Nom : ______________________________ Date : ________________________

1. Le point P(4, 6) est situé sur le graphique de y = f(x). Quelles sont les coordonnées d'un point qui est situé sur le graphique de $y = -\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}x + 2\right)$?

$-\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}(x+4)\right)$

A) (7, -3) B) (4, -3) C) (1, -3) D) (-2, -3)

$\left(2x-4, -\frac{y}{2}\right)$

2. Quelle équation représente le graphique de la fonction f(x) suite à un étirement horizontal d'un facteur de $\frac{1}{2}$?

A) y = f(2x) B) y = 2f(x) C) y =f($\frac{1}{2}x$) D) y = $\frac{1}{2}f(x)$

3. Identifie comment le graphique de $y = 3^x$ se transforme au graphique de $y = 3^{-x}$.

A) Réflexion par rapport à l'axe des x.
B) Réflexion par rapport à l'axe des y
C) Réflexion par rapport à l'axe des x et l'axe des y.
D) Réflexion par rapport à la droite y = x.

4. Compare le comportement des graphiques des deux fonctions suivantes au voisinage de x = 2.

$(x-2)$

$f(x) = x(x-2)^3(x+2)$ et $g(x) = x(x-2)^2(x+2)$

A. Le graphique de f(x) coupe l'axe des x au point x = 2 et le graphique de g(x) tend vers l'axe des x au point x = 2 mais ne le coupe pas.
B. Le graphique de f(x) tend vers l'axe des x au point x = 2 mais ne le coupe pas et le graphique de g(x) coupe l'axe des x au point x = 2.
C. Le graphique de f(x) coupe l'axe des x au point x = 2 et le graphique de g(x) coupe l'axe des x au point x = 2.
D. Le graphique de f(x) tend vers l'axe des x au point x = 2 mais ne le coupe pas et le graphique de g(x) tend vers l'axe des x au point x = 2 mais ne le coupe pas.

5. Détermine l'image de $(x) = \sqrt{-3x-6} - 2$. $\sqrt{-3(x+2)} - 2$

Domaine :]$-\infty$, -2] Image : [-2, ∞[

6. Détermine l'image de $(x) = -\sqrt{x-2} + 3$.

Domaine : [2, ∞[Image :]$-\infty$, 3]

7. Décris comment déterminer l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction rationnelle si le degré du polynôme du numérateur et le degré du polynôme du dénominateur sont égaux. /1

Tu utilises les coefficients des variables avec le plus grand degré et tu les divises.

8. Détermine l'abscisse à l'origine du graphique de $f(x) = e^x - 1$. /1

$0 = e^x - 1$ $x = 0$

$1 = e^x$

9. Détermine l'équation de l'asymptote pour le graphique $y = 3^{x-2} - 4$ qui subit une réflexion par rapport à la droite $y = x$. /1

$y = -4$

$x = -4$

10. Détermine l'asymptote de $y = \log_4(-x - 2)$. /1

$-(x+2)$

$x = -2$

11. Identifie la forme logarithmique de $5^x = 6$. $x = \log_5 6$

A) $\log_5 x = 6$ B) $\log_5 6 = x$ C) $\log_6 x = 5$ D) $\log_6 5 = x$

12. Évalue: $\sin(-\frac{5\pi}{4})\cos(\frac{10\pi}{3}) - \cot(\frac{\pi}{6})\tan(4\pi)$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot -\frac{1}{2} - \sqrt{3} \cdot 0 = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

13. Résous algébriquement:
$2(8^{2x}) = 3^x$

$\log 2(8^{2x}) = \log 3^x$

$\log 2 + 2x\log 8 = x\log 3$

$\log 2 = x\log 3 - 2x\log 8$

$\log 2 = x(\log 3 - 2\log 8)$

$\frac{\log 2}{\log 3 - 2\log 8} = x$

14. Résous: $\log_2(3x^2 - 6x) - \log_2 3 = 3$

$\log_2 \frac{(3x^2 - 6x)}{3} = 3$

$2^3 = x^2 - 2x$

$0 = x^2 - 2x - 8$

$0 = (x-4)(x+2)$

$x = 4$ $x = -2$

15. a) Le pH d'une substance est définie par pH = -log[H+], quand [H+] est l'hydrogène de concentrations d'ion en mol/L. Si le pH du jus de limon est 2.3 et le pH du lait est 6.5, Trouve chaque concentration d'ion et trouve combien de fois de plus de concentration d'ion de lait qu'en le jus de limon.

