Calcul 42S

Unité : Dérivé : Test Leçon 1 et Leçon 2 (Fct Trigonométrique, Exponentielle et Logarithmique)

Nom : ______________________ /45 Date : ______________________

1. Considérons la fonction $f(x) = 3x^2 + \frac{2}{x}$ sur l'intervalle $[1, 4]$. Trouve : /3

a) L'accroissement de la fonction cet intervalle.

b) Le taux de variation moyen de cette fonction sur

$f(4) - f(1) = $ accroissement $+$

$\left(3(4)^2 + \frac{2}{4}\right) - 3(1)^2 + \frac{2}{1}$

$48{,}5 - 5 = 43{,}5$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{43{,}5}{3} = 14{,}5$ ou $= \frac{29}{2}$

2. Utilise les limites pour trouver la dérivée de f(x) = 2x³ – x + 4. /3

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$\lim_{h\to 0} \frac{2(x+h)^3 - (x+h) + 4 - (2x^3 - x + 4)}{h}$

$\lim_{h\to 0} \frac{2(x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3) - \cancel{x} - h \cancel{+4} - 2x^3 + \cancel{x} \cancel{-4}}{h}$

$\lim_{h\to 0} \frac{\cancel{2x^3} + 6x^2h + 6xh^2 + 2h^3 - h - \cancel{2x^3}}{h}$

$\lim_{h\to 0} 6x^2 + \cancel{6xh} + \cancel{2h^2} - 1$

$f'(x) = 6x^2 - 1$

b) Trouve f'(2)

$f'(2) = 6(2)^2 - 1$

$= 23$

$(2x-5)^{\frac{1}{2}}$

3. Trouve la dérivée pour chacun des fonctions suivantes. /5

a) $y = 3x^7 - 2x^3 + \sqrt{3x} - 1$ $\sqrt{3x} = (3x)^{\frac{1}{2}}$ /1

$y' = 21x^6 - 6x^2 + \left(\frac{3}{2}x\right)^{\frac{1}{2}}$

$y' = 21x^6 - 6x^2 + \frac{1}{2\sqrt{3x}}$

b) $f(x) = \sqrt{2x-5}\ (x^2 + x + 7)$ /2

$f'(x) = \frac{1}{\cancel{2}}(2x-5)^{-\frac{1}{2}} \cdot \cancel{2} \cdot (x^2+x+7)$
$+ (2x+1)\sqrt{2x-5}$

$f'(x) = \frac{x^2+x+7}{\sqrt{2x-5}} + (2x+1)\sqrt{2x-5}$

b) $y = \frac{2t+3}{t+1}$ /2

$y' = \frac{2(t+1) - 1(2t+3)}{(t+1)^2}$

$y' = \frac{\cancel{2t} + 2 - \cancel{2t} - 3}{(t+1)^2}$

$y' = \frac{-1}{(t+1)^2}$

4. Trouve la valeur de la pente pour f'(-1). /2

$f(x) = (x^3 - 3)^4$

$f'(x) = 4(x^3-3)^3 \cdot 3x^2$

$f'(-1) = 4((-1)^3-3)^3 \cdot 3(-1)^2$

$f(-1) = 4 \cdot -64 \cdot 3$

$f'(-1) = -768$

$12x^2(x^3-3)^3$

5. Trouve y'' ou $y^{(2)}$ /2

$$y = \frac{1}{x^2+1}$$

$y' = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$

$y'' = \frac{-2(x^2+1)^2 - 2(x^2+1) \cdot 2x \cdot -2x}{(x^2+1)^4}$

$y'' = \frac{-2(x^2+1) + 8x^2}{(x^2+1)^3}$

6. Trouve la dérivée des fonctions suivantes : /13

a) y = 8sec4x / 2

$y' = 8 \sec 4x \tan 4x \cdot 4$

$y' = 32 \sec 4x \tan 4x$

b) $y = 3\cos 5x - \tan^3 2x$ / 2

$y' = -3 \sin 5x \cdot 5 - 3\tan^2 2x \sec^2 2x \cdot 2$

$y' = -15 \sin 5x - 6\tan^2 2x \sec^2 2x$

b) $y = 6\sin^4(7x^3 + 4x)$ / 2

$y' = 24 \sin^3(7x^3+4x) \cdot \cos(7x^3+4x) \cdot (21x^2+4)$

$y' = 24(21x^2+4)\sin^3(7x^3+4x)\cos(7x^3+4x)$

d) $y = \frac{8x^5}{14\cos 6x}$ / 2

$y' = \frac{40x^4(14\cos 6x) - (-84 \sin 6x)8x^5}{(14\cos 6x)^2}$

$y' = \frac{560x^4\cos 6x + 672x^5 \sin 6x}{196\cos^2 6x}$

Calcul 42S

Unité : Dérivé : Test Leçon 1 et Leçon 2 (Fct Trigonométrique, Exponentielle et Logarithmique)

