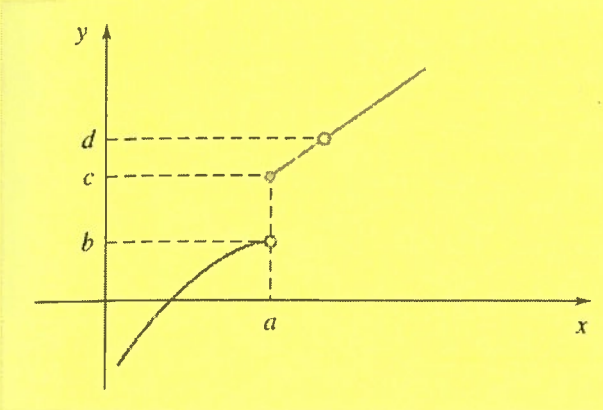
Calcul 42S
Unité : Les Limites Test d'unité

39

Nom : _____ Date : _____

1. À partir de la fonction suivante définie par un graphique, trouve :
   a) F(a) = C b) $\lim_{x\to a^-} f(x)$ b c) $\lim_{x\to a^+} f(x)$ = C d) $\lim_{x\to a} f(x)$ = ∄

2



2. Trouve les limites, s'ils existent.

a)

$$\lim_{x\to 3} f(x) \text{ si } f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x<3 \\ 8 & \text{si } x=3 \\ x^3-6x-4 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

2(3) − 1 = 5 = 5

27 − 18 − 4 = 5

$\lim_{x\to 3} f(x) = 5$

2

b)

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{6x^2+x-1}{2x+1}$$

$\frac{(2x+1)(3x-1)}{2x+1}$

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} 3x-1 = -2.5 = -5/2$

2

c) $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{9-x}-2}{x-5} \cdot \frac{\sqrt{9-x}+2}{\sqrt{9-x}+2}$

2

$\lim_{x\to 5} \frac{(9-x)-4}{(\sqrt{9-x}+2)(x-5)}$

$\lim_{x\to 5} \frac{5-x}{(x-5)(\sqrt{9-x}+2)}$

$\lim_{x\to 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(\sqrt{9-x}+2} = \frac{-1}{4}$

10

d) $\lim_{x\to 2} \frac{3x+5}{x^2+2x-8}$ $\frac{3x+5}{(x+4)(x-2)}$

2

$\lim_{x\to 2^-} \frac{3x+5}{(x+4)(x-2)} = -\infty$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{(3x+5)}{(x+4)(x-2)} = +\infty$

$\lim_{x\to 2} \frac{3x+5}{x^2+2x-8} = \nexists$

Calcul 42S

Unité : Les Limites Test d'unité

e) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-3x}{x^4-5x^2+4}$

$x(x^2+2x-3)$

$x(x-1)(x^2+x+4)$

$(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

$\lim_{x\to 1} \frac{x(x+3)}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}$

$\lim_{x\to 1} \frac{x+3}{x^2+x-4} = \frac{4}{-4} = -1$

1 | 1 0 -5 0 4

+ | 1 1 -4 -4

x 1 | 1 -4 -4 0

x^3+x^2-4x-4

$(x-1)(x+1)(x^2+x-4)$

/3

$\lim_{x\to 1} \frac{4(x-3)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{4}{-6} = -2/3$

2 | 1 1 -4 -4

+ | 2 6 4

1 3 2 0

x^2+3x+2

$(x+1)(x+2)$

f) $\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3-7x+3}{(7-x)^3}$ $/x^3$

$= \frac{4-0+0}{-1}$

$= -4$

/2

g) $\lim_{x\to 2^+} \left[\frac{-1}{x-2} - \frac{7}{x^2+3x-10}\right]$

$\lim_{x\to 2^+} \left[\frac{1}{x-2} - \frac{7}{(x+5)(x-2)}\right]$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{1(x+5)}{(x-2)(x+5)} - \frac{7}{(x+5)(x-2)}$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(x+5)}$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{1}{x+5} = \frac{1}{7}$

/3

h) $\lim_{x\to\infty} \frac{4x^4+2x^3-x+7}{2x^4-3x^3+6x-1}$ $/x^4$

$= \frac{4+0-0+0}{2-0+0-0}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^4+2x^3-x+7}{2x^4-3x^3+6x-1} = 2$

/2

/10

Calcul 42S
Unité : Les Limites Test d'unité

3. Trouve les asymptotes et trace le graphique de la fonction suivante.

a)

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3x + 1}{x - 1}$$

4

1 | 4 -3 1

+ ↓ 4 1

x 4 1 2

asy oblique $y = 4x + 1$

asy vert. $x = 1$

ou $\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2 - 3x + 1}{(x-1)(x)} \div \frac{4x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1x} = m$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}} = \frac{4}{1} = 4 = m$