$2,3 = -\log[H^+ \text{ jus limon}]$ $\quad 10^{-2,3} = [H^+ \text{ jus limon}]$ $\quad \dfrac{10^{-2,3}}{10^{-6,5}} = \dfrac{[H^+ \text{ limon}]}{[H^+ \text{ lait}]}$

$6,5 = -\log[H^+ \text{ lait}]$ $\quad 10^{-6,5} = [H^+ \text{ lait}]$ $\quad = 15848,932$

b) On veut investir dans un compte d'épargne qui donne un intérêt annuel de 3 % composé mensuellement. Combien d'investissements mensuels de 50 $ seront nécessaires pour que la valeur finale soit de 50 000 $? Utilise la formule : Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

$$VF = \frac{R\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$$

où VF = la valeur finale

R = le montant investi

$$i = \frac{\text{le taux d'intérêt annuel}}{\text{le nombre de compositions en une année}}$$

n = le nombre d'investissements

$$50\,000 = \frac{50\left[\left(1+\frac{0,03}{12}\right)^n - 1\right]}{\frac{0,03}{12}}$$

$2,5 = [(1,0025)^n - 1]$

$3,5 = 1,0025^n$

$\dfrac{\log 3,5}{\log 1,0025} = \dfrac{n \log 1,0025}{\log 1,0025}$

$n = 501,731$

502 investissements

c) A person borrows $15000 to buy a car. The person can afford to pay $300 a month. The loan will be repaid with equal monthly payments at 6% annual interest, compounded monthly. How many monthly payments will the person make?

$$PV = \frac{R[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$15\,000 = \frac{300\left[1 - \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{-n}\right]}{\frac{0,06}{12}}$$

$0,25 = 1 - 1,005^{-n}$

$-0,75 = -1,005^{-n}$

$0,75 = 1,005^{-n}$

$\dfrac{\log 0,75}{-\log 1,005} = \dfrac{-n \log 1,005}{-\log 1,005}$

$n = 57,680$

$\boxed{n = 58}$

16. a) Donné $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ et $\csc\beta = -3$, quand α et β est en quadrant III, calcule la valeur exacte de $\cos(\alpha - \beta)$.

b) Détermine la valeur exacte de $\frac{1}{4}\sec(-\frac{\pi}{12})$.

$\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$ $\quad \sin\beta = -\dfrac{1}{3}$

$\cos^2\beta = 1 - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^2$

$\dfrac{9}{9} - \dfrac{1}{9}$

$\cos\beta = \pm\sqrt{\dfrac{8}{9}}$ $\quad -\sqrt{8}$

$\cos\beta = -\dfrac{\sqrt{8}}{3} = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos(\alpha-\beta) = \left(-\dfrac{4}{5}\right)\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \left(-\dfrac{3}{5}\right)\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

$= \dfrac{8\sqrt{2}+3}{15}$ ou $4\sqrt{8}+3/15$ a)

$\sec\left(\dfrac{3\pi}{12} - \dfrac{4\pi}{12}\right)$

$\cos\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{3} + \sin\dfrac{\pi}{4}\sin\dfrac{\pi}{3}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

$\sec\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

$\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ b)

17. Résous l'équation suivante:

$5\sin^2 x - 49\sin x - 10 = 0$

Donne la solution en radians, à 3 places decimals.

$(5\sin x + 1)(\sin x - 10) = 0$

$\sin x = -\frac{1}{5}$ $\qquad$ ~~$\sin x = 10$~~ aucune solution

$\theta = \pi + \sin^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

$\theta = 3{,}343$

$\theta = 2\pi - \sin^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

$\theta = 6{,}082$

b) Résous l'équation suivant dans l'intervalle ~~[0°, 360°]~~ $0, 2\pi$ à 3 places décimal.

$\sin^2 x - 4\sin x - 1 = 0$

$$\sin x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$\sin x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$\sin x = \frac{4 - \sqrt{20}}{2} = -0{,}2360679775$

~~$\sin x = \frac{4 + \sqrt{20}}{2}$~~ aucune solution

$\theta = \pi + \sin^{-1}\left(\frac{4 - \sqrt{20}}{2}\right)$ $\quad$ $180°$

$\theta = 2\pi - \sin^{-1}\left(\frac{4 - \sqrt{20}}{2}\right)$ $\quad$ $360°$

$\theta = 193{,}655°$

$\theta = 346{,}345$

18. Dans une classe, il y a 5 filles et 7 garçons.

a) Combien de comités de 5 personnes est-ce qu'on peut avoir s'il y a besoin d'avoir 3 filles et ~~4~~ 2 garçons sur le comité. Donne ta réponse en forme nombre entier.

$${}_5C_3 \cdot {}_7C_2 = 210$$

b) Combien de comités de 5 personnes est-ce qu'on peut avoir s'il y a besoin au moins une fille sur le comité. Donne ta réponse en forme nombre entier.

$${}_{12}C_5 - ({}_5C_0 \cdot {}_7C_5) = 771$$

c) Détermine combien de comité de 5 personnes est-ce qu'on peut avoir si Emma et Jaques doivent être sur le comité.

$${}_2C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_6C_1 = \boxed{36}$$

19. Dans l'expansion binominal$\left(\frac{5}{x^3} - x^2\right)^{15}$, il y a un terme, quand simplifié qui contiens x^5.

