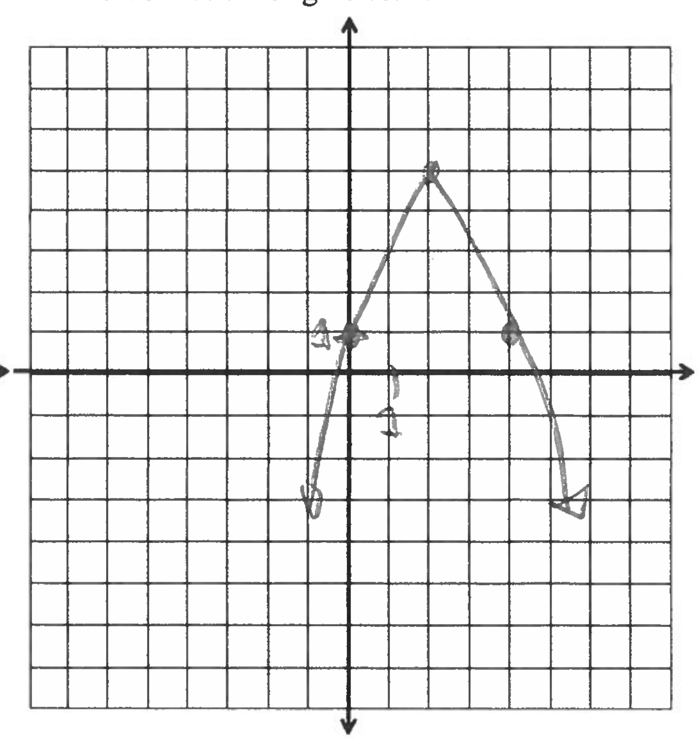
Tu ne peux pas avoir des temps et hauteur négative. Quand la balle frappe la terre la hauteur reste à 0 m et le temps arrête de s'écouler.

4. Trace le graphique d'une fonction quadratique ayant les caractéristiques données. Indique les coordonnées de trois points du graphique.

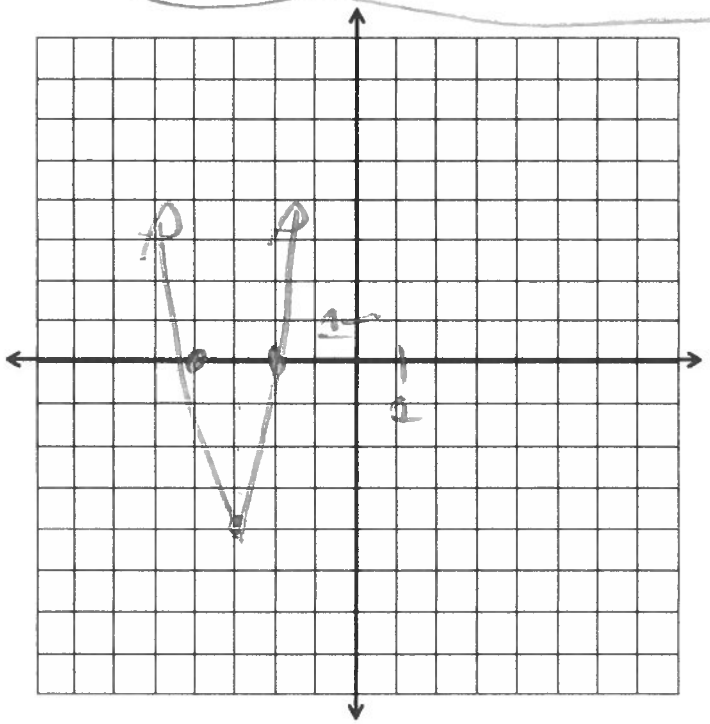
a) Les abscisses à l'origine sont -1 et 3 et l'image est $y \geq -4$

b) Le sommet se trouve au point (2, 5) et l'ordonnée à l'origine est 1.

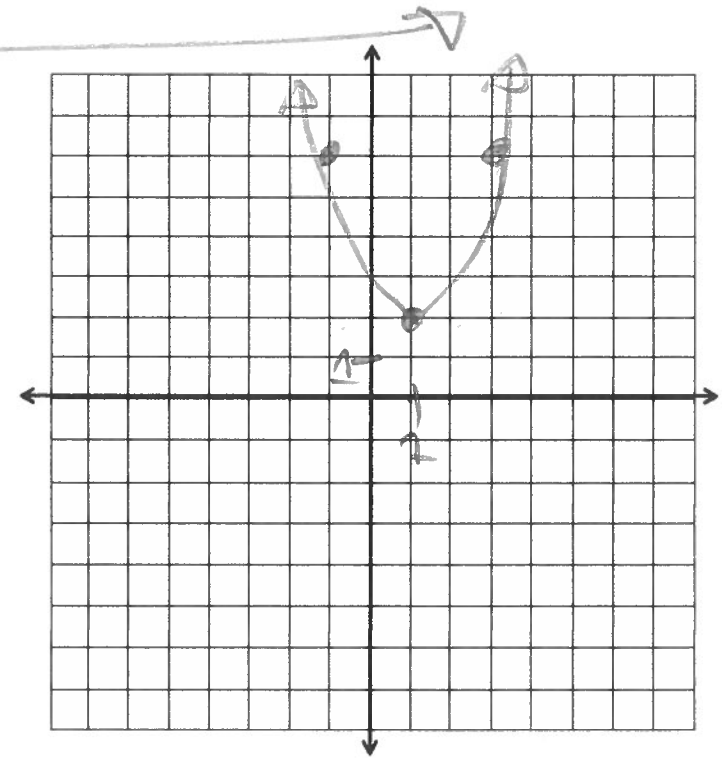




c) Une des abscisses à l'origine est -4 et le sommet se trouve au point (-3, -4).



d) L'axe de symétrie est x = 1, le minimum est 2, et le graphique passe par le point (-1, 6)



Devoir Leçon 3 : Complète le carré d'une fct quadratique sous forme générale

1. Détermine la valeur de « c » qui formera un trinôme carré parfait.

a) $x^2 + 6x + c$

$c = \left(\frac{6}{2}\right)^2$

$c = 9$

b) $x^2 - 4x + c$

$c = \left(\frac{-4}{2}\right)^2$

$c = 4$

c) $x^2 + 14x + c$

$c = \left(\frac{14}{2}\right)^2$

$c = 49$

2. Écris chaque fonction sous sa forme canonique en complétant le carré. Détermine le sommet de la fonction à partir de ta réponse.

a) $y = x^2 - 18x - 59$

$y = (x^2 - 18x) - 59$

$y = \left(x^2 - 18x + \left(\frac{18}{2}\right)^2\right) - 59 - \left(\frac{18}{2}\right)^2$

$y = (x^2 - 18x + 81) - 59 - 81$

$y = (x - 9)^2 - 140$

$S(9, -140)$

b) $y = x^2 + 32x - 120$

$y = (x^2 + 32x) - 120$

$y = \left(x^2 + 32x + \left(\frac{32}{2}\right)^2\right) - 120 - \left(\frac{32}{2}\right)^2$

$y = (x^2 + 32x + 256) - 120 - 256$

$y = (x + 16)^2 - 376$

$S(-16, -376)$

c) $y = 6x^2 + 24x + 17$

$y = (6x^2 + 24x) + 17$

$y = 6(x^2 + 4x) + 17$

$y = 6\left(x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) + 17 - 6\left(\frac{4}{2}\right)^2$

$y = 6(x^2 + 4x + 4) + 17 - 24$

$y = 6(x + 2)^2 - 7$

$S(-2, -7)$

d) $y = -3x^2 + 42x - 96$

$y = (-3x^2 + 42x) - 96$

$y = -3(x^2 - 14x) - 96$

$y = -3\left(x^2 - 14x + \left(\frac{-14}{2}\right)^2\right) - 96 + 3\left(\frac{14}{2}\right)^2$

