

7. Dans la nature, de nombreux organismes unicellulaires, comme les bactéries, se reproduisent en se divisant en deux. Ainsi, une cellule produit 2, puis 4, puis 8 cellules, et ainsi de suite, ce qui forme une suite géométrique. Suppose qu'un échantillon contient 10 bactéries au départ.
- a) Détermine le terme général qui représente la relation entre le nombre de bactéries et leur période de division.

$$t_n = 1 \cdot 2^{n-1}$$

- b) Indique les valeurs de t_1 et de r dans la suite géométrique générée.

$$t_1 = 1 \quad r = 2$$

8. Le troisième terme d'une suite géométrique est 54 et son sixième terme est -1 458. Détermine les valeurs de t_1 et de r , puis indique les trois premiers termes de la suite.

$$t_3 = 54$$

$$t_6 = -1458$$

$$54 = t_1 \cdot r^{3-1}$$

$$54 = t_1 \cdot r^2$$

$$\frac{54}{r^2} = t_1$$

$$-1458 = t_1 \cdot r^{6-1}$$

$$-1458 = t_1 \cdot r^5$$

$$-1458 = \frac{54}{r^2} \cdot r^5 \quad \frac{54}{(-3)^2} = t_1$$

$$-1458 = 54r^3 \quad t_1 = 6$$

$$-27 = r^3 \quad r = -3 \quad t_2 = -18$$

$$t_3 = 54$$

Pratique :

1. Détermine les quatre premiers termes de chaque suite géométrique.

- a) $t_1 = 2$ et $r = 3$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = 6$$

$$t_3 = 18$$

$$t_4 = 54$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = 1$$

$$t_3 = \frac{1}{2}$$

$$t_4 = \frac{1}{4}$$

2. Détermine les termes manquants, t_2 , t_3 et t_4 , de la suite géométrique dans laquelle

$t_1 = 8,1$ et $t_5 = 240,1$

$$\frac{240,1}{8,1} = \frac{8,1 \cdot r^4}{8,1}$$

$$\sqrt[4]{r^4} = \sqrt{\frac{240,1}{8,1}}$$

3. Écris une formule du terme général de chaque suite géométrique.

a) $r = 2$ et $t_1 = 3$

$$t_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

b) 192, -48, 12, -3 ...

$$t_n = 192 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^{n-1}$$

$$r = -\frac{1}{4}$$

c) $t_3 = 5$ et $t_6 = 135$

$$5 = t_1 \cdot r^2$$

$$\frac{5}{r^2} = t_1$$

$$135 = t_1 \cdot r^5$$

$$135 = \frac{5}{r^2} \cdot r^5$$

$$27 = r^3 \quad r = 3$$

$$\frac{5}{3^2} = t_1 \quad \frac{5}{9} = t_1$$

4. La couleur de certains vêtements s'estompe au lavage avec le temps. La couleur d'un jean s'estompe de 5 % à chaque lavage.

a) Quel pourcentage de couleur reste-t-il après un lavage ? 0,95

b) Si $t_1 = 100$, quels sont les quatre premiers termes de la suite ?

$$t_1 = 100$$

$$t_2 = 100 \cdot 0,95$$

$$t_2 = 95$$

$$t_3 = 100 \cdot 0,95^2$$

$$t_3 = 90,25$$

c) Quelle est la valeur de r pour la suite géométrique trouvée en b) ?

$$0,95$$

$$t_4 = 100 \cdot 0,95^3$$

$$t_4 = 85,7375$$

d) Quel pourcentage de couleur reste-t-il après 10 lavages ?

$$t_{10} = 100 \cdot 0,95^9$$

$$t_{10} = 63,02\%$$

e) Après combien de lavages reste-t-il seulement 25 % de la couleur initiale du jean ? Quelles suppositions as-tu faites ?

$$0,25 = 100 \cdot 0,95^{n-1}$$

$$0,25 = 0,95^{n-1}$$

70

$$n = 28 \quad 100 \cdot 0,95^{27} = 25\%$$

Devoir Leçon 3 : Les suites géométriques (SG)

1. Détermine si chaque suite est géométrique. Si elle l'est, indique la raison géométrique et la formule du terme générale.

a) 1, 2, 4, 8...

géométrique

b) 2, 4, 6, 8...

arithmétique

c) 3, -9, 27, -9, -81, ...

géométrique

2. Écris les quatre premiers termes de chaque suite géométrique.

