

**Pratique :**

1. Détermine la somme arithmétique.  
 $14 + 10 + 6 + \dots + (-86)$

$$t_n = -86$$
$$t_1 = 14$$
$$d = -4$$

$$-86 = 14 + (n-1) \cdot (-4)$$
$$S_n = -100 = -4n + 4$$
$$\frac{-104}{-4} = \frac{-4n}{-4}$$
$$26 = n$$

$$S_{26} = \frac{26}{2} (14 + (-86))$$
$$S_{26} = 13(-72)$$
$$S_{26} = -936$$

2. Détermine la somme arithmétique indiquée :

$4 + 9 + 14 + \dots$  ; 12 premiers termes

$$t_1 = 4$$
$$d = 5$$
$$S_{12} = ?$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} (2(4) + (12-1)5)$$

$$S_{12} = 6(8 + 55)$$

$$S_{12} = 6(63)$$

$$S_{12} = 378$$

3. Détermine le nombre de termes de chaque somme arithmétique.

$3 + 7 + 11 + \dots + 59$

$$t_1 = 3$$
$$d = 4$$
$$t_n = 59$$

$$59 = 3 + (n-1) \cdot 4$$

$$56 = 4n - 4$$

$$\frac{60}{4} = \frac{4n}{4}$$

$$n = 15$$

Il y a 15 termes

4. Détermine la somme arithmétique à partir du premier et du n<sup>e</sup> terme.

$t_1 = -3$  et  $t_{14} = 62$

$$62 = -3 + (14-1)d$$

$$\frac{65}{13} = \frac{13d}{13}$$

$$d = 5$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} (-3 + 62)$$

$$S_{14} = 7(59)$$

$$S_{14} = 413$$

5. Détermine la somme de tous les multiples de 7 compris entre 1 et 1000.

6. Dans une suite arithmétique, le troisième terme est 24 et le sixième terme est 51. Quelle est la somme des 25 premiers termes.

$$\begin{array}{l}
 t_3 = 24 \\
 t_6 = 51 \\
 S_{25} = ?
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 24 = t_1 + 2d \\
 \underline{-(51 = t_1 + 5d)} \\
 -27 = -3d \\
 \underline{-3} \quad \underline{-3} \\
 d = 9
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 24 - 2(9) = t_1 \\
 24 - 18 = t_1 \\
 t_1 = 6 \\
 S_{25} = \frac{25}{2} (2(6) + (24)(9)) \\
 S_{25} = \frac{25}{2} (278) \quad S_{25} = 2850
 \end{array}$$

7. La somme des deux premiers termes d'une série arithmétique est 19 et la somme de ses quatre premiers termes est 50. Détermine les six premiers termes de la série et la somme de ses 20 premiers termes.

$$\begin{array}{l}
 t_1 + t_2 = 19 \\
 t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 50
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 t_1 + (t_1 + d) = 19 \\
 (2t_1 + d = 19) \times 2 = 4t_1 + 2d = 38
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) = 50 \\
 4t_1 + 6d = 50 \\
 4t_1 + 6d = 50 \\
 \underline{-(4t_1 + 2d = 38)} \\
 4d = 12 \quad d = 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 S_{20} = \frac{20}{2} (2 \cdot 8 + 19 \cdot 3) \\
 S_{20} = 10 (16 + 57) \\
 S_{20} = 1680 \\
 t_1 = 8 \quad t_2 = 11 \quad t_3 = 14 \\
 t_4 = 17 \quad t_5 = 20
 \end{array}$$