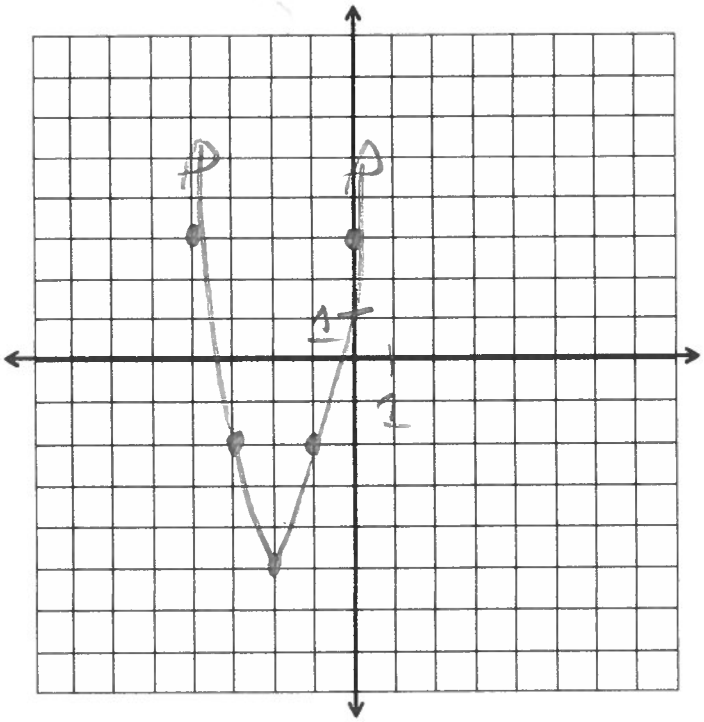
$y = -3(x^2 - 14x + 49 - 96 + 147$

$y = -3(x - 7)^2 + 51$

$S(7, 51)$

3. Trace les graphiques en complétant le carré.

a) $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$



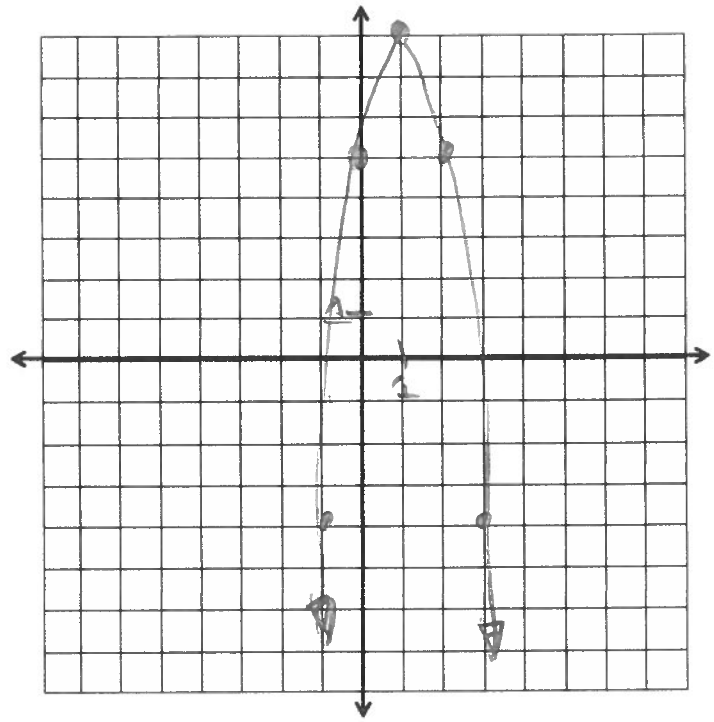
$f(x) = 2(x^2 + 4x + (\frac{4}{2})^2) + 3 - 2(\frac{4}{2})^2$

$f(x) = 2(x^2 + 4x + 4) + 3 - 8$

$f(x) = 2(x+2)^2 - 5$ $\quad f(0) = 3$

$S(-2,-5)$ $\quad f(-1) = 2(-1+2)^2 - 5 = -3$

$f(x) = -3x^2 + 6x + 5$



$f(x) = -3(x^2 - 2x + (\frac{2}{2})^2) + 5 + 3(\frac{2}{2})^2$

$f(x) = -3(x^2 - 2x + 1) + 5 + 3$

$f(x) = -3(x-1)^2 + 8$

$S(1,8)$ $\quad f(0) = 5$ $\quad f(-1) = -3(-1-1)^2 + \ldots = -4$

4. Détermine le maximum ou le minium de chaque fonction ainsi que la valeur de x à laquelle il correspond.

a) $y = 3x^2 - 12x + 1$

$y = 3(x^2 - 4x + (\frac{4}{2})^2) + 1 - 3(\frac{4}{2})^2$

$y = 3(x^2 - 4x + 4) - 11$

$y = 3(x-2)^2 - 11$ $\quad$ min. $y = -11$, $x = 2$

b) $-2x^2 + 8x - 3 = y$

$y = -2(x^2 - 4x) - 3$

$y = -2(x^2 - 4x + (\frac{-4}{2})^2) - 3 + 2(-\frac{4}{2})^2$

$y = -2(x-2)^2 + 5$ $\quad$ max. $y = 5$, $x = 2$

c) $f(x) = 3x^2 - 4{,}8x$

$x = \frac{-4{,}8}{2(3)} = -0{,}8$

$f(-0{,}8) = 3(-0{,}8)^2 - 4{,}8(-0{,}8) = 5{,}76$

min. $y = 5{,}76$, $x = -0{,}8$

d) $f(x) = -0{,}5x^2 + 10x - 3$

$x = \frac{-10}{2(0{,}5)} = 10$

$f(10) = -0{,}5(10)^2 + 10(10) - 3 = 47$

max. $y = 47$, $x = 10$

5. Explique l'erreur et corrige-le.

a) $y = x^2 + 8x + 30$

$y = (x^2 + 4x + 4) + 30$

$y = (x + 2)^2 + 30$

Le premier 4 pour b doit être un 8 ce qui changera le 2e 4 pour c a $\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$.

Il doit aussi soustraire la valeur de $\left(\frac{8}{2}\right)^2$ à l'extérieur de la parenthèse. Au lieu d'être 30, la réponse sera 14. (30-16)

b) $f(x) = 2x^2 - 9x - 55$

$-2 \cdot 20,25$

$f(x) = 2(x^2 - 4,5x + 20,25 - 20,25) - 55$

$f(x) = 2[(x^2 - 4,5x + 20,25) - 20,25] - 55$

$f(x) = 2[(x - 4,5)^2 - 20,25] - 55$

$f(x) = 2(x - 4,5)^2 - 40,5 - 55$

$f(x) = (x - 4,5)^2 - 95,5$

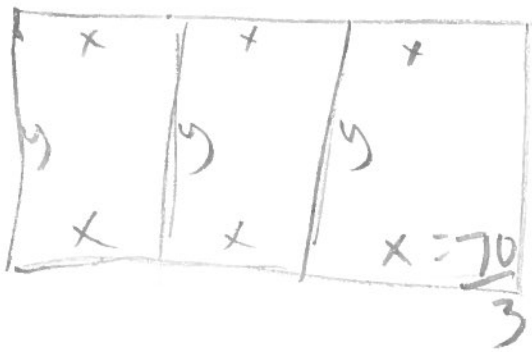
Le 20,25 devra être $\left(\frac{4,5}{2}\right)^2$ qui est égale à 5,0625, donc le 2e $-20,25$ devra être $-5,0625$ qui donnera une valeur de 65,125 au lieu de $-95,5$.

L'erreur était que le 4,5 était mit au carré au lieu de diviser par 2 ensuit au carré.

Devoir Leçon 4 : Optimisation

1. Maria vit sur une ferme. Elle veut construire un enclose pour ses animaux. L'enclos sera divisé en trois parties égales, comme dans le schéma. Maria dispose de 280 m de clôture.

a) Définis une fonction qui représente l'aire de l'enclose entier en fonction de sa largeur. Comment sais-tu que ta fonction répond aux critères d'une fonction quadratique ?



