

Nom : _____

Date : _____

1. Une boule de neige est exposée au soleil de sorte que son rayon diminue de 1,4 cm/heure. Calcule le taux de décroissement du volume de la boule au moment où la boule a un rayon de 8 cm.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

↑
2

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi (8)^2 \cdot -1,4$$

$$\frac{dV}{dt} = -125,9417 \text{ cm}^3/\text{h}$$

2. Un cône a un rayon de 6 cm et une profondeur de 10 cm et on le remplit à un taux de $20 \text{ cm}^3/\text{s}$
a) Calcule le taux d'accroissement de la hauteur du liquide au moment où la hauteur du liquide est 7 cm.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dh}{dV}$$

$$h = 7 \text{ cm}$$

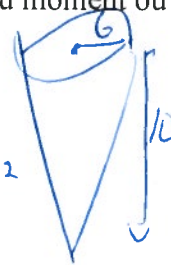
$$V = \frac{\pi (6)^2 \cdot 10}{3} = 120\pi$$

$$V = \frac{\pi \left(\frac{3h}{5}\right)^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 9h^3}{75}$$

$$\frac{dV}{dh} = \frac{27\pi h^2}{25}$$

$$\frac{dV}{dh} = \frac{9\pi h}{25}$$



$$\frac{6}{10} = \frac{r}{h}$$

$$\frac{6h}{10} = r = \frac{3h}{5}$$

$$\frac{dh}{dt} = 20 \times \frac{25}{9\pi(7)^2} \frac{\text{sec}}{441\pi}$$

$$\frac{dh}{dt} = 9,361 \text{ cm/s}$$

- b) Calcule le temps requis pour remplir le cône.

$$\text{cm}^3 = \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad \frac{\text{cm}^3 \cdot \text{s}}{\text{cm}^3}$$

$$t = \frac{V}{\frac{dV}{dt}}$$

$$t = \frac{120\pi}{20 \text{ cm}^3/\text{s}}$$

$$t = 18,850 \text{ sec.}$$

1
6

Calcul 42S : Quiz Les Taux 1

3. L'aire d'un cercle augmente à un taux de $14 \text{ cm}^2/\text{s}$. Calcule le taux d'accroissement du rayon au moment où l'aire mesure 200 cm^2 .

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dA} \cdot \frac{dA}{dt}$$

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$$\frac{dA}{dt} = 14$$

3

$$A = 200$$

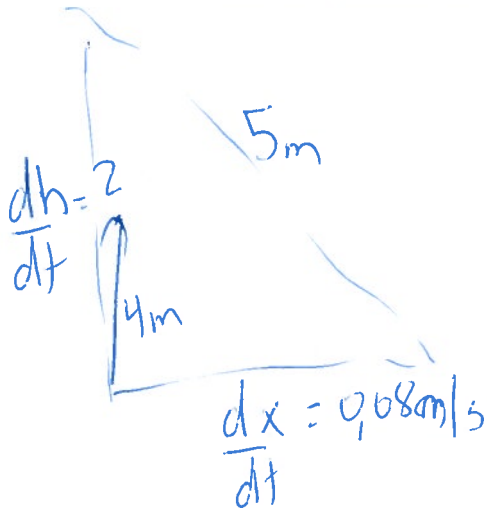
$$200 = \pi r^2$$

$$\sqrt{\frac{200}{\pi}} = r$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{14}{\sqrt{\frac{200}{\pi}}}$$

$$\frac{dr}{dt} = 0,279 \text{ cm/s}$$

4. Une échelle de 5 mètres de long est appuyée au haut d'un mur vertical. Si le pied de l'échelle est tiré à un taux de $0,08 \text{ m/s}$ calcule le taux de décroissement du haut de l'échelle au moment où le haut de l'échelle est à 4 mètres du sol.



$$x^2 + h^2 = 5^2$$

$$5^2 - 4^2 = 3^2$$

$$x = 3$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2h \frac{dh}{dt} = 0$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{2x \frac{dx}{dt}}{2h} = -\frac{x \frac{dx}{dt}}{h}$$