e) $y = 12\sin^3 3x\cos^2 7x$ /3

$y' = 36\sin^2 3x\cos 3x(\cdot 3)\cos^2 7x$
$+ 2\cos 7x \cdot -\sin 7x \cdot (7) 12\sin^3 3x$

$y' = 108\sin^2 3x\cos 3x\cos^2 7x - 168\cos 7x\sin 7x\sin^3 3x$

f) y = csc(3x² – 2x) /2

$y' = -\csc(3x^2-2x)\cot(3x^2-2x)(6x-2)$

$y' = (-6x+2)\csc(3x^2-2x)\cot(3x^2-2x)$

7. Trouve la dérivée des fonctions suivantes : /8

a) $y = \frac{4x^3}{e^{2x}}$ /2

$y' = \frac{12x^2 e^{2x} - e^{2x} \cdot 2 \cdot 4x^3}{(e^{2x})^2}$

$y' = \frac{4x^2 e^{2x}(3-2x)}{e^{4x}}$

b) $y = 3^x \cdot x^4$ /2

$y' = 3^x \ln 3 \cdot (1) x^4 + 4x^3 \cdot 3^x$

$y' = 3^x x^3 (x\ln 3 + 4)$

c) $y = \ln(7 - x^3)$ /2

$y' = \frac{1}{7-x^3} \cdot -3x^2$

$y' = \frac{-3x^2}{7-x^3}$

d) $y = \log_6(4x^2 - 2x)^2$ /2

$y' = \frac{1}{(4x^2-2x)^{\cancel{2}}} \cdot \log_6 e \cdot 2\cancel{(4x^2-2x)}(8x-2)$

$y' = \frac{(16x-4)\log_6 e}{(4x^2-2x)}$

8. La distance parcourue par un mobile est donnée en fonction du temps par l'équation

y = -3t² + 6t + 10 indice : $V = \frac{dd}{dt}$

où y représente la distance parcourue et t le temps. Trouve la vitesse de ce mobile au temps t = 2. /2

$\frac{dy}{dt} = -6t + 6$

$V(3) = -6(3) + 6$
$= -12$

$V(2) = -6(2) + 6$
$= -6$

10. Trouve les coordonnées sur la courbe ayant comme équation $y = -2x^3 - 4x$ ou la pente est égale à -7. Donne les coordonnées comme une valeur exacte ou un nombre à 3 places décimales. /3

$y' = -6x^2 - 4 = -7$
$+4 \quad +4$

$-6x^2 = -3$

$x^2 = \frac{3}{6}$

$\sqrt{x^2} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

① $x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$y = -2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 - 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

$= -3{,}536$

$y = \frac{-2}{2\sqrt{2}} \frac{-8}{2\sqrt{2}} = \frac{-10}{2\sqrt{2}}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

② $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$y = -2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 - 4\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 3{,}536$

$\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, 5\sqrt{2}/2\right)$

11. Pour une valeur de **x** spécifique la pente de la courbe $y_1 = x^2$ est exactement le double de la pente de la courbe $y_2 = \frac{-2}{x}$. Trouve cette valeur de **x** ainsi que les coordonnées en question sur la courbe y_1. Vous pouvez donner des valeurs exactes ou sous forme décimale à 2 places décimales. / 4

$y_1' = 2x$ = pente

$y_2' = \frac{-1 \cdot -2}{x^2} = \frac{2}{x^2}$ = pente

$y_1 = y_2 \cdot 2$

$y_1 = \left(\sqrt[3]{2}\right)^2 = \sqrt[3]{4}$

$\left(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}\right)$

$2x = \frac{2}{x^2} \cdot 2$

$2x = \frac{4}{x^2}$

$2x^3 = 4$

$x^3 = 2$

$\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2}$