$\text{Aire} = (3x)(y)$

$\text{Périmètre} = \frac{6x + 4y = 280}{4}$

$70 = 1,5x + y$

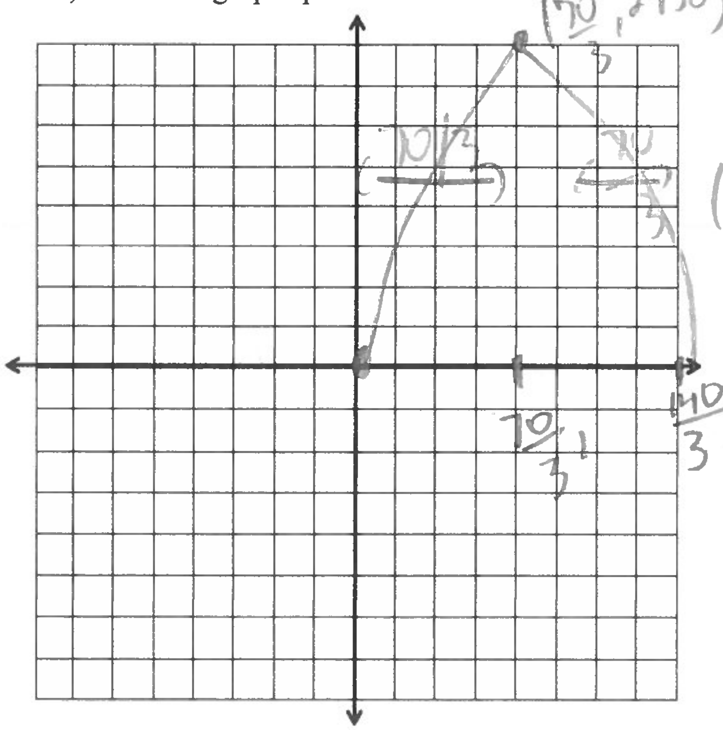
$y = 70 - 1,5x$

$A = 3x(70 - 1,5x)$

$A(x) = 210x - 4,5x^2$

max

b) Trace le graphique de la fonction.



c) Quelles sont les coordonnées du sommet ? Que représentent-elles ?

$\left(\frac{70}{3}, 2450\right)$ La valeur de l'aire max est 2450m.

d) Détermine le domaine et l'image dans ce contexte.

Domaine : $\left[0, \frac{140}{3}\right]$

Image : $[0, 2450]$

e) La fonction a-t-elle un maximum ? A-t-elle un minimum ? Explique tes réponses.

Max. Tu peux seulement avoir un enclos avec un aire maximum si tu as un certain montant de clôture.

$x = \frac{-210}{2 \cdot (-4,5)} = \frac{70}{3}$

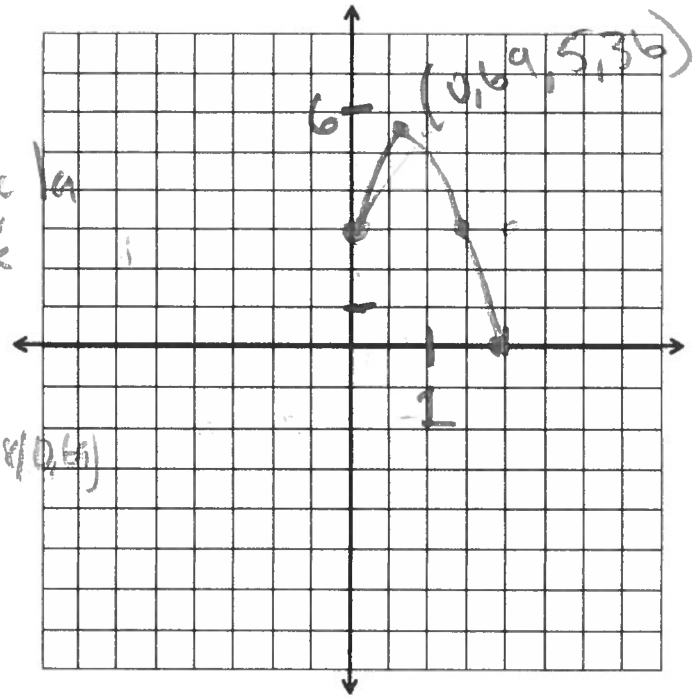
$A\left(\frac{70}{3}\right) = 210\left(\frac{70}{3}\right) - 4,5\left(\frac{70}{3}\right)^2 = \frac{44100}{9} - \frac{22050}{9} = \frac{22050}{9}$

$= 2450$

$y = 70 - 1,5\left(\frac{70}{3}\right) = \boxed{35\text{ m}}$

2. Une plongeuse s'élance d'un tremplin de 3m à une vitesse initiale de 6,8 m/s. Sa hauteur h au-dessus de l'eau, en mètres, t secondes après avoir quitté le tremplin, peut être modélisée par la fonction $h(t) = -4,9t^2 + 6,8t + 3$.

a) Trace le graphique de la fonction.



b) Que représente l'ordonnée à l'origine ?

La hauteur initiale du tremplin avec la plongeuse (La hauteur d'où la plongeuse saute de)

c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la plongeuse ?

$t = \frac{-6,8}{2(-4,9)} = 0,69$ $h(0,69) = -4,9(0,69)^2 + 6,8(0,69) + 3$

$= 5,36m$

d) Quels sont l'image appropriés dans ce contexte ?

Image : [0, 5,36]

e) À quelle hauteur se trouve la plongeuse à 0,6 s ?

$h(0,6) = -4,9(0,6)^2 + 6,8(0,6) + 3$

$= 5,316m$

La plongeuse se trouve à 5,316m à 0,6s.

3. Une balle est lancée à la verticale avec une vélocité initiale de 100 pieds la seconde. En ne tenant pas compte de la résistance de l'air, on constate que la distance d, en pieds, parcourue par la balle à partir de son point de départ en temps t secondes est obtenue par l'opération suivante : $d = -16t^2 + 100t$

Détermine la hauteur maximale atteinte par la balle et le nombre de secondes requises pour atteindre cette hauteur maximale.

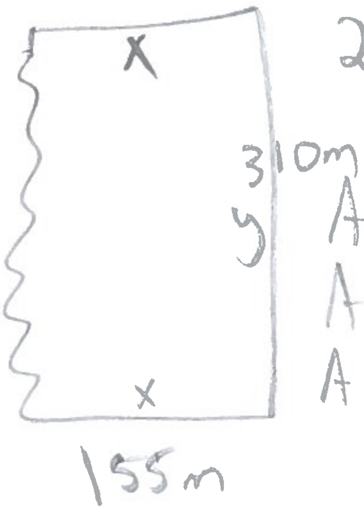
$t = \frac{-100}{2(-16)} = 3,125$ sec.

$d(3,125) = -16(3,125)^2 + 100(3,125)$

$= 156,25$ pieds

La hauteur maximale atteint est 156,25 pieds à 3,125 sec.

4. À la plage locale, le sauveteur a 620 m de bouées repères pour entourer une zone de baignade sécuritaire. Calcule les dimensions de la zone de baignade rectangulaire pour créer une zone de baignade maximum si un des côtes de la zone est la plage.



$2x+y=620$

$y=620-2x$

$A=x\cdot y$

$A=x(620-2x)$

$A=-2x^2+620x$

$x=\frac{-620}{2(-2)}=155$

$A(155)=-2(155)^2+620(155)$

$A_{\text{re max.}}=48\,050\,m^2$

$y=620-2(155)$

$y=310m$

5. Si 65 pommiers sont plantés dans un verger, le rendement moyen par arbre sera de 1500 pommes par année. Pour chaque arbre additionnel planté dans le verger, le rendement annuel par arbre diminue de 20 pommes. Combien d'arbres devrait-on planter pour produire un rendement maximum ?

rendement = 1500 pommiers/arbre avec 65 pommiers

$x \rightarrow$ le # de pommier (arbre) additionnel planté

pommes = $1500-2x$

pommiers/arbres = $65+x$

Rendement = # pommiers $\cdot$ # pommes

$R=(65+x)(1500-20x)$

$R=\underset{c}{97500}+\underset{b}{200}x\underset{a}{-20}x^2$

$x=\frac{-200}{2(-20)}=5$

$R=97500+200(5)-20(5)^2$

$R=98000$ rendement max.