## Devoir Leçon 2 : Séries (somme) Arithmétique

1. Détermine la somme arithmétique.  
 $5 + 6,5 + 8 + \dots + 26$

$$t_1 = 5$$

$$d = 1,5$$

$$t_n = 26$$

$$26 = 5 + (n-1) \cdot 1,5$$

$$21 = 5n - 1,5$$

$$22,5$$

2. Détermine la somme arithmétique indiquée :

$(-16) + (-14) + (-12) + \dots$ ; 17 premiers termes

$$n = 17$$

$$t_1 = -16$$

$$d = 2$$

$$S_{17} = \frac{17}{2} (2 \cdot (-16) + (17-1) \cdot 2)$$

$$S_{17} = \frac{17}{2} (-32 + 32) \quad S_{17} = 0$$

3. Détermine le nombre de termes de chaque somme arithmétique.  
 $-2 - 5 - 8 \dots - 74$

$$t_n = -74$$

$$t_1 = -2$$

$$d = -3$$

$$-74 = -2 + (n-1) \cdot (-3)$$

$$-72 = -3n + 3$$

$$-75 = -3n$$

$$\frac{-75}{-3} = \frac{-3n}{-3}$$

$$\boxed{25 = n}$$

c)  $t_1 = 20$ ,  $t_n = -40$  et  $S_n = -210$

$$-40 = 20 + (n-1)d$$

$$-210 = \frac{n}{2} (20 + (-40))$$

$$-210 = \frac{n}{2} (-20)$$

$$\frac{-210}{-10} = \frac{-10n}{-10}$$

$$\boxed{n = 21}$$

4. Détermine la somme arithmétique à partir du premier et du n<sup>e</sup> terme.

$$t_1 = \sqrt{3} \text{ et } t_{10} = 18\sqrt{3}$$

~~$$18\sqrt{3} = \sqrt{3} + 9 \cdot d$$

$$- \sqrt{3} \quad - \sqrt{3}$$

$$\frac{17\sqrt{3}}{9} = \frac{9d}{9}$$~~

$$S_{10} = \frac{10}{2} (\sqrt{3} + 18\sqrt{3})$$

$$S_{10} = 5 (19\sqrt{3})$$

$$S_{10} = 95\sqrt{3}$$

5. Détermine la somme de tous les multiples de 7 compris entre 1 et 1000.

6. Dans une suite arithmétique, le troisième terme est 24 et le sixième terme est 51. Quelle est la somme des 25 premiers termes.

$$t_3 = 24$$

$$t_6 = 51$$

$$S_{25} = ?$$

$$\begin{array}{r} 24 = t_1 + 2d \\ - (51 = t_1 + 5d) \\ \hline -27 = -3d \\ d = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 24 - 2(9) = t_1 \\ 24 - 18 = t_1 \\ 6 = t_1 \end{array}$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} (2 \cdot 6 + (25-1)9)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} (12 + 216)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} (228)$$

$$S_{25} = 2850$$

7. La somme des huit premiers termes d'une suite arithmétique est de 176. La somme des neuf premiers termes est de 216. Détermine le premier et le neuvième terme de la suite.

$$S_8 = 176$$

$$S_9 = 216$$

$$t_9 = 216 - 176$$

$$t_9 = 40$$

$$S_n = \frac{n}{2} (t_1 + t_n)$$

$$216 = \frac{9 \cdot 216}{2} (t_1 + 40)$$

$$216 \cdot \frac{2}{9} = t_1 + 40$$

$$48 = t_1 + 40$$

$$8 = t_1$$

8. Le 15<sup>e</sup> terme d'une suite arithmétique est 43 et la somme des 15 premiers termes de la série est 120. Détermine les trois premiers termes de la série.

$$t_{15} = 43$$

$$S_{15} = 120$$

$$120 = \frac{15 \cdot 215}{2} (t_1 + 43)$$

$$16 = t_1 + 43$$

$$-43 \quad -43$$

$$-27 = t_1$$

$$43 = -27 + (15-1)d$$

$$+27 \quad +27$$

$$70 = 14d$$

$$\frac{70}{14} = \frac{14d}{14}$$

$$d = 5$$

$$t_1 = -27 \quad t_2 = -22$$

$$t_3 = -17$$

9. Détermine  $t_{10}$  et  $S_{10}$  pour chaque série.

a)  $5 + 10 + 15 + \dots$

$$t_1 = 5$$

$$d = 5$$

$$t_{10} = 5 + (9)5$$

$$t_{10} = 50$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (5 + 50)$$

$$S_{10} = 275$$

b)  $10 + 7 + 4 + \dots$

$$t_1 = 10$$

$$d = -3$$

$$t_{10} = 10 + 9 \cdot (-3)$$

$$t_{10} = 10 - 27$$

$$t_{10} = -17$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (10 + (-17))$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (-7)$$