Quel terme contient x^5 et simplifie complètement le terme.

$$x^5 = \cancel{15Ck}\,(x^{-3})^{15-k}(x^2)^k$$

$$x^5 = x^{-45+3k} \cdot x^{2k}$$

$$x^5 = x^{-45+5k}$$

$$5 = -45 + 5k$$
$$+45 \quad +45$$
$$\frac{50}{5} = \frac{5k}{5} \qquad k = 10$$
$$\boxed{t_{11}}$$

20. Un angle coterminale pour $35\pi/4$ est :

$$\frac{35\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \qquad \theta = \frac{43\pi}{4}$$

$$\frac{35\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} \qquad \theta = \frac{27\pi}{4}$$

21. La valeur exacte de $\cot\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

$$\cot\frac{11\pi}{6} = -\sqrt{3}$$

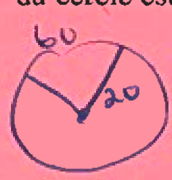
22. Trouve la valeur de $\sin\left(\frac{-19\pi}{6}\right)$ $-12\pi/6,\ -\frac{24\pi}{6}$

$$\sin\left(\frac{-19\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

23. Un angle de 20 rads est équivalent à quoi en degré.

$$20 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{3600}{\pi}$$

24. Sur un cercle, la longueur de l'arc intercepté par un angle centrale de θ est 60 cm. Si le rayon du cercle est 20 cm, c'est quoi la mesure de θ en radians.



$$s = \theta r \qquad \frac{6\cancel{0}}{2\cancel{0}} = \theta \qquad \theta = 3$$

25. Un cercle à un rayon de 12 cm. Trouve la longueur de l'arc qui est intercepté par l'angle centrale de 100° à une place décimale.

$r = 12cm$ $\quad \theta = 10\cancel{0}° \cdot \frac{\pi}{18\cancel{0}} = \frac{5\pi}{9}$ $\quad \boxed{S = \frac{5\pi}{9} \cdot 12 = 20{,}9cm}$

$\theta = 100°$

26. Trouve la période du graphique qui à l'équation est $y = \tan\frac{1}{3}\theta$ ainsi que l'image.

$\pi \cdot \frac{3}{1} = \boxed{3\pi}$

27. Convertis $7\pi/18$ en degrés.

$\frac{7\cancel{\pi}}{18} \cdot \frac{180°}{\cancel{\pi}} = 70°$

28. Détermine la valeur pour $\sin\theta$ et $\cot\theta$ si $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

$r^2 - x^2 = y^2$

$(\sqrt{10})^2 - (1)^2 = y^2$

$10 - 1 = y^2$

$\pm\sqrt{9} = \sqrt{y^2}$

$\sin\theta = \pm\frac{3}{\sqrt{10}}$

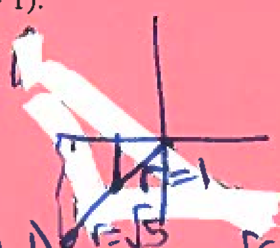
$\cot\theta = \pm\frac{1}{3}$

29. Trouve les coordonnée de la point d'intersection de la cercle unitaire et la segment du ligne de l'origine à le point (- 2, - 1).

$(-2)^2 + (-1)^2 = r^2$

$4 + 1 = r^2$

$r = \sqrt{5}$



$\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$

√5 fois plus petit

30. Trouve la valeur numérique de $\sec(\pi/3)$

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\quad \sec\frac{\pi}{3} = 2$

31. Résous pour θ dans l'interval [0, 2π], si $\cos^2\theta = \sin^2\theta + \sin\theta$

$\cos^2\theta - \sin^2\theta - \sin\theta = 0$

$(1 - \sin^2\theta) - \sin^2\theta - \sin\theta = 0$

$-2\sin^2\theta - \sin\theta + 1 = 0$

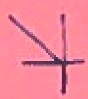
$2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

$(2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 1) = 0$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \sin\theta = -1$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ $\quad \theta = 5\pi/6$ $\quad \theta = 3\pi/2$

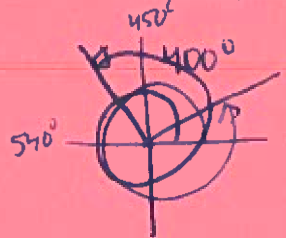
32. L'angle A est en quad II et sinA = 3/5. Trouve la valeur exacte de cosA.



$\cos A = \frac{-4}{5}$

$(5)^2 - (3)^2 = x^2$

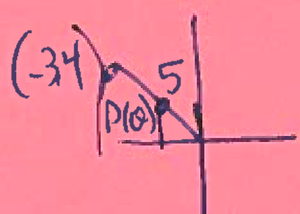
33. Un angle de 400° est dessiné en position standard. Si le côté terminal fair un rotation de $\pi/2$ radians, la nouvelle angle serait dans quelle quadrant?



