Calcul 42S

Test : Dérivées Implicites, Fonctions Composées et Équation de la tangent et la normale

Nom : ____________________ /34 Date : ____________________

1. Trouve dy/dx.

a) $x^2y^3 + x^3y - 5x = 0$ /2

1

$\cancel{2xy^3 + 3y^2y'x^2 + 3x^2y + y'x^3 - 5 = 0}$

$y'(3x^2y^2 + x^3) = 5 - 2xy^3 - 3x^2y$

$$y' = \frac{5 - 2xy^3 - 3x^2y}{3x^2y^2 + x^3}$$

ou

$$y' = \frac{2xy^3 + 3x^2y - 5}{-3x^2y^2 - x^3}$$ 1

b) $y^5 + x^2y^3 = 1 + xy^2$ /2

1 $5y^4y' + 2xy^3 + 3y^2y'x^2 = y + 2xy$

$5y^4y' + 3y^2y'x^2 - 2yy'x = y^2 - 2xy$

$y'(5y^4 + 3x^2y^2 - 2xy) = y^2 - 2xy^3$

$$y' = \frac{y^2 - 2xy^3}{5y^4 + 3x^2y^2 - 2xy}$$

1

$$y' = \frac{y - 2xy^2}{5y^3 + 3x^2y - 2x}$$

2. Trouve la pente de la tangente au point indiqué de la courbe donnée.

$(x^2+1)^2(3x-5)^3$ au point (1, -32) /2

$y' = 2(x^2+1)(2x)(3x-5)^3 + 3(3x-5)^2(3)(x^2+1)^2$

$y' = 4x(x^2+1)(3x-5)^3 + 9(3x-5)^2(x^2+1)^2$ 1

$y' = 4(1)(1^2+1)(3(1)-5)^3 + 9(3(1)-5)^2(1^2+1)^2$

$y = -64 + 144$

$y = 80$ 1

3. Trouve l'équation de la tangente de la fonction suivante au point indiqué

$f(x) = 3\sqrt{x} - 8x$ **au point** $(4, f(4))$ /3

$y = 3x^{\frac{1}{2}} - 8x$

$y' = \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 8$

$y' = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 8$ 1

$y' = \frac{3}{2\sqrt{4}} - 8$

$y' = \frac{3}{4} - \frac{32}{4}$

$y' = -\frac{29}{4}$ 0,5

$F(4) = 3\sqrt{4} - 8 \cdot 4$

$F(4) = 6 - 32$

$F(4) = -26$ 0,5

$\frac{y+26}{x-4} = -\frac{29}{4}$ 1

$4y + 104 = -29x + 116$

$4y + 29x - 12 = 0$

ou $y = \frac{-29x}{4} + 3$

4. Trouve l'équation de la normale à la courbe $y = -x^2 + 6x + 1$ à $x = -2$. /3

$y' = -2x + 6$

$y' = -2(-2) + 6$

$y' = 10$ 1

$m = \frac{-1}{10}$

$F(-2) = -(-2)^2 + 6(-2) + 1$

$F(-2) = -15$ 0,5

$\frac{y+15}{x+2} = \frac{-1}{10}$ 0,5

$10y + 150 = -x - 2$

$10y + x + 152 = 0$

ou $y = -\frac{x}{10} - \frac{76}{5}$ 1

Calcul 42S

Test : Dérivées Implicites, Fonctions Composées et Équation de la tangent et la normale