$$S_{10} = -35$$

10. La somme des  $n$  premiers termes d'une série arithmétique est  $S_n = 2n^2 + 5n$

a) Détermine les trois premiers termes de cette série.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 2(1)^2 + 5(1) & S_3 &= 2(3)^2 + 5(3) \\
 S_1 &= 7 \text{ alors } t_1 = 7 & S_3 &= 33 \\
 S_2 &= 2(2)^2 + 5(2) & t_1 + t_2 &= 18 \\
 S_2 &= 18 & 7 + t_2 &= 18 & t_2 &= 11 \\
 & & & & t_3 &= 15
 \end{aligned}$$

b) Détermine la somme des 10 premiers termes de cette série à l'aide de la formule de la somme d'une série arithmétique.

$$\begin{aligned}
 S_{10} &= \frac{10}{2} (2 \cdot 7 + (10-1)4) \\
 S_{10} &= 5(14 + 36) & S_{10} &= 250 \\
 S_{10} &= 5(50)
 \end{aligned}$$

c) Détermine la somme des 10 premiers termes de cette série à l'aide de la formule donnée.

$$\begin{aligned}
 S_{10} &= 2(10)^2 + 5(10) \\
 S_{10} &= 200 + 50 \\
 S_{10} &= 250
 \end{aligned}$$

11. Le deuxième terme et le cinquième terme d'une série arithmétique sont respectivement 40 et 121. Détermine la somme des 25 premiers termes de la série.

$$\begin{aligned}
 t_2 &= 40 & 40 &= t_1 + 1d & 40 &= t_1 + 27 \\
 t_5 &= 121 & 121 &= t_1 + 4d & t_1 &= 13 \\
 \hline
 -81 &= -3d & & & S_{25} &= \frac{25}{2} (13 + 24 \cdot 27) \\
 -3 &= -3 & & & S_{25} &= \frac{25}{2} (661) \\
 27 &= d & 64 & & S_{25} &= 8262,5
 \end{aligned}$$

12. Calcule la valeur du premier terme pour chaque série arithmétique.

a)  $d = 6$  et  $S_n = 574$  et  $n = 14$

$$574 = \frac{14(2t_1 + (14-1)6)}{2}$$

$$\frac{574}{7} = \frac{7(2t_1 + 78)}{7}$$

$$82 = 2t_1 + 78$$

$$\boxed{2 = 2t_1}$$

b)  $d = -3$  et  $S_n = 279$  et  $n = 18$

$$279 = \frac{18(2t_1 + (18-1)(-3))}{2}$$

$$\frac{279}{9} = \frac{9(2t_1 - 51)}{9}$$

$$31 = 2t_1 - 51$$

$$\boxed{t_1 = 41}$$

13. Pour chaque série arithmétique, détermine la valeur de  $n$ .

a)  $t_1 = 8$  et  $t_n = 68$  et  $S_n = 608$

$$68 = 8 + (n-1)d$$

$$608 = \frac{n}{2}(2(8) + (n-1)d)$$

$$60 = nd - d$$

$$nd - 60 = d$$

$$1216 = n(16 + nd - d)$$

$$1216 = n(16 + nd - (nd - 60))$$

$$1216 = n(16 + 60)$$

$$1216 = n(76)$$

$$\boxed{n = 16}$$

b)  $t_1 = -6$  et  $t_n = 21$  et  $S_n = 75$

$$21 = -6 + (n-1)d$$

$$27 = nd - d \quad nd - 27 = d$$

$$75 = \frac{n}{2}(2(-6) + (n-1)d)$$

$$150 = n(-12 + nd - d)$$

$$150 = n(-12 + nd - (nd - 27))$$

$$\frac{150}{15} = \frac{n(15)}{15}$$

$$\boxed{n = 10}$$