Devrait planter $\boxed{5 \text{ arb}}$

6. La différence entre deux nombres est 14. Trouve les deux nombres pour que leur produit soit un minimum.

$y-x=14$ $\quad y=14+x$

$x\cdot y=P_{min.}$

$x(14+x)=P_{min.}$

$P_{min}=x^2+14x$

$x=\frac{-14}{2(1)}=-7$

$P(-7)=(-7)^2+14(-7)$

$P=-49$

$y=14+(-7)=7$

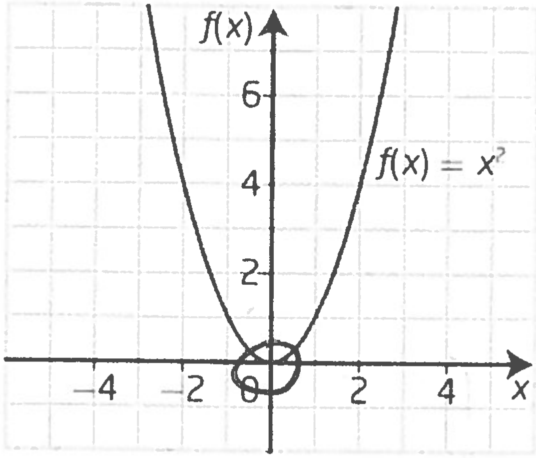
Les 2 nombres sont 7 et -7.

Les Équations Quadratiques

Devoir Leçon 1 : Résoudre les équations à l'aide d' un graphique

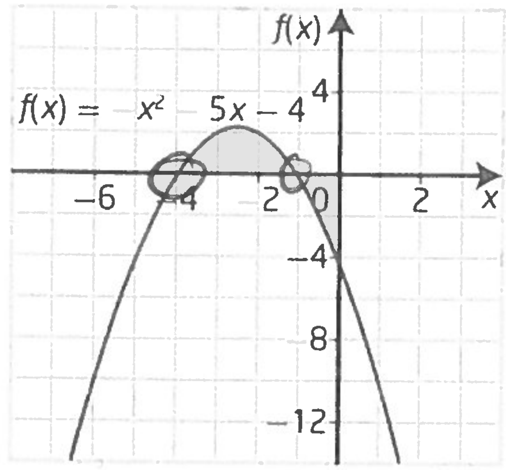
1. Détermine les abscisses à l'origine de chaque graphique.

a)



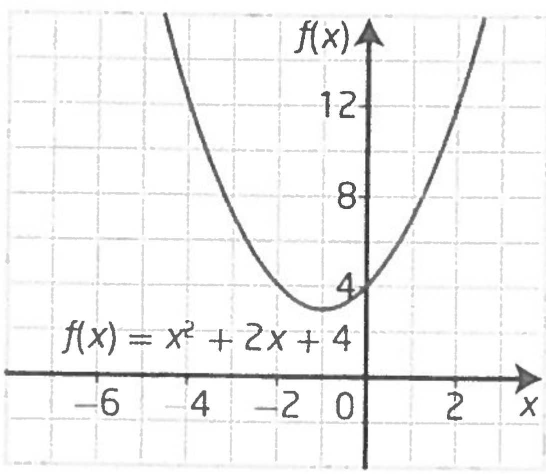
X = 0

b)



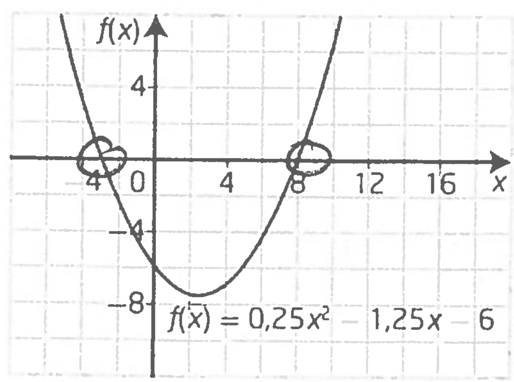
x = −4 x = −1

c)



aucun

d)

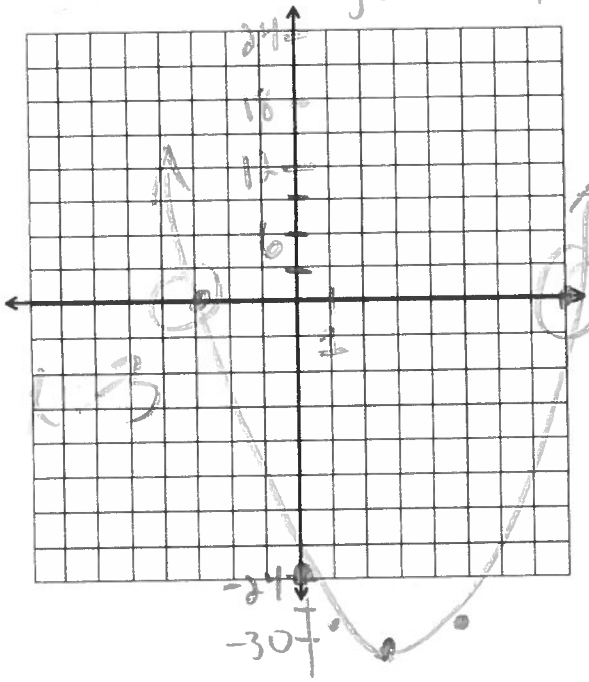


x = −3 x = 8

2. Résous chaque équation à l'aide du graphique de la fonction correspondante.

a) $y = x^2 - 5x - 24$ $(x-8)(x+3)$

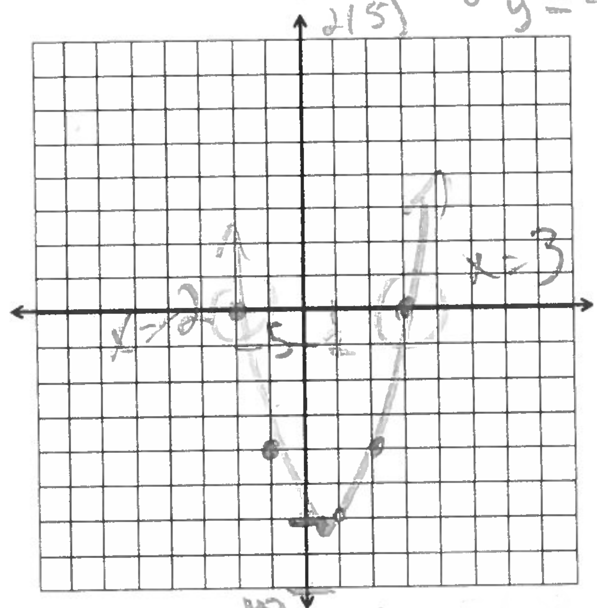
$y = 2{,}5^2 - 5(2{,}5) - 24$



b) $y = 5x^2 - 5x - 30$

$x = \frac{-(-5)}{2(5)} = \frac{1}{2}$ $y = 5(\frac{1}{2})^2 - 5(\frac{1}{2}) - 30$