$400° + 90° = 490°$

Quadrant II

34. Le point $P(\theta)$ intersect le cercle unitaire avec la ligne de l'origine et le point (-3, 4). Trouve le coordonné de $P(\theta)$?



rapport ÷ 5

$P\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

35. Trouve la valeur exacte de : $\cot\frac{7\pi}{6} - \tan\frac{\pi}{6} - \sec\frac{\pi}{6}$

$\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} = 0$

36. Donne un angle coterminale positive de $-15\pi/7$.

$\frac{-15\pi}{7} + 2\pi n, n \in Z$

$\frac{-15\pi}{7} + \frac{14\pi}{7} = \frac{-\pi}{7}$

$\frac{-\pi}{7} + \frac{14\pi}{7} = \boxed{\frac{13\pi}{7}}$

37. Trouve les valeurs exacte(s) de x : $\sin^2 x - 3\cos x = 3$, quand $0 \le x < 2\pi$

$(1-\cos^2 x) - 3\cos x - 3 = 0$

$-\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

$\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$

$(\cos x + 2)(\cos x + 1) = 0$

$\cancel{\cos x = -2}$ aucune solution

$\cos x = -1$

$\theta = \pi$

38. Résous l'équation suivante dans l'intervalle [0, 2π].

$$12\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$$

$(4\sin\theta - 1)(3\sin\theta + 1) = 0$

$\sin\theta = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $\sin\theta = -\frac{1}{3}$

/3

$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 0{,}253$

$\theta = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 2{,}889$

$\theta = \pi + \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 3{,}481$

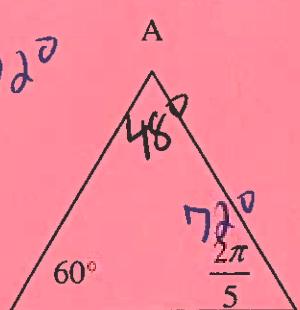
$\theta = 2\pi - \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 5{,}943$

39. Trouve la mesure de $\angle A$. Ta réponse peut être exprimée en radians ou en degrés.

$\angle A = 180° - 60° - 72°$

$\boxed{\angle A = 48°}$

$\frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180°}{\pi} = 72$



$48° \cdot \frac{\pi}{180°} = \angle A$

$\frac{\pi}{1} - \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{5} = \angle A$

/1

$\boxed{\angle A = \frac{4\pi}{15}}$

$\frac{15\pi - 5\pi - 6\pi}{15} = \frac{4\pi}{15}$

40. La solution d'une équation trigonométrique est : $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in Z$.

Laquelle des équations suivantes à cette solution ?

a) $\cos x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ **b)** $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ **c)** $\tan x = -1$ $\qquad$ **d)** $\cot x = 1$

41. Trouve la valeur exacte de $\sin\left(\frac{-11\pi}{4}\right)$

$0, -\frac{8\pi}{4}, -\frac{16\pi}{4}$ $\quad$ $-\frac{4\pi}{4}$ $\quad$ $-\frac{12\pi}{4}$

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ **b)** $-\frac{1}{2}$ $\qquad$ **c)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ **d)** $\frac{1}{2}$

42. Détermine la **solution générale en radians** pour l'équation suivante :

$$cos\theta = cos\theta tan\theta$$

$0 = cos\theta tan\theta - cos\theta$

$0 = cos\theta(tan\theta - 1)$

$0 = cos\theta \qquad tan\theta = 1$

$\cancel{\theta = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z}$ $\qquad \theta = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

43. Le point $\left(\frac{\sqrt{4}}{4}, \frac{2\sqrt{4}}{4}\right)$ se trouve-t-il sur le cercle unitaire ?

$\left(\frac{\sqrt{4}}{4}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{4}}{4}\right)^2 = r^2$

$\frac{4}{16} + \frac{16}{16} = r^2$

$\sqrt{\frac{20}{16}} = \sqrt{r^2}$

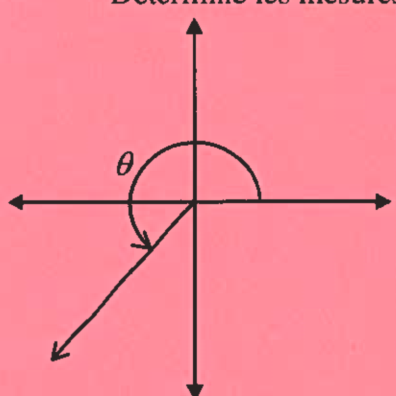
$\frac{\sqrt{20}}{4} \neq 1$

$\frac{2\sqrt{5}}{4} \neq 1$

Non, le point ne se trouve pas sur le cercle unitaire.

44. L'angle θ, mesurant $\frac{5\pi}{4}$, est tracé en position normale tel qu'illustré ci-dessous.

Détermine les mesures de tous les angles dans l'intervalle [-4π, 3π] qui sont coterminaux avec θ.