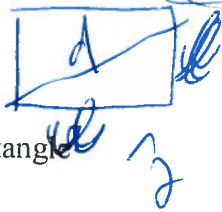
$$\frac{dh}{dt} = -\frac{3}{4} \cdot 0,08$$

$$\frac{dh}{dt} = -0,06 \text{ m/s}$$

6

Calcul 42S : Quiz Les Taux 1

5. The length of a rectangle is decreasing at a rate of 2 cm/s while its width is increasing at a rate of 3 cm/s. At the moment when the length is 24 cm and the width is 7 cm find the rates of change of:



$$\frac{dl}{dt} = -2 \text{ cm/s} \quad \frac{dw}{dt} = 3 \text{ cm/s}$$

a) The area of the rectangle

$$A = w \cdot l$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dw}{dt} l + \frac{dl}{dt} w$$

$$\frac{dA}{dt} = 3 \cdot 24 + (-2)(7)$$

$$= 58 \text{ cm}^2/\text{s}$$

b) the length of its diagonal

$$w^2 + l^2 = d^2$$

$$24^2 + 7^2 = d^2$$

$$25 = d$$

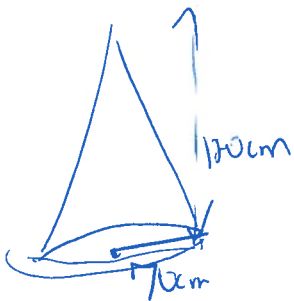
$$w^2 + l^2 = d^2$$

$$2w \frac{dw}{dt} + 2l \frac{dl}{dt} = 2d \frac{dd}{dt}$$

$$\frac{w \frac{dw}{dt} + l \frac{dl}{dt}}{d} = \frac{dd}{dt}$$

$$7(3) + 24(-2)$$

6. Un cône renversé de 140 cm de diamètre et de 120 cm de profondeur est percé à sa base et perd l'eau qu'il contient au taux de 7 cm³/s. À quel taux le niveau de l'eau descend-il lorsqu'on est à mi-chemin entre la pointe et la base du cône ?



$$\frac{70}{120} = \frac{r}{h}$$

$$r = \frac{70}{120} h$$

$$r = \frac{70}{120} h$$

$$\frac{dV}{dt} = -7 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$\frac{dh}{dt} = ?$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{70}{120} h\right)^2 h$$

$$V = \frac{49\pi}{432} h^3$$

$$\frac{dV}{dh} = \frac{49\pi h^2}{144}$$

3

$$\frac{dd}{dt} = -\frac{700}{5} \text{ cm/s}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dV}$$

$$\frac{dh}{dt} = -7 \cdot \frac{144}{49\pi(60)^2}$$

$$\frac{dh}{dt} = -0.00182 \text{ cm/s}$$

$$1.819 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$= \frac{1}{550\pi}$$

7. Albert s'est acheté une piscine circulaire de 6 m de diamètre. Après l'avoir installé il la remplit d'eau en utilisant deux boyaux qui amènent $2/9 \text{ m}^3/\text{s}$ d'eau.



a) À quelle vitesse monte le niveau de l'eau ?

$$\frac{dV}{dt} = \frac{2}{9} \quad \frac{dh}{dt} ?$$

$$V = \pi r^2 h \quad r = 3\text{m}$$

$$V = \pi \cdot 9 \cdot h$$

$$\frac{dV}{dh} = 9\pi$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dh}{dV}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{9\pi} = \frac{2}{81\pi} \text{ cm/s}$$

ou $0,00786 \text{ m/s}$

b) Combien de temps faut-il pour remplir sa piscine si elle a $4/3$ de hauteur ?

$$V = \pi r^2 h \quad \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$V = \pi \cdot 3^2 \left(\frac{4}{3}\right)$$

$$V = 12\pi$$

$$\frac{\text{cm}^3 \cdot \text{s}}{\text{cm}^3}$$

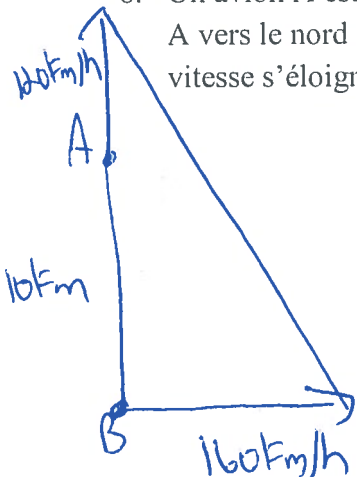
$$54\pi \text{ sec.}$$

$$169,646 \text{ sec}$$

$$\frac{12\pi}{2/9}$$

$$12\pi \cdot \frac{9}{2} = 54\pi$$

8. Un avion A est situé à 10 km au nord d'un avion B. Les deux avions partent au même moment. A vers le nord à une vitesse de 120 km/h et B vers l'est à une vitesse de 160 km/h. À quelle vitesse s'éloignent-ils l'un de l'autre au bout d'une heure ? $t = 1 \text{ heure}$



$$x^2 + (10+y)^2 = v^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2(10+y) \frac{dy}{dt} = 2v \frac{dv}{dt}$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2(10+y) \frac{dy}{dt} = 2v \frac{dv}{dt}$$

$$x \frac{dx}{dt} + (10+y) \frac{dy}{dt} = v \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{120 \text{ km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 120 \text{ km}$$

$$\frac{160 \text{ km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 160 \text{ km}$$

$$\frac{130^2 + 160^2}{\sqrt{42500}} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = 199,549 \text{ km/h}$$

$$\frac{160(160) + 130(120)}{\sqrt{42500}} = \frac{dv}{dt}$$

$$\downarrow 206,156$$

6

9. Marie dirige une entreprise qui fabrique des cosmétiques. Elle a calculé que son cout de production quotidien C s'exprime par $C = 150 + 12x + \frac{x^2}{50}$