5. Trouve l'ordonnée à l'origine de la droite tangente à la courbe $x^2y^2 - 3x + 4xy = 0$ au point (-1, 3)

/4

$$0 = 2xy^2 + 2yy'x^2 - 3 + 4y + 4xy'$$

1

$$y'(2x^2y + 4x) = -2xy^2 + 3 - 4y$$

$$y' = \frac{-2xy^2 + 3 - 4y}{2x^2y + 4x}$$

1

$$y' = \frac{-2(-1)(3)^2 + 3 - 4(3)}{2(-1)^2(3) + 4(-1)}$$

$$y' = \frac{9}{2}$$

1

$$\frac{y-3}{x+1} = \frac{9}{2}$$

1

$$\frac{y-3}{0+1} = \frac{9}{2}$$

$$(y-3) = \frac{9}{2}$$

$$\boxed{y = 15/2}$$

6. Montrer que la normale à la courbe de $y = \frac{5}{x^2+1}$ au point (2,1) passe par le point (-2, -4).

/4

$$y' = \frac{-2x(5)}{(x^2+1)^2}$$

1

$$\frac{y-1}{x-2} = \frac{5}{4}$$

1

$$y' = \frac{-2(2)(5)}{(2^2+1)^2}$$

1

$$\frac{-4-1}{-2-2} = \frac{5}{4}$$

$$y' = \frac{-20}{25} = \frac{-4}{5}$$

$$\frac{+5}{+4} = \frac{5}{4}$$

1

$$m = \frac{5}{4}$$

7. Trouve dy/dx
$y = 3u^2 + 6$ et $u = 2x^2 - 6x + 5$ /3

$\frac{dy}{du} = 6u$ $\frac{du}{dx} = 4x-6$

$\frac{dy}{dx} = (6u)(4x-6)$

$\frac{dy}{dx} = (6(2x^2-6x+5))(4x-6)$

$\frac{dy}{dx} = (12x^2-36x+30)(4x-6)$

$= 48x^3 - 216x^2 + 216x + 180x - 180$

$= 48x^3 - 72x^2 - 144x^2 + 216x + 180x - 180$

$= \boxed{48^3 - 216x^2 + 316x - 180}$

Revue :
Trouve l'équation du 2e degré de sorte que $f(2) = -5$; $f'(-2) = -9$ et $f'(3) = -16$. /3

$y = ax^2 + bx + c$

$y' = 2ax + b$

(1)
$-9 = 2a(-2) + b$
$-16 = 2a(3) + b$

$-9 = -4a + b$
$-(-16 = 6a + b)$

$7 = -10a$

$a = \frac{-7}{10}$

(2) $-9 = -4\left(\frac{-7}{10}\right) + b$

$-9 - \frac{14}{5} = b$

$b = \frac{-45-14}{5}$

$b = -\frac{59}{5}$ -11,8

(3) $-5 = \frac{-7}{10}(2)^2 - \frac{59(2)}{5} + c$

$-5 + \frac{28}{10} + \frac{118}{5} = c$

$c = \frac{107}{5}$

21,4

$y = \frac{-7}{10}x^2 - \frac{59}{5}x + \frac{107}{5}$

9. Trouve l'équation de la tangente au point indiqué (pas de décimales)

$y = 5\sin 2\theta$ à $\theta = \frac{\pi}{12}$ $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{5}{2}\right)$

$y = 5\sin \cancel{2} \cdot \frac{\pi}{\cancel{12}\,6}$

$y = 5\sin \frac{\pi}{6}$

$y = 5\left(\frac{1}{2}\right) = 5/2$ 0,5

$y' = 5\cos 2\theta \cdot 2$ $y' = 10\cos 2\theta$ 0,5

$y' = 10\cos \cancel{2} \cdot \frac{\pi}{\cancel{12}\,6}$

$y' = 10 \cdot \cos \frac{\pi}{6}$ 0,5

$y' = \overset{5}{\cancel{10}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$ $y' = 5\sqrt{3}$ 0,5

$\frac{y - 5/2}{x - \frac{\pi}{12}} = 5\sqrt{3}$ /1

$y - \frac{5}{2} = 5\sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$

$y - \frac{5}{2} = 5x\sqrt{3} - \frac{5\pi\sqrt{3}}{12}$

$\boxed{y = 5x\sqrt{3} - \frac{5\pi\sqrt{3}}{12} + \frac{5}{2}}$ /1

Trouve l'équation de la normale au point indiqué (pas de décimale)

10.

$y = 2\tan 3\theta$ à $\theta = \frac{\pi}{4}$

$y = 2\tan 3 \cdot \frac{\pi}{4}$ $\left(\frac{\pi}{4}, -2\right)$

0,5

$y = 2 \cdot -1 = -2$

$y' = 2\sec^2 3\theta \cdot 3$ $y' = 6\sec^2 3\theta$ 0,5

$y' = 6\sec^2 3 \cdot \frac{\pi}{4}$ $y' = 6\sec^2 \frac{3\pi}{4}$

$\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 0,5

$\sec^2 \frac{3\pi}{4} = \left(\frac{-2}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{4}{2} = 2$ 0,5

$y' = 6\sec^2 \frac{3\pi}{4} = 6 \cdot 2 = 12$ 0,5

normale alors pente $= -\frac{1}{12}$

$\frac{y+2}{x-\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{12}$ 1 0,5

$12y + 24 = -x + \frac{\pi}{4}$

$12(y+2) = -1\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\boxed{y = -\frac{x}{12} + \frac{\pi}{48} - 2}$

1