$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2 - 3x + 1 - 4x(x-1)}{x-1}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2 - 3x + 1 - 4x^2 + 4x}{x-1}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x-1}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}} = 1 = b$

asy obl. $y = 4x + 1$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x}$$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2} = m$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2} + \frac{4}{x^2}}{\frac{x}{x^2}} = \frac{1 + 0 + 0}{1} = 1 = m$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x}{x} + \frac{4}{x}}{\frac{x}{x}} = \frac{2 + 0}{1}$

$= 2 = b$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + 2x + 4 - 1x(x)}{x}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2x + 4}{x}$

asy obl $y = 1x + 2$

asy vert $x = 0$

$y = x + 2$

4

8

$f(2) = 2^3 - 2(2)^2 + 2 - 2 = 0$ $f(2) = 3(2)^4 - 6(2)^3 + 2 - 2 = 0$

Calcul 42S

Unité : Les Limites Test d'unité

4. Trouve l'asymptote oblique. /4

$$f(x) = \frac{3x^4 - 6x^3 + x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4 - 6x^3 + x - 2}{x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x} \Big/ x^4 = 3 = m$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4 - 6x^3 + x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2} - 3x = \frac{3x^4 - 6x^3 + x - 2 - 3x(x^3 - 2x^2 + x - 2)}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2 + 7x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2} \Big/ x^3$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{3x^2}{x^3} + \frac{7x}{x^3} - \frac{2}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3} - \frac{2x^2}{x^3} + \frac{x}{x^3} - \frac{2}{x^3}} = \frac{0 + 0 - 0}{1 - 0 + 0 - 0} = 0 : b$$

asy oblique $y = 3x$

$$3x^3 + 1$$

$$\frac{(3x^3+1)(x-2)}{(x^2+1)(x-2)}$$

2	3	-6	0	1	-2
+	↓	6	0	0	2
x	3	0	0	1	0

2	1	-2	1	-2
+	↓	2	0	2
x	1	0	1	0

$x^2 + 1$

$$\lim \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 1} \to 3x$$

aucun asy vert. pt disc. $x = 2$

$y: \frac{3(2)^3 + 1}{2^2 + 1} = \frac{25}{5} = 5$

$(2, 5)$

5. En utilisant la formule $f'(x) = \lim \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, trouve la dérivée de $y = -3x^2 + 7x - 1$

$-6x + 7$

$$\lim_{h\to 0} \frac{-3(x+h)^2 + 7(x+h) - 1 - (-3x^2 + 7x - 1)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{-3x^2 - 6xh - 3h^2 + 7x + 7h - 1 + 3x^2 - 7x + 1}{h} \quad /3$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{-6xh - 3h^2 + 7h}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} -6x - 3h + 7$$

$$\lim_{h\to 0} -6x + 7$$

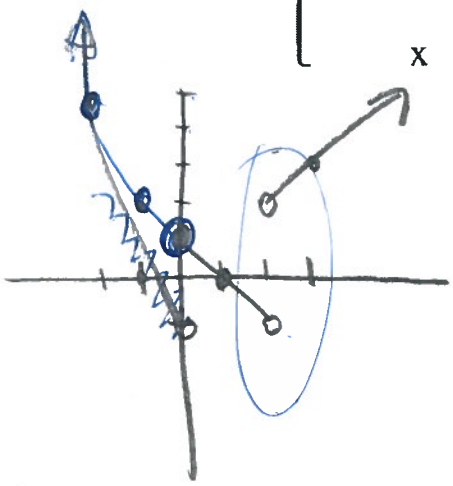
/7

Calcul 42S
Unité : Les Limites Test d'unité

6. Détermine la limite, si elle existe.

$$\text{Soit } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ 1 - x & 0 \le x < 2 \\ x & x > 2 \end{cases}$$

$\lim_{x \to} f(x) = \nexists$



2

7. Évalue

$$\lim_{x \to \infty} \frac{6x + 5}{x + \sqrt{x^2 - 7}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{6x}{x} + \frac{5}{x}}{\frac{x}{x} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{7}{x^2}}}$$

2

$$\lim_{x \to \infty} \frac{6 + \frac{5}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{7}{x^2}}} = \frac{6 + 0}{1 + \sqrt{1 - 0}} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{6x+5}{x+\sqrt{x^2-7}} \cdot \frac{x-\sqrt{x^2-7}}{x-\sqrt{x^2-7}}$$

$$\frac{(6x+5)(x-\sqrt{x^2-7})}{x^2-(x^2-7)}$$

$$\frac{(6x+5)(x-\sqrt{x^2-7})}{7}$$

$\lim_{x \to \infty} 5 + 0$