Ou x représente le nombre d'unités fabriquées dans une journée. Marie décide d'augmenter régulièrement sa production de 20 unités par jour. Trouver le taux de variation de son coût de production lorsque celle-ci sera de 700 unités par jour.

$$\frac{dx}{dt} = 20$$

$$\frac{dC}{dt} = ?$$

$$\frac{dC}{dx} = 12 + \frac{x}{25}$$

$$\frac{dC}{dt} = \left(12 + \frac{700}{25}\right) 20$$

$$\frac{dC}{dt} = 40 \cdot 20 = 800 \$/\text{jour}$$

$$A = bx^2 \quad x = \sqrt{\frac{68}{b}}$$

$$\frac{dA}{dt} = 12x$$

$$\frac{dA}{dt} = -6 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\frac{dV}{dt} = ?$$

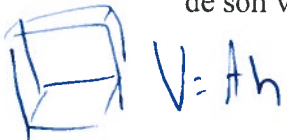
$$V = x^3 \quad \frac{dV}{dx} = 3x^2$$

$$-\frac{3}{2} \left(\sqrt{\frac{68}{b}}\right) = -5,05$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad 3x^2 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3x}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dA}{dt} \cdot \frac{dA}{dx} = -6 \div 12x = -\frac{1}{2x} = \frac{dx}{dt}$$

10. Un cube de glace fond de sorte que sa surface diminue de 6 cm²/s. Quel est le taux de variation de son volume lorsque la surface est de 68 cm² ? $-5,05 \text{ cm}^3/\text{s}$



$$V = Ah$$

$$\frac{dV}{dt} = ?$$

$$V = Ax^2$$

$$6 \cdot A = SA$$

$$6 \cdot x^2 = SA$$

$$6x^2 = 68$$

$$x = \sqrt{\frac{68}{6}} \quad x = 3,367$$

$$\frac{dS}{dt} = -6 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dS} \cdot \frac{dS}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{dx}{dS}$$

$$\frac{dx}{dt} = -6 \cdot x \cdot \frac{1}{12x}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2x}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2 \left(\sqrt{\frac{68}{6}}\right)} = -9,149 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = (-9,149) \cdot 3 \left(\sqrt{\frac{68}{6}}\right)^2$$

$$\frac{dV}{dt} = -5,066 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$V_{\text{cube}} = x^3$$

$$A = 6x^2$$

$$\frac{dV}{dx} = 3x^2$$

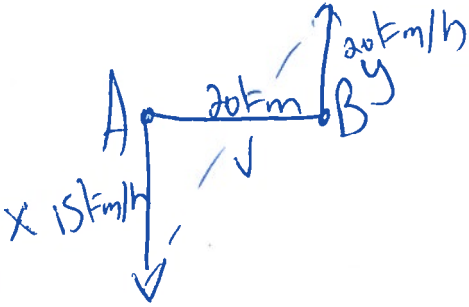
$$\frac{dA}{dx} = 12x$$

$$\frac{dV}{dx} = 3 \left(\sqrt{\frac{68}{6}}\right)^2$$

$$\frac{dA}{dx} = 12 \left(\sqrt{\frac{68}{6}}\right)$$

Calcul 42S : Quiz Les Taux 1

11. Un bateau A est situé à 20 km à l'ouest d'un bateau B. Au même moment, A part vers le sud à une vitesse de 15 km/h et B part vers le nord à une vitesse de 20 km/h. Après deux heures, à quelle vitesse s'éloignent-ils l'un de l'autre ?



$$v^2 = 70^2 + 20^2$$

$$v = \sqrt{5300}$$

$$v^2 = (x+y)^2 + 20^2$$

$$2v \frac{dv}{dt} = 2(x+y) \left(\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} \right)$$

$$20 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ h} = 40 \text{ km}$$

$$15 \text{ km/h} \cdot 2 = 30 \text{ km}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(x+y) \left(\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} \right)}{v}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(30+40)(15+20)}{\sqrt{5300}} \quad 2450$$

$$\frac{dv}{dt} = 33,653 \text{ km/h}$$

~~4~~