$-\frac{16\pi}{4}, \frac{12\pi}{4}$

$\frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

$\frac{5\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = 13\pi/4$

$\frac{5\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$

$-\frac{3\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$

$\cancel{\frac{13\pi}{4}}$

$\boxed{-\frac{3\pi}{4} \text{ et } -\frac{11\pi}{4}}$

45. Quel quadrant se trouve l'angle : Justifie

$\theta = \frac{5\pi}{6} + 3$ radians

3 radians $\approx \pi$

$= \frac{6\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6} + \frac{6\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

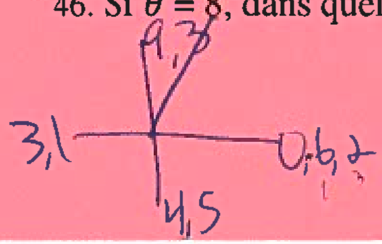
ou

$5\pi/6$

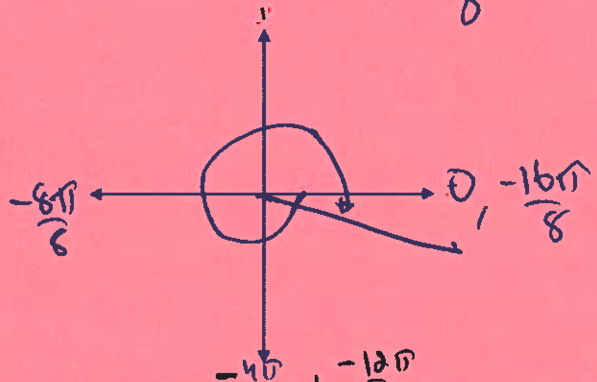
+3 radian

QIV

46. Si $\theta = 8$, dans quel quadrant se trouve P(θ) ? QI

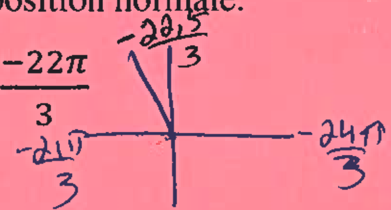


47. Trace l'angle. $-\frac{17\pi}{8}$



48. Détermine les coordonnées d'un point (x, y) sur le cercle unitaire si l'angle est en position normale.

$\theta = \dfrac{-22\pi}{3}$



$\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

49. Trouve les valeurs exactes et évalue.

a) $\sin^2\left(\frac{13\pi}{6}\right) - \cos^2\left(\frac{-5\pi}{6}\right) - \sec\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

$\cos\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{2}{1}\right)$

$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 2$

$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

b) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\csc\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cot\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

$\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{\sqrt{3}}} - (-1)$

$1 + 1 = 2$

54. Trouve la réciproque de la fonction y = (3x – 2)/4

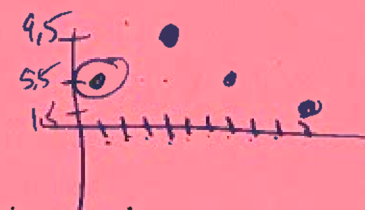
$x = \frac{3y-2}{4}$ $\quad y = \frac{4x+2}{3}$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{4x+2}{3}$

55. À 4 a.m. l'eau est à une hauteur maximum de 9.5 mètres. À 10 a.m. la même journée la hauteur de l'eau est à un minimum de 1.5 mètres. La hauteur, h, de l'eau varie sinusoïdalement, avec le temps, t.

Détermine la fonction sinusoïdale qui représente la fonction. (sin et cos !!!)

$A = \frac{9{,}5-1{,}5}{2} = 4$ $\quad$ période $= (10-4)\cdot 2 = 12$

$B = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$



$D = \frac{9{,}5+1{,}5}{2} = 5{,}5$ $\quad h(t) = 4\sin\frac{\pi}{6}(t-1)+5{,}5$

$h(t) = 4\cos\frac{\pi}{6}(t-4)+5{,}5$

56. Si $f(x) = x^2$ et le graphique a un déplacement de 2 unités à la droite, une équation pour le graphique est :

$y = (x-2)^2$

57. Donné f(x) = x + 2 et g(x) = x^2 – 4, détermine: 3 points

a) f(x) + g(x)

$x+2+x^2-4$

$y = x^2+x-2$

b) g(x) – f(x)

$(x^2-4)-(x+2)$

$y = x^2-x-6$

c) f(x) – g(x)

$(x+2)-(x^2-4)$

$y = -x^2+x+6$

58. Donné f(x) = $2x^2$ et g(x) = 4/x, détermine : 2 points

a) f(g(x))

$f\left(\frac{4}{x}\right) = 2\left(\frac{4}{x}\right)^2 = \frac{32}{x^2}$

b) g(f(x))

$g(2x^2) = \frac{4}{2x^2} = \frac{2}{x^2}$

59. Donné f(x) = x^2 et g(x) = x + 1, détermine: 2 points

a) f(g(-2))

$g(-2) = -2+1 = -1$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

b) g(f(-2))