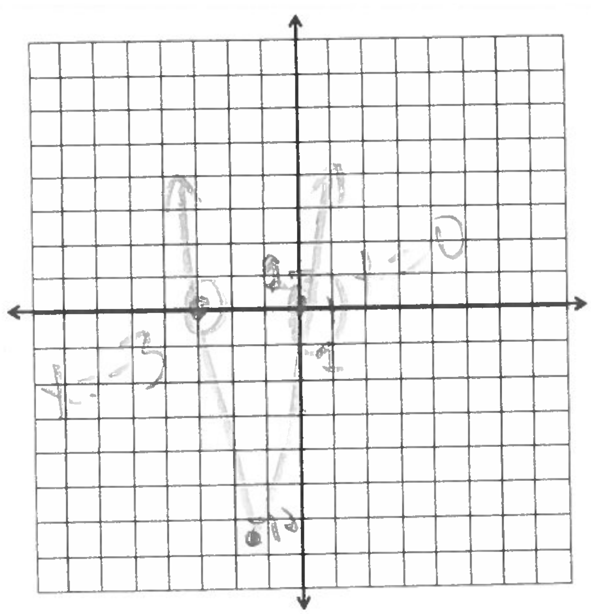
$y = -31{,}25$



$y = 5(-2)^2 - 5(-2) - 30$

0

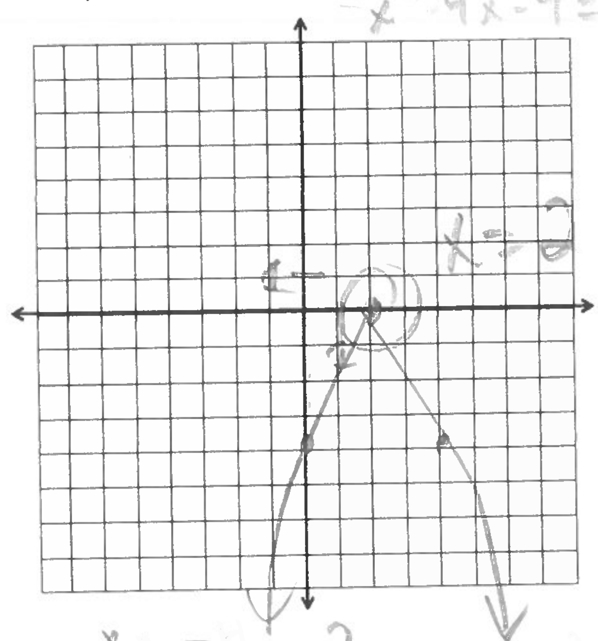
c) $0 = -2x^2 - 6x$ $0 = -2x(x+3)$



$x = \frac{-(-6)}{2(-2)} = -1{,}5$

$y = -2(-1{,}5)^2 - 6(-1{,}5) = -13{,}5$

d) $-x^2 + 4x = 4$ $-x^2 + 4x - 4 = 0$



$x = \frac{-4}{2(-1)} = 2$

$y = -(2)^2 + 4(2) - 4$

$y = 0$

3. Une compétition pyrothechnique musicale a lieu chaque année dans la baie English, à Vancouver. Les pièces pyrothechniques sont lancées à partir d'une barge et retombent dans l'eau. La trajectoire d'une fusée pyrotechnique donnée est modélisée par la fonction $h(t) = -4{,}9(t-3)^2 + 47$, où h est la hauteur de la fusée au-dessus de l'eau, en mètres, selon le temps écoulé, t, en secondes.

a) Que représente l'équation $0 = -4{,}9(t-3)^2 + 47$ dans cette situation ?

Le trajet d'une hauteur pièces pyrotechnique. hauteur = 0

b) La fusée pyrothechnique reste allumée jusqu'à ce qu'elle touche l'eau. Pendant combien de temps reste-t-elle allumée, au dixième de seconde près ?

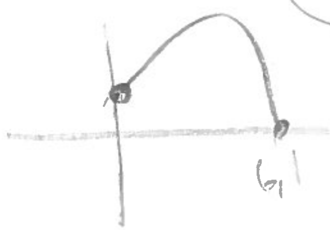
$0 = -4{,}9(t-3)^2 + 47$

$\frac{-47}{-4{,}9} = \frac{-4{,}9(t-3)^2}{-4{,}9}$

$\sqrt{\frac{47}{4{,}9}} = t-3$

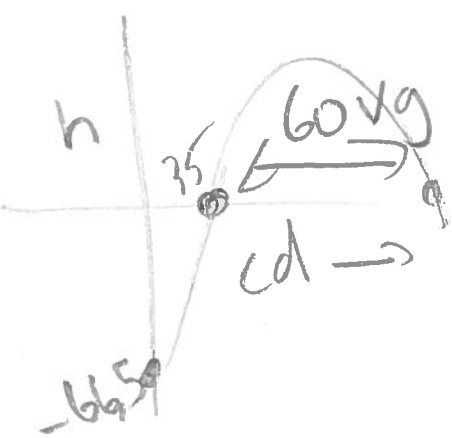
$\pm\sqrt{\frac{47}{4{,}9}} + 3 = t$

$\boxed{t = 6{,}1 \text{ sec}}$ $\quad t = \cancel{-0{,}10 \text{ sec}}$



Elle reste allumée pendant 6,1 sec.

4. Durant un match de la Ligue canadienne de football, la trajectoire du ballon lors d'un certain botté d'envoi peut être modélisée par la fonction $h(d) = -0{,}02d^2 + 2{,}6d - 66{,}5$, où h est la hauteur du ballon et d est sa distance horizontale de la ligne des buts de l'équipe qui botte le ballon. Ces deux valeurs sont exprimées en verges. Une valeur de $h(d) = 0$ représente la hauteur du ballon lorsqu'il est au sol. Quelle distance horizontale le ballon parcourt-il avant de toucher le sol ?



$\times 100$ max.

$0 = (-0{,}02d^2 + 2{,}6d - 66{,}5) \times 100$

$\frac{0 = -2d^2 + 260d - 6650}{-2}$

$0 = d^2 - 130d + 3325$

$0 = (d-35)(d-95)$

$d = 35 \quad d = 95$

Le ballon parcourt 60vg avant de toucher le sol.

4 15 8

Devoir Leçon 2 : Résoudre les équations à l'aide de la factorisation

1. Résous chaque équation écrite sous la forme d'un produit de facteurs.

a) $(x + 3)(x + 4) = 0$

$x=-3 \quad x=-4$

b) $(x - 2)(2x + 1) = 0$

$x=2 \quad x=-\frac{1}{2}$

c) $(x + 7)(x - 8) = 0$

$x=-7 \quad x=8$

d) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x-3)(2x-3)=0$

$x=3/2$

e) $0 = 25x^2 - 9$

$0=(5x-3)(5x+3)$

ou $\frac{9}{25}=\frac{25x^2}{25}$ $\quad x=\pm\sqrt{9/25}$ $\quad x=\pm\frac{5}{3}$

f) $8x^2 - 22x + 15 = 0$

$0.C = 120$ $\quad -10 \cdot -12$

$8x^2-12x-10x+15=0$

$4x(2x-3)-5(2x-3)=0$

$(4x-5)(2x-3)=0$

$x=5/4 \quad x=3/2$

2. Décompose/Factorise complètement chaque équation en facteurs et détermine les racines.

a) $y = x^2 + x - 20$

$0=(x+5)(x-4)$

$x=-5 \quad x=4$

b) $y = x^2 - 12x + 36$

$0=(x-6)(x-6)$

$x=6 \quad x=6$

c) $2x^2 + 12x = -18$

$\frac{2x^2+12x+18=0}{2 \quad 2 \quad 2}$

$x^2+6x+9=0$

$(x+3)(x+3)=0$

$x=-3$

d) $y = 3x^2 + 4x - 7$

$0=3x^2+4x-7$

$0=(3x+7)(x-1)$

$x=-\frac{7}{3} \quad x=1$

e) $8k^2 = 6k + 5$

$8k^2-6k-5=0$

$(2k+1)(4k-5)=0$

$k=-\frac{1}{2} \quad k=\frac{5}{4}$

f) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 1$

$(0)4 = \left(\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{4}x+1\right)4$

