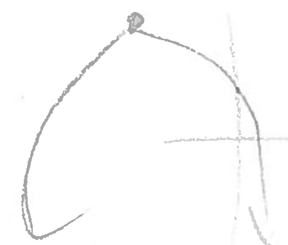
Calcul 42S Test Les Maximum et Minimum, les intervalles de croissances et décroissances, les points d'inflexion et la concavité

PAS DE CALCULATRICE GRAPHIQUE /23

1. Pour les fonctions suivantes calcule

a) les points critiques b) les intervalles où las fonction est croissante/décroissante

c) les maximum/minimum (inclure **y** en forme de fraction ou à 3 décimales)



A) $y = -x^2 - 8x + 7$ /4

$y' = -2x - 8$

$x = -4$

$y = -(4)^2 - 8(4) + 7$

$y = -16 + 32 + 7$

$y = 23$

points critiques

$(-4, 23)$ max.

$f'(x) > 0$ $]-\infty, -4[$

$f'(x) < 0$ $]-4, \infty[$

/2

B) $y = x^3 + 6x^2 - 36x + 5$ /6

$y' = 3x^2 + 12x - 36$

$y' = 3(x^2 + 4x - 12)$

$y' = 3(x + 6)(x - 2)$

$x = -6$ $x = 2$ /2

valeurs $x = -6$

critiques $x = 2$

pts critiques

$y = (-6)^3 + 6(-6)^2 - 36(-6) + 5$

$y = 221$

$(-6, 221)$ max. /1

$y = 2^3 + 6(2)^2 - 36(2) + 5$

$8 + 24 - 72 + 5$

$y = -35$

$(2, -35)$ min. /1

$F'(x) > 0$ $]-\infty, -6[\cup]2, \infty[$

$F'(x) < 0$ $]-6, 2[$

Calcul 42S Test Les Maximum et Minimum, les intervalles de croissances et décroissances, les points d'inflexion et la concavité

Plus de travail!!!

C) $y = (x+2)^2(x-5)^2 - 7$

ou $(x+2)(x-5)[2(x-5)+2(x+2)]$

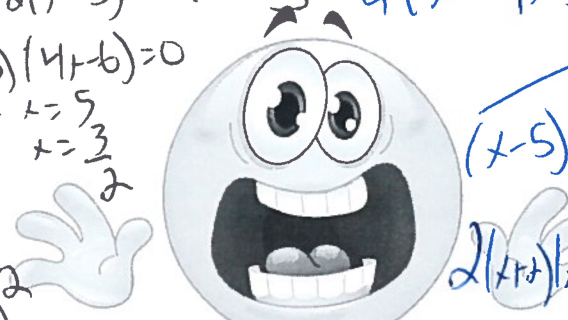
/7 $(x+2)(x-5)(4x-6)=0$

$x=-2 \quad x=5 \quad x=\frac{3}{2}$

$2(x+2)(x-5)[(x-5)+(x+2)]$

$2(x+2)(x-5)[2x-3]$

/2



$y' = 2(x+2)(x-5)^2 + 2(x-5)(x+2)^2$

$y' = (2x+4)(x-5)^2 + (2x-10)(x+2)^2$

/1

$y' = (2x+4)(x^2-10x+25) + (2x-10)(x^2+4x+4)$

$y' = 2x^3 - 20x^2 + 50x + 4x^2 - 40x + 100 + 2x^3 + 8x^2 + 8x - 10x^2 - 40x - 40$

$f'(x) > 0 \quad]-2, \frac{3}{2}[\quad]5, \infty[$

$f'(x) < 0 \quad]-\infty, -2[\cup]\frac{3}{2}, 5[$

$y' = 2x^3 - 16x^2 + 10x + 100 + 2x^3 - 2x^2 - 32x - 40$

$\pm 1 \times 60 \quad \pm 2 \times 30 \quad 3 \times 20 \quad 4 \times 15 \quad 5 \times 12$

$y' = 4x^3 - 18x^2 - 22x + 60$

$(x-5)$

$$\begin{array}{c|cccc} 5 & 4 & -18 & -22 & +60 \\ + & \downarrow & 20 & 10 & -60 \\ \hline & 4 & 2 & -12 & 0 \end{array}$$

$(x-5)(4x^2+2x-12)$

$2(x-5)(2x^2+x-6)$

$2(x-5)(2x-3)(x+2)$

val critiques $x = 5, \frac{3}{2}, -2$

pts critiques

$y = (5+2)^2(5-5)^2 - 7$

$y = -7 \quad (5, -7)$ min.

$y = (-2+2)^2(2-5)^2 - 7$

$y = -7 \quad (-2, -7)$ min.

/3

$y = (\frac{3}{2}+2)^2(\frac{3}{2}-5)^2 - 7$

$y = (12,25)(12,25) - 7 \quad \frac{2289}{16}$

$y = 143,063 \quad (\frac{3}{2}, 143,063)$ max.