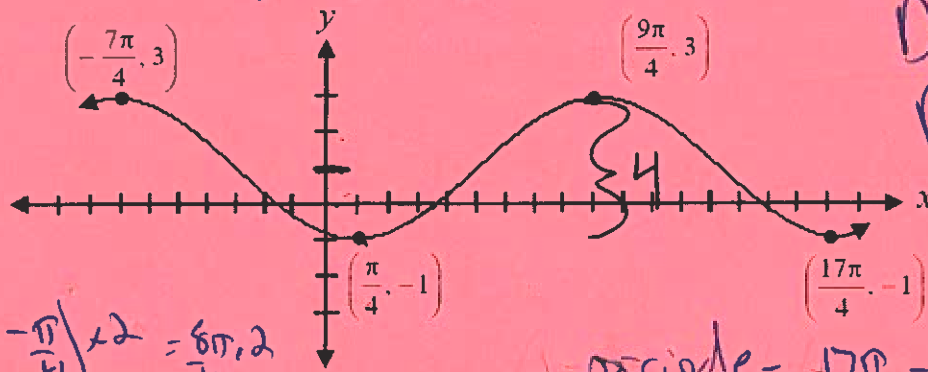
$f(-2) = (-2)^2 = 4$

$g(4) = 4+1 = 5$

50.

The equation $y = A\cos(B(x - C)) + D$ is represented by the graph shown below. Give a possible set of values for A, B, C, and D.

$\frac{9\pi}{4} - \left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$



A = -2 | ou 2

D = 2 | 2

B = $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$

C = π/4 | C = 9π/4

B = 2π/4π

$\left(\frac{9\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \times 2 = \frac{8\pi}{4} \cdot 2 = 4\pi$

période = $\frac{17\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$

51. L'abscisse de y = f(x) est 6. C'est quoi l'abscisse de y = f(2x).

$\left(\frac{x}{2}, y\right)$ $x = 3$

52. Si le point (-3, 2) est sur le graphique de y = f(x), Quelle point doit être sur le graphique y = $f^{-1}(x)$?

(2, -3)

53. Décris les transformations en mots de f(x) : y = -2f(x + 1) – 5

- Étirement vertical par un facteur de 2.
- Reflexion par rapport à l'axe des x.
- Translation horizontal vers la gauche par 1 unité.
- Translation vertical vers le bas par 5 unités.

60. Le graphique de la fonction ~~$g(x)$ est obtenue.~~ Par réfléchir le graphique de $f(x)$ par rapport de l'axe des x, et après un mouvement verticale de 4 unités. Écris l'équation de $g(x)$ en termes de $f(x)$.

vers haut

$g(x) = -f(x) + 4$

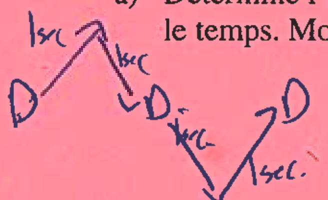
$g(x) = -f(x) - 4$ vers le bas

61. Détermine une nouvelle valeur de b pour la fonction

62. Pendant son cours de physique, Stéphanie mène une expérience sur la fréquence des vagues dans une cuve à ondes. Au début de l'expérience, elle place une règle dans la cuve et note un niveau d'eau médiane de 10 cm. L'eau monte ensuite à une hauteur maximale de 13 cm au bout de 1 seconde.

$t=0$ $D=10$ $t=1$ haut max $=13$ min. 7

a) Détermine l'équation de régression sinusoïdale qui modélise la relation entre le niveau d'eau et le temps. Montre ton travail.



periode $= 4$

$B = \frac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$

$A = 3$

$D = 10$

$B = \frac{1}{2}\pi$

$C = 1$

$A = 3$ $C = 0$

$D = 10$

$B = \frac{1}{2}\pi$

$h(t) = 3\cos \frac{1}{2}\pi(t-1) + 10$

$\sin\theta$

$h(t) = 3\sin(\frac{1}{2}\pi t) + 10$

b) Stéphanie règle le moteur afin de générer les vagues plus rapidement. Écris une équation qui peut modéliser ce changement si toutes les autres conditions restent les mêmes.

periode plus petit

alors B plus grand

c)

$h(t) = 3\cos 2\pi(t-1) + 10$

ou

$h(t) = 3\cos 2\pi t + 10$

63. Prouve $\dfrac{\tan\theta \cdot \csc^2\theta}{\tan^2\theta + 1} = \cot\theta$

$$= \frac{\tan\theta \cdot \csc^2\theta}{\sec^2\theta}$$

$$= \frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin^2\theta} \div \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{1}{\cancel{\cos\theta}\sin\theta} \cdot \frac{\cos^2\theta}{1}$$