a) $t_1 = 7$ et $r = -3$

$$t_1 = 7 \quad t_2 = -21$$

$$t_3 = 63 \quad t_4 = -189$$

b) $t_1 = -8$ et $r = \frac{1}{2}$

$$t_1 = -8 \quad t_2 = -4 \quad t_3 = -2$$

$$t_4 = -1$$

c) $t_n = 3(0,6)^{n-1}$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 1,8$$

$$t_3 = 1,08 \quad t_4 = 0,648$$

d) $t_n = (-4)^n$

$$t_1 = -4 \quad t_2 = 16$$

$$t_3 = -64 \quad t_4 = 256$$

3. Détermine le nombre de termes dans chaque suite géométrique.

a) 4, 12, 36, ..., 78 732

$$78\,732 = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$19\,683 = 3^{n-1} \quad \boxed{n=10}$$

$$3^9 = 3^{n-1}$$

b) $t_1 = 5$ et $t_n = -\frac{1}{2}$ et $t_n = \frac{5}{64}$

$$\frac{5}{64} = 5 \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{64} = \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} \quad n=6$$

4. Détermine le $n^{\text{ème}}$ terme de chaque suite géométrique.

a) $t_1 = 2$ et $r = 7$

$$t_n = 2 \cdot 7^{n-1}$$

b) 6, -18, 54, -164, ...

$$t_n = 6 \cdot (-3)^{n-1}$$

c) $t_1 = 7$ et $t_5 = 1792$

$$1792 = 7 \cdot (r)^4$$

$$256 = r^4$$

$$r = 4$$

$$t_n = 7 \cdot (4)^{n-1}$$

5. Détermine les termes manquants de chaque suite géométrique.

a) 18, __, __, 6174

b) __, 4, __, __, 108

6. Le premier terme d'une suite géométrique est 0,1 et son dixième terme est 26 214,4. Détermine sa raison géométrique.

$$t_{10} = 26214,4$$

$$26214,4 = 0,1 \cdot (r)^9$$

$$262144 = r^9$$

$$4^9 = r^9$$

$$r = 4$$

7. Détermine t_1 , r et l'équation du terme général de chaque suite géométrique.

a) $t_5 = 900$ et $t_7 = 0,09$

b) $t_3 = -1728$ et $t_6 = 373248$

$$900 = t_1 \cdot r^4$$

$$0,09 = t_1 \cdot r^6$$

$$\frac{900}{r^4} = t_1$$

$$0,09 = \frac{900}{r^4} \cdot r^6$$

$$0,09 = 900 r^2$$

$$t_1 = \frac{900}{0,0144}$$

$$0,0001 = r^2$$

$$0,01 = r$$

$$9 \times 10^{10}$$

8. Détermine la variable des suites géométriques suivantes :

a) $8x - 12, 16, 64, 256$

b) $25, 5, 1, 2y - 1$

$$\frac{64}{16} = r = 4$$

$$4 = 8x - 12$$

$$16 = 8x$$

$$x = 2$$

$$\frac{5}{25} = r = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2y-1}{5} = \frac{1}{5}$$

72

$$5(2y-1) = 1$$

$$16y - 5 = 1$$

$$10y = 6$$

$$y = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{16}{8x-12} = 4$$

$$16 = 4(8x-12)$$

9. Voici trois termes consécutifs d'une suite géométrique : $x + 2$, $2x + 1$ et $4x - 3$.
 Détermine sa raison géométrique et la valeur des trois termes indiqués.

$$\frac{(2x+1)(2x+1)}{x+2} = \frac{(4x-3)(2x+1)}{2x+1}$$

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{x+2} = \frac{4x^2 + 5x - 6}{2x+1}$$

$$7 = x$$

$$2(7) + 1 = 15 = t_2$$

$$7 + 2 = 9 = t_1$$

$$4(7) - 3 = 25 = t_3$$

$$\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{5}{3} = r$$

10. Un photocopieur permet d'agrandir ou de réduire une image. Une photo mesure 25 cm de longueur. La plus petite reproduction que le photocopieur peut faire correspond à 67 % de la taille de l'original. Quelle est la plus petite longueur possible de la photo après 5 réductions ?
 Exprime ta réponse au dixième de centimètre près.

$$r = 0,67$$

$$t_1 = 25$$

$$t_5 = 25 \cdot 0,67^4$$

$$t_5 = 5,01 \text{ cm}$$

11. Le deuxième terme d'une suite géométrique est 28 et son cinquième terme est 1 792. Détermine les valeurs de t_1 et de r , puis indique les trois premiers termes de la suite.

$$t_2 = 28$$

$$t_5 = 1792$$

$$28 = t_1 \cdot r$$

$$\frac{28}{r} = t_1$$

$$1792 = t_1 \cdot r^4$$

$$1792 = \frac{28}{r} \cdot r^4$$

$$\frac{1792}{28} = \frac{28}{28} r^3$$

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{r^3} \quad | \quad r = 4$$

$$28 = t_1$$

$$t_1 = 7$$

$$t_2 = 28$$

$$t_3 = 112$$