Calcul 42S Test Les Maximum et Minimum, les intervalles de croissances et décroissances, les points d'inflexion et la concavité

2. Pour la fonction $y = x^4 + 8x^3 - 30x^2 + 500$ donne les points d'inflexion (x, y)

Et donne l'intervalle où la fonction est concave vers le haut et concave vers le bas. /6

$y' = 4x^3 + 24x^2 - 60x$

$y'' = 12x^2 + 48x - 60$

2 $y'' = 12(x^2 + 4x - 5)$

$y'' = 12(x+5)(x-1)$

Val d'inflexion

$x = -5 \qquad x = 1$

$y = (-5)^4 + 8(-5)^3 - 30(-5)^2 + 500$

$y = -625$

P.I $(-5, -625)$

2

$y = 1^4 + 8(1)^3 - 30(1)^2 + 500$

$y = 479$

P.I $(1, 479)$

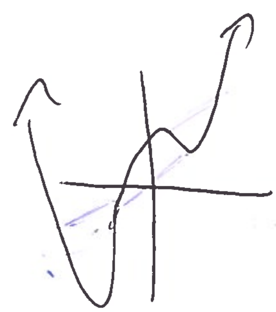
$f''(x) > 0 \quad]-\infty, -5[$

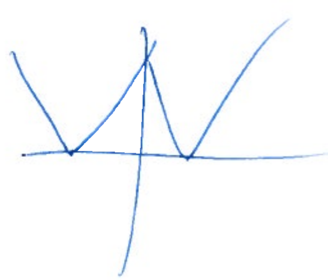
$\Updownarrow \qquad \cup$

2 $\qquad]1, \infty[$

$f''(x) < 0 \quad]-5, 1[$

$\Updownarrow$





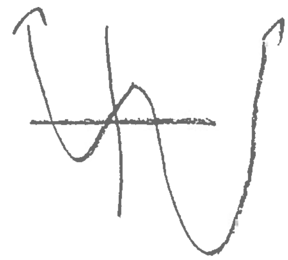
-4,233

Calcul 42S Test Les Maximum et Minimum, les intervalles de croissances et décroissances, les points d'inflexion et la concavité

AVEC LA CALCULATRICE GRAPHIQUE /13

Donne les réponses entières à 3 places décimales.

1. Pour la fonction $y = x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 15$ trouve :



a) les zéros b) les points critiques c) les maximum/minimum

d) les intervalles où la fonction est croissante/décroissante

e) les points d'inflexion (x, y)

f) l'intervalle où la fonction est concave vers le haut et concave vers le bas. /9

a) zéros $x = -2,147$; $-0,747$; $1,856$; $5,039$

b) points critiques min. $(-1,554, -10,755)$

c) min. $(3,892, -65,424)$

max. $(0,661, 20,679)$

d) $f'(x) < 0$ $]-\infty, -1,554[\cup]0,661, 3,892[$

$F'(x) > 0$ $]-1,554, 0,661[\cup]3,892, \infty[$

val. d'inflexions $x = -0,581$ $x = 2,581$

e) pt d'inflexions $(-0,581, 3,564)$ et $(2,581, -28,056)$

F) $F''(x) > 0$ ou $\uparrow$ $]-\infty, -0,581[\cup]2,581, \infty[$

$F''(x) < 0$ ou $\downarrow$ $]-0,581, 2,581[$

Calcul 42S Test Les Maximum et Minimum, les intervalles de croissances et décroissances, les points d'inflexion et la concavité

$y' = 3x^2 + 4x - 11$

2. Pour la fonction $y = x^3 + 2x^2 - 11x - 8$ trouve :

a) les points d'inflexion

b) les intervalles où la fonction est concave vers le haut/bas /4

val. d'inflexion $x = -0{,}667$

pts d'inflexion $(-0{,}667, -0{,}074)$

$F''(x) > 0$ ou $\cup$ $]-0{,}667, \infty[$

$F''(x) < 0$ ou $\cap$ $]-\infty, -0{,}667[$

3. Trouve les points critiques de la fonction $y = \sin^3 x \cos x$ pour l'intervalle $[0, 2\pi]$.

$y' = 3\sin^2 x \cdot \cos x \cdot \cos x + (-\sin x) \cdot \sin^3 x$

$y' = 3\sin^2 x \cos^2 x - \sin^4 x$

$y' = \sin^2 x\,(3\cos^2 x - \sin^2 x)$

$y' = \sin^2 x\,(3(1 - \sin^2 x) - \sin^2 x)$

$y' = \sin^2 x\,(3 - 3\sin^2 x - \sin^2 x)$

$y' = \sin^2 x\,(3 - 4\sin^2 x)$

$\sqrt{0} = \sqrt{\sin^2 x}$ $\quad 0 = 3 - 4\sin^2 x$

a.t. $x = 0, \pi, 2\pi$ $\quad \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\sin^2 x}$

$\pm\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin x$

	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		π		$\frac{4\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{3}$		2π
y'	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0
y			max		min				max		min		

$y = \sin^3\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{16}$ max

$y = \sin^3\frac{2\pi}{3}\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{16}$

$y = \sin^3\frac{4\pi}{3}\cos\frac{4\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{16}$

$y = \sin^3\frac{5\pi}{3}\cos\frac{5\pi}{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{16}$ min

$x_1 = \frac{\pi}{3}$

$x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$