$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta \checkmark$$

64. Prouve l'identité $\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \cos 2\theta$

$$= \frac{1 - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\sec^2\theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta} \div \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\cos 2\theta}{\cancel{\cos^2\theta}} \cdot \frac{\cancel{\cos^2\theta}}{1}$$

$$= \cos 2\theta \checkmark$$

65. Trouve la valeur exacte de $\sin\dfrac{11\pi}{12}$ et de $\csc\dfrac{11\pi}{12}$:

$$\sin\left(\frac{8\pi}{12} + \frac{3\pi}{12}\right)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\frac{2\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{11\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\csc\frac{11\pi}{12} = \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

66. Simplifie $\cos^2(\alpha+\beta)+\sin^2(\alpha+\beta)$ $= 1$

$\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha+\beta)$

$(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\alpha)\cdot(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\ldots)$

$(\cos^2\alpha\cos^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta + \sin^2\alpha\sin^2\beta) + \sin^2\alpha\cos^2\beta + 2\sin\beta\sin\alpha\cos\beta\cos\alpha + \sin^2\beta\sin^2\alpha$

67. Prouve l'identité de $\tan x = \dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$

$$= \frac{2\sin x\cos x}{1 + 2\cos^2 x - 1}$$

$$= \frac{\cancel{2}\sin x\cancel{\cos x}}{\cancel{2}\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

68. L'angle α est en quad II et $\sin\alpha = 3/5$.

a) Trouve la valeur numérique exacte de $\cos\alpha$

$\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$

b) Trouve la valeur numérique exacte de $\cos(\alpha - 60°)$ $= \cos\alpha\cos 60° + \sin\alpha\sin 60°$

$$\cos(\alpha - 60°) = \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= -\frac{4}{10} + \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

$$\cos(\alpha - 60°) = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$$

69. Prouve $\frac{\cos^2 x}{\sin x - \sin^2 x} = 1 + \csc x$

$= \frac{1-\sin^2 x}{\sin x(1-\sin x)}$

$= \frac{\cancel{(1-\sin x)}(1+\sin x)}{\sin x\cancel{(1-\sin x)}}$

$= \frac{1+\sin x}{\sin x}$

$= \frac{1}{\sin x} + \frac{\sin x}{\sin x}$

$= \csc x + 1$ ✓

70. Résous.

$3^{x+4}=7^{2x+1}$

$\log 3^{x+4} = \log 7^{2x+1}$

$(x+4)\log 3 = (2x+1)\log 7$

$x\log 3 + 4\log 3 = 2x\log 7 + \log 7$

71. Si $\log_a 2=0{,}3562$ et $\log_a 5 = 0{,}8271$, justifie que $\log_a 40 = 1{,}8957$

$\log_a 40 = \log_a 2^3 \cdot 5$

$= 3\log_a 2 + \log_a 5$

$\log_a 40 = 3$

72. Développe $\log_5\left[\frac{\sqrt{x}}{x^4(x+2)}\right]$. $= \frac{1}{2}\log_5 x - 4\log_5 x - \log_5(x+2)$

73. Évalue.

$\log_2 \frac{1}{32} = -5$

74. Si $\log_a x = 16$, trouve la valeur de $\log_a \sqrt{x}$.

$a^{16} = x$

$\log_a \sqrt{a^{16}}$

$\log_a a^{\frac{16}{2}}$

$\log_a a^8 = 8$

75. Résous.

$\log_9(\log_4 x) = \frac{1}{2}$

$9^{\frac{1}{2}} = \log_4 x$

$3 = \log_4 x$

$4^3 = x$

$64 = x$

$-3 = \log_4 x$

$4^{-3} = x$

$x = \frac{1}{64}$

76. Détermine l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine pour la fonction.

absc. - $y = \log(10 - 3x) - 2\log x$

$0 = \log\frac{(10-3x)}{x^2}$

$10^0 = \frac{10-3x}{x^2}$

$1 = \frac{10-3x}{x^2}$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$(x+5)(x-2) = 0$

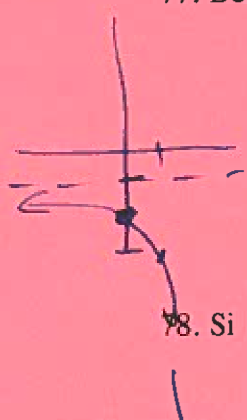
$\cancel{x = -5}$ $x = 2$

ord.

$y = \log(10 - 3(0)) - 2\log$

aucun ordonnée

77. Détermine l'image pour $y = -2^x - 1$.



$]-\infty, -1[$

78. Si $\log_a 2 = p$ et $\log_a 3 = q$, trouve l'expression pour $\log_a 6a$ en termes de p et q.

$\log_a 6a = \log_a 2 + \log_a 3 + \log_a a$

$= p + q + 1$

79. Trouve $f^{-1}(x)$, si $f(x) = e^x$

$y = \ln x \longrightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \ln x}$