$0=x^2+5x+4$

$0=(x+4)(x+1)$

$x=-4 \quad x=-1$

g) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x-3)(2x-3)=0$

$x=3/2$

h) $0 = 25x^2 - 9$

$0=(5x-3)(5x+3)$

$x=\pm 3/5$

i) $8x^2 - 22x + 15 = 0$

$x=5/4 \quad x=3/2$

3. Résous les équations quadratiques.

a) $4q^2 - 28q = -49$

$4q^2 - 28q + 49 = 0$

$(2q - 7)(2q - 7) = 0$

$q = \frac{7}{2}$

b) $\frac{25}{49}y^2 - 9 = 0$

$\left(\frac{5}{7}y - 3\right)\left(\frac{5}{7}y + 3\right) = 0$

$y = \pm \frac{21}{5}$

$\frac{5y}{7} - 3 = 0 \quad \frac{5y}{7} = 3$

$5y = 21$

$y = \frac{21}{5}$

c) $2s^2 - 4s = 70$

$\frac{2s^2 - 4s - 70 = 0}{2}$

$s^2 - 2s - 35 = 0$

$(s - 7)(s + 5) = 0$

$s = 7 \quad s = -5$

d) $g^2 = 30 - 7g$

$g^2 + 7g - 30 = 0$

$(g + 10)(g - 3) = 0$

$g = -10 \quad g = 3$

e) $3 = 6p^2 - 7p$

$0 = 6p^2 - 7p - 3$

$0 = 6p^2 + 2p - 9p - 3$

$0 = 2p(3p + 1) - 3(3p + 1)$

$0 = (2p - 3)(3p + 1)$

$p = 3/2 \quad p = -1$

f) $3z^2 + 9z = 30$

$\frac{3z^2 + 9z - 30 = 0}{3}$

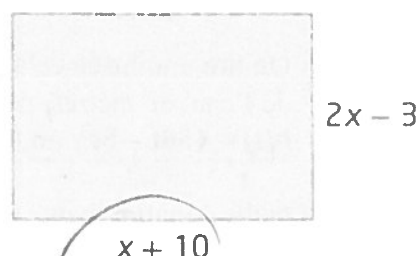
$z^2 + 3z - 10 = 0$

$(z + 5)(z - 2) = 0$

$z = -5 \quad z = 2$

Application :

4. Les dimensions d'un rectangle sont $x + 10$ et $2x - 3$, où x est en centimètres. Le rectangle a une aire de 54 cm^2.



a) Quelle équation peut servir à déterminer la valeur de x ?

$54 = (x + 10)(2x - 3)$

b) Quelle est la valeur de x ?

$54 = 2x^2 + 17x - 30$

$0 = 2x^2 + 17x - 84$

$0 = (2x - 7)(x + 12)$

$x = \frac{7}{2}$ $\quad \cancel{x = -12}$

ne peut pas avoir un dimension négative

$-12 + 10 = -2$

5. Un balbuzard pêcheur (un oiseau de proie qui mange du poisson) descend vers l'eau pour attraper un saumon. La fonction $h(t) = 5t^2 - 30t + 45$ représente approximativement sa hauteur h, en mètres, au-dessus de l'eau t secondes après le début de sa descente.

a) Détermine le temps qu'il faut au balbuzard pêcheur pour atteindre une hauteur de 20 m.

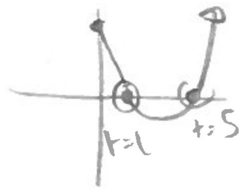
$20 = 5t^2 - 30t + 45$

$\frac{0}{5} = \frac{5t^2 - 30t + 25}{5}$

$0 = t^2 - 6t + 5$

$0 = (t-5)(t-1)$

$t = 5$ sec $\quad t = 1$ sec



b) Quelles suppositions as-tu faites ? Tes suppositions sont-elles vraisemblables ? Explique ta réponse.

6. On tire une fusée éclairante dans les airs à partir d'un bateau. La hauteur h de la fusée au-dessus de l'eau, en mètres, peut être représentée approximativement par la fonction :
$h(t) = 150t - 5t^2$, où t est le nombre de secondes écoulées depuis le tir de la fusée.

a) Quelle équation peut servir à déterminer le temps que la fusée prend pour retomber dans l'eau ?

$h(t) = 0 \qquad 0 = 150t - 5t^2$

b) Au bout de combien de secondes la fusée retombe-t-elle dans l'eau ?

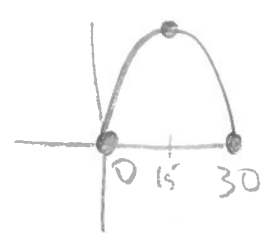
$\frac{0}{-5} = \frac{150t - 5t^2}{-5}$

$0 = t^2 - 30t$

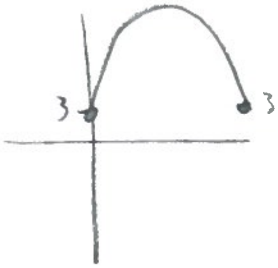
$0 = t(t-30)$

$t = 0$ sec $\quad t = 30$ sec

La fusée retombe dans l'eau dans 30 sec.



7. À un match de baseball, Luc frappe une chandelle. Autrement dit, il frappe la balle en hauteur. La vitesse initiale vers le haut de la balle est de 48 pi/s. La hauteur h de la balle au-dessus du sol, en pieds, peut être modélisée par la fonction $h(t) = 3 + 48t - 16t^2$. Combien de temps la balle reste-t-elle dans les airs si le receveur attrape à 3 pi au-dessus du sol ? Ta réponse est-elle vraisemblable dans cette situation ? Explique pourquoi ?



$h(t) = 3$

$3 = 3 + 48t - 16t^2$

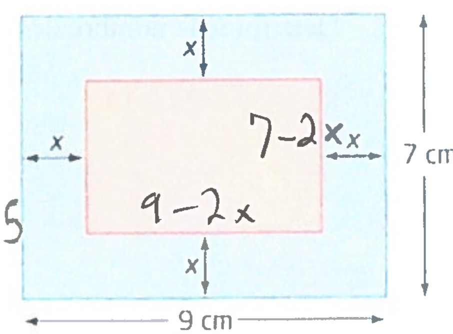
$0 = -16t^2 + 48t$

$0 = -16t(t-3)$

$t = 0 \qquad t = 3$

$t = 0$ n'est pas réaliste alors la balle reste dans les airs pour 3 sec.

8. On découpe des bandes de papier de largeur égale dans une feuille de papier rectangulaire pour obtenir un rectangle d'une aire de 35 cm^2.



a) Quelle est la largeur de chaque bande de papier découpée ?

$A = (9-2x)(7-2x) = 35$

$63 - 32x + 4x^2 = 35$

$\frac{4x^2 - 32x + 28}{4} = \frac{0}{4}$

$x^2 - 8x + 7 = 0$

$(x-7)(x-1) = 0$

$\cancel{x = 7\text{ cm}}$ $\quad x = 1\text{ cm}$

$9 - 2(7) = -5$ impossible d'avoir un dimension négative

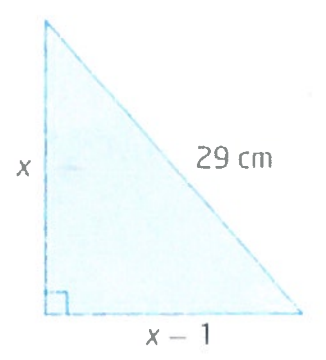
b) Quelles sont les dimensions du nouveau rectangle ?

$9 - 2(1) = 7\text{ cm}$

$7 - 2(1) = 5\text{ cm}$

$7\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

9. L'hypoténuse d'un triangle rectangle mesure 29 cm. Une des cathètes mesure 1 cm de moins que l'autre. Quelles sont les longueurs des cathètes ?