80. Résous.

$e^x = 8^{1-x}$

$\ln e^x = \ln 8^{1-x}$

$x \ln e = (1-x)\ln 8$

$x = \ln 8 - x\ln 8$

$x + x\ln 8 = \ln 8$

$x(1+\ln 8) = \ln 8$

$x = \dfrac{\ln 8}{(1+\ln 8)}$

$\boxed{x = 0{,}675}$

81. Simplifie l'expression $\dfrac{\log x^6}{\log x^3}$

$\dfrac{6\log x}{3\log x} = \boxed{2}$

82. Détermine la valeur de x.

$x = e^{2\ln 3}$

$x = e^{\ln \boxed{9}}$

preuve

$\ln x = \ln e^{2\ln 3}$

$\ln x = 2\ln 3$

$\ln x = \ln 3^2$

83. Résous.

$\log_2(2-x) = 1 - \log_2(3-x)$

$\log_2(2-x) + \log_2(3-x) = 1$

$\log_2(2-x)(3-x) = 1$

$2^1 = (2-x)(3-x)$

$2 = 6 - 5x + x^2$

$0 = x^2 - 5x + 4$

$0 = (x-4)(x-1)$

~~$x = 4$~~

$x = 1$

84. The lights are left on when a car is parked. The battery discharges and the voltage, V volts, of the battery is given at any time by: $V = V_0e^{-kt}$ $V^o = 12$ volts, $k = 0.01$ and t in minutes. Find, to the nearest minute, the time it takes for the battery charge to reduce to 9 volts.

$9 = 12e^{-0{,}01t}$

$\ln e = 1$

$0{,}75 = e^{-0{,}01t}$

$\ln 0{,}75 = \ln e^{-0{,}01t}$

$\dfrac{\ln 0{,}75}{-0{,}01} = \dfrac{-0{,}01t}{-0{,}01}$

$t = 28{,}768\ldots$

$= 29$ minutes

$\log a^3 + b = \log a^3 \cdot b$

85. Si $\log 24 = 3\log a + \log b$, alors détermine une valeur possible pour a et b. Justifie votre réponse.

$\log 24 = \log 2^3 \cdot 3$ $\qquad a = 2 \quad b = 3$

86. Développe a) $\log\left[\dfrac{t^5}{3\sqrt{q}}\right]$. b) $\log_4\left[\dfrac{(x+9)\sqrt{x}}{x^3}\right]$

$5\log t - \log q^{\frac{1}{2}} - \log 3$

$5\log t - \frac{1}{2}\log q - \log 3$

$\log_4(x+9) + \frac{1}{2}\log x - 3\log_4 x$

87. Résous.

a) $\ln e^5 + 2\ln e^{-3} = x$

$5\ln e + (-6)\ln e = x$

$5 - 6 = x \qquad x = -1$

b) $\ln e^{\sqrt{x}} = 8$

$\sqrt{x}\ln e = 8$

$(\sqrt{x}) = (8)^2$

$\boxed{64 = x}$

88. Détermine tous les facteurs et zéros pour $(x^3 + 9x^2 - 5x + 5) \div (x + 2)$.

$2x^3 - 9x^2 - 33x - 14$

$$\begin{array}{c|cccc} -2 & 2 & -9 & -33 & -14 \\ & \downarrow & -4 & 26 & 14 \\ \hline & 2 & -13 & -7 & 0 \end{array}$$

Facteurs

$(x+2)$

$(2x+1)$

$(x-7)$

$x = -2,\ x = -\frac{1}{2},\ x = 7$

89. Détermine si x = 1 est un zéro de $12x^3 + 13x^2 - 23x + 7$. Justifie.

$P(1) = 12(1)^3 + 13(1)^2 - 23(1) + 7$

$= 12 + 13 - 23 + 7$

$P(1) = 25 - 23 + 7$

$= 9$

Non, x=1 n'est pas un zéro, parce qu'il y a une reste

90. Factorise complètement.

$x^3 - 4x^2 + x + 6$

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & \downarrow & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x^2 - 5x + 6) = P(x)$

$(x+1)(x-2)(x-3) = P(x)$

Divise $0x^3$

91. ~~Détermine tous les zéros~~ de $f(x) = x^4 - x^2 - 3x - 6$ si $x = 2$ est un.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -3 & -6 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 6 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 3 & 0 \end{array}$$

$(x-2)(x^3+2x^2+3x+3)$

$= x^4 - x^2 - 3x - 6$

92. Donne la multiplicité de chaque zéros pour la fonction $f(x) = x(x + 1)^3(x - 2)^2$

$x = 0$ multiplicité de 1

$x = -1$ multiplicité de 3 → (aplatit sur l'axe des x et croise)

$x = 2$ multiplicité de 2 → (rebondit sur l'axe des x)

93. Détermine quelle fonction a un asymptote vertical de $x = 2$

a) $y = (x - 2)/x$ $x = 0$

b) $y = (x + 2)/x$ $x = 0$

c) $y = x/(x - 2)$ $x = 2$

d) $y = x/(x + 2)$ $x = -2$

e) $y = (x - 2)/(x - 2)$

$y = \frac{\cancel{x-2}}{\cancel{x-2}} = 1$