$x^2 + (x-1)^2 = 29^2$

$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 841$

$\frac{2x^2 - 2x - 840}{2} = \frac{0}{2}$

$x^2 - x - 420 = 0$

$0 = (x+20)(x-21)$

$\cancel{x = -20}$ $\quad x = 21$

ne peut pas avoir un dimension négative

$20\text{cm} \times 21\text{cm}$

Devoir Leçon 3 : Résoudre les équations à l'aide d'une formule quadratique

1. Détermine la nature des racines de chaque équation à l'aide du discriminant. Ne résous pas les équations. b^2-4ac

a) $x^2 - 7x + 4 = 0$

$(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 33$

2 racines réelles

b) $7y^2 + 3y + 2 = 0$

$(3)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = -47$

aucune racine réelle

c) $4t^2 + 12t + 9 = 0$

$(12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$

1 racine réelle.

2. Détermine le nombre de racine/zéro de chaque fonction.

a) $f(x) = x^2 - 2x - 14$

$(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 60$

2 racines réelles

b) $g(x) = -3x^2 + 0{,}06x + 4$

$(0{,}06)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 4$

$= 48{,}0036$

2 racines réelles distinctes

c) $g(y) = -6y^2 + 5y - 1$

$(5)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-1)$

$= 1$

2 racines réelles

pas de décimales

3. Résous chaque équation quadratique à l'aide de la formule quadratique. Indique les racines exactes.

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2ac}$

a) $\cancel{7x^2 + 24}x + 9 = 0$

$x = \dfrac{-24 \pm \sqrt{(24)^2-4(7)(9)}}{2 \cdot 7}$

$x = \dfrac{-24 \pm \sqrt{324}}{14}$

$x = \dfrac{-24 \pm 18}{14}$

$x = -3$

$x = -3/7$

b) $4p^2 - 12p - 9 = 0$

$p = \dfrac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2-4(4)(-9)}}{2(4)}$

$p = \dfrac{12 \pm \sqrt{0}}{8}$

$p = 12/8 = 3/2$

c) $3q^2 + 5q = 1$

$3q^2 + 5q - 1 = 0$

$q = \dfrac{-5 \pm \sqrt{(5)^2-4(3)(-1)}}{2(3)}$

$q = \dfrac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

$q = \dfrac{-5+\sqrt{37}}{6}$

$q = \dfrac{-5-\sqrt{37}}{6}$

d) $2j^2 - 7j = -4$

$2j^2 - 7j + 4 = 0$

$j = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2-4(2)(4)}}{2(2)}$

$j = \dfrac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

$j = \dfrac{7+\sqrt{17}}{4}$

$j = \dfrac{7-\sqrt{17}}{4}$

4. Résous chaque équation à l'aide de la formule quadratique. Indique tes réponses au millième près.

a) $3z^2 + 14z + 5 = 0$

$$z = \frac{-14 \pm \sqrt{(14)^2 - 4(3)(5)}}{2(3)}$$

$$z = \frac{-14 \pm \sqrt{136}}{6}$$

$z = -0{,}390$ $z = -4{,}277$

b) $4c^2 - 7c - 1 = 0$

49
16

$$c = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(4)(-1)}}{2(4)}$$

$$c = \frac{7 \pm \sqrt{65}}{8}$$

$c = -0{,}133$ $c = 1{,}883$

c) $-6k^2 + 17k + 5 = 0$

$$k = \frac{-17 \pm \sqrt{(17)^2 - 4(-6)(5)}}{2(-6)}$$

$$k = \frac{-17 \pm \sqrt{409}}{-12}$$

$k = 3{,}102$ $k = -0{,}269$

d) $10w^2 - 45w = 7$

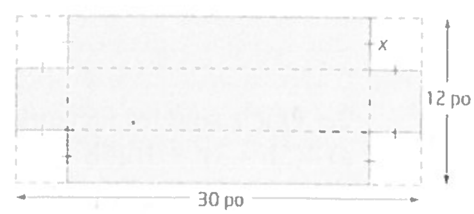
$10w^2 - 45w - 7 = 0$

$$w = \frac{-(-45) \pm \sqrt{(-45)^2 - 4(10)(-7)}}{2(10)}$$

$$w = \frac{45 \pm \sqrt{2305}}{20}$$

$w = -0{,}151$ $w = 4{,}651$

5. Une feuille de carton de 12 po sur 30 po sert à fabriquer une boîte sans couvercle. Il faut découper quatre carrés congruents dans les coins de la feuille pour former les côtés de la boîte, comme dans l'illustration. La base de la boîte a une aire de 208 po^2.



a) Quelle équation représente l'aire de la base de la boîte ?

$A = (30 - 2x)(12 - 2x)$

$A = 360 - 84x + 4x^2$

$A = 4x^2 - 84x + 360$

b) Quelle est la longueur de côté, x, du carré découpé dans chaque coin ?

$\cancel{30 \times 2(19)}$

$$\frac{208}{4} = \frac{4(x^2 - 21x + 90)}{4}$$

$52 = x^2 - 21x + 90$

$-52 \qquad\qquad -52$

$0 = x^2 - 21x + 38$

$0 = (x - 2)(x - 19)$

$x = 2$ $\cancel{x = 19}$

c) Quelles sont les dimensions de la boîte ?

$30 - 2(2) = 26$

$12 - 2(2) = 8$

26 po × 8 po

Devoir Leçon 4 : Résoudre les cas particuliers

1. Décompose chaque expression en facteurs.

a) $(x + 2)^2 - (x + 2) - 42$

$n = x+2$

$n^2 - n - 42$

$(n-7)(n+6)$

$(x+2-7)(x+2+6)$

$(x-5)(x+8)$

b) $6(x^2 - 4x + 4)^2 + (x^2 - 4x + 4) - 1$

$p = x^2 - 4x + 4$

$6p^2 + p - 1$

$(2p+1)(3p-1)$

$(2(x^2-4x+4)+1)(3(x^2-4x+4)-1)$

$(2x^2-8x+8+1)(3x^2-12x+12-1)$

$(2x^2-8x+9)(3x^2-12x+11)$

c) $(4j - 2)^2 - (2 + 4j)^2$

2. Quels sont les facteurs de chaque expression ?

a) $4(5b - 3)^2 + 10(5b - 3) - 6$

$y = 5b-3$

$4\cdot -6$

-24

$+12 \cdot -2$

$4y^2 + 10y - 6$

$4y^2 + 12y - 2y - 6$

$4y(y+3) - 2(y+3)$

$(4y-2)(y+3)$

$(4(5b-3)-2)(5b-3+3)$

$(20b-12-2)(5b)$

$(20b-14)(5b)$

b) $16(x^2 + 1)^2 - 4(2x)^2$

$n = x^2+1$

$p = 2x$

$16n^2 - 4p^2$

$(4n-2p)(4n+2p)$

$(4(x^2+1)-2(2x))(4(x^2+1)+2(2x))$

$(4x^2+4-4x)(4x^2+4+4x)$

$(4x^2-4x+4)(4x^2+4x+4)$

c) $-\frac{1}{4}(2x)^2 + 25(2y^3)^2$

3. Résous.

a) $0 = -4(x-5)^2 + 4$

$-4 \qquad -4$

$\frac{-4}{-4} = \frac{-4(x-5)^2}{-4}$

$\pm\sqrt{1} = \sqrt{(x-5)^2}$

$\pm 1 = x-5$

$+5$

$x = 1+5 = 6$

$x = -1+5 = 4$

b) $0 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 8$

$+8 \qquad +8$

$8 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 (x+1)^2$

$\pm\sqrt{16} = \sqrt{(x+1)^2}$

$\pm 4 = x+1$

$-1 \qquad -1$

$x = 4-1 = 3$

$x = -4-1 = -5$

4. Résous par substitution.

a) $(n-4)^2 + 4(n-4) - 12 = 0$ $\quad x = n-4$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x+6)(x-2) = 0$

$x = -6 \quad x = 2$

$-6 = n-4 \qquad 2 = n-4$

$n = -2 \qquad n = 6$

ou

$(n-4+6)(n-4-2) = 0$

$(n+2)(n-6) = 0$

$n = -2 \quad n = 6$

b) $0 = 3(p+2)^2 + 7(p+2) + 2$ $\quad x = p+2$

$0 = 3x^2 + 7x + 2$

$0 = (3x+1)(x+2)$

$x = -\frac{1}{3} \qquad x = -2$

$-\frac{1}{3} = p+2 \quad -\frac{1}{3} - \frac{6}{3} \qquad -2 = p+2$

$p = -\frac{7}{3} \qquad p = -4$

ou

$0 = (3(p+2)+1)(p+2+2)$

$0 = (3p+7)(p+4)$

$p = -7/3 \quad p = -4$

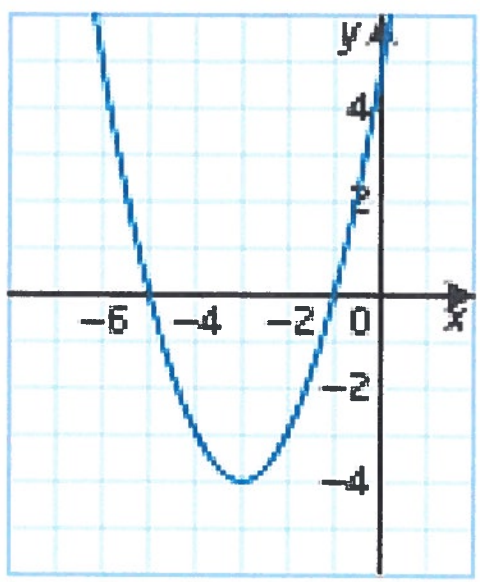
Pratique :

1) Détermine les caractéristiques suivantes :

	$y = x^2 + 6x + 5$	$y = -x^2 + 2x + 3$
La direction de l'ouverture	vers le haut	vers le bas
Le domaine	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
L'image	$[-4, \infty[$	$]-\infty, 4]$
L'équation de l'axe de symétrie	$x = -3$	$x = 1$
Le maximum ou le minimum	min. $y = -4$	max. $y = 4$
Le sommet	$(-3, -4)$	$(1, 4)$
L'ordonnée à l'origine	$y = 5$	$y = 3$
Combien d'abscisses à l'origine	2	2

a) $y = x^2 + 6x + 5$

$x = \frac{-b}{2a}$



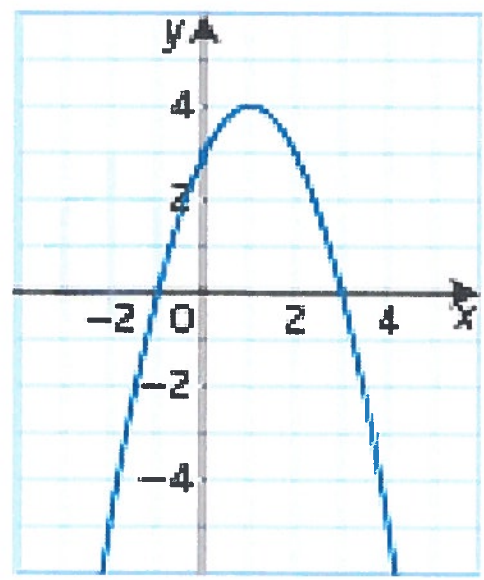
$h = x = \frac{-(6)}{2(1)} = -3$

$y = (-3)^2 + 6(-3) + 5$

$9 - 18 + 5$

$y = -4$

b) $y = -x^2 + 2x + 3$



$h = x = \frac{-(2)}{2(-1)} = 1$

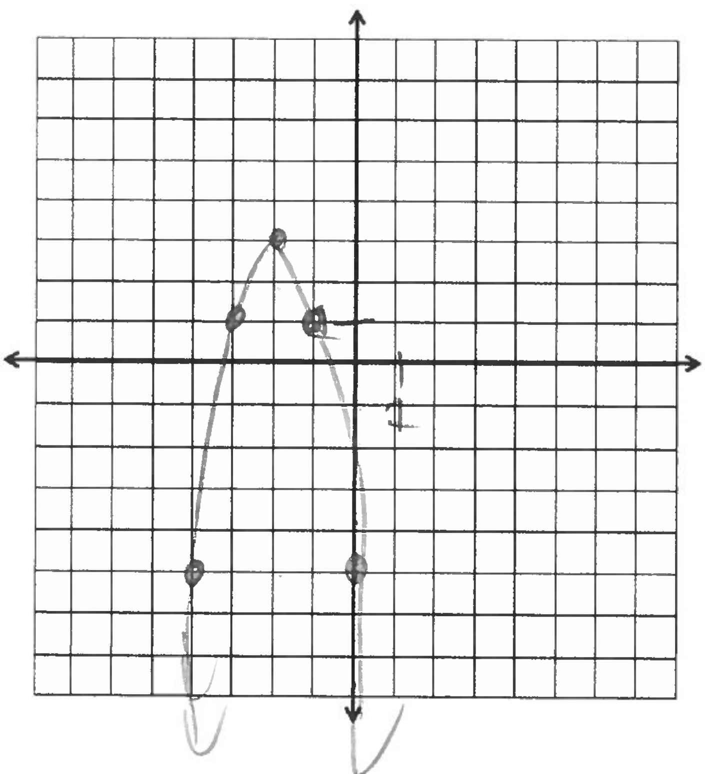
$y = -(1)^2 + 2(1) + 3$

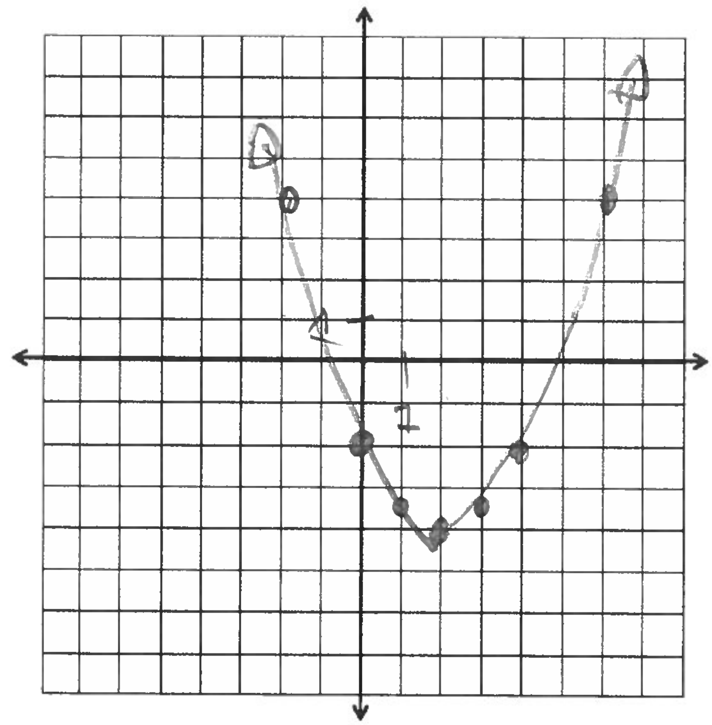
$y = 4$

2) Trace les graphiques des fonctions quadratiques générales en utilisant les caractéristiques.

a) $y = -2x^2 - 8x - 5$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$





$x = \frac{-(-8)}{2(-2)} = -2$

$y = -2(-2)^2 - 8(-2) - 5$

$y = -8 + 16 - 5$

$y = 3$

$S(-2,3)$

$y = -2(-1)^2 - 8(-1) - 5$

$y = 1$

$x = \frac{-(-2)}{\cancel{2(\frac{1}{2})}} = 2$

$y = \frac{1}{2}(2)^2 - 2(2) - 2$

$2 - 4 - 2$

$y = -4$

$S(2,-4)$

$y = \frac{1}{2}(1)^2 - 2(1) - 2$

$y = -3{,}5$

$y = \frac{1}{2}(-2)^2 - 2(-2) - 2$

$y = 4$