

## Les Fonctions Rationnelles

1. Effectue les calculs et détermine les valeurs non permises.

a)  $\frac{x^2+2x-3}{x^2+6x+8} \times \frac{x^2+2x-8}{x^2+x-6}$  V.N.P.  
 $x = -4$   
 $x = \pm 2$   
 $x = -3$

$$\frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x+4)}\cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{(x+4)}\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}}$$

$$= \frac{x-1}{x+2}$$

b)  $\frac{2x^2-11x-6}{x^2+14x-15} \div \frac{2x^2-9x-5}{x^2-6x+5}$  V.N.P.  
 $x = -15$   
 $x = 1$   
 $x = -\frac{1}{2}$   
 $x = 5$

$$\frac{\cancel{(2x+1)}\cancel{(x-6)}}{(x+15)\cancel{(x-1)}} \cdot \frac{\cancel{(x-5)}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(2x+1)}\cancel{(x-5)}}$$

$$\frac{x-6}{x+15}$$

c)  $\frac{3}{x^2+3x+2} - \frac{3x}{x^2-1}$  V.N.P.  
 $x = -2$   $x = -1$

$$\frac{3(x-1)}{(x+2)(x+1)(x-1)} - \frac{3x(x+2)}{(x+1)(x-1)(x+2)}$$

$$\frac{3x-3-3x^2-6x}{(x+2)(x+1)(x-1)} = \frac{-3x^2-3x-3}{(x+2)(x+1)(x-1)}$$

d)  $\frac{1}{2z-3} + \frac{2}{z+1}$  V.N.P.  $z = \frac{3}{2}$   $z = -1$

$$\frac{1(z+1)}{(2z-3)(z+1)} + \frac{2(2z-3)}{(z+1)(2z-3)}$$

$$\frac{z+1+4z-6}{(2z-3)(z+1)} = \frac{5z-5}{(2z-3)(z+1)}$$

$$= \frac{5(z-1)}{(2z-3)(z+1)}$$

e)  $\frac{10}{t^2+4t+4} - \frac{2}{t^2-4}$  V.N.P.  
 $t = \pm 2$

$$\frac{10(t-2)}{(t+2)(t+2)(t-2)} - \frac{2(t+2)}{(t+2)(t-2)(t+2)}$$

$$\frac{10t-20-2t-4}{(t+2)(t+2)(t-2)} = \frac{8t-24}{(t+2)(t+2)(t-2)}$$

f)  $\frac{m^2-9}{m^2-2m-3} \times \frac{6m+12}{-3-m} \div \frac{3}{m+1}$  V.N.P.  
 $m = \pm 3, -1$

$$\frac{\cancel{(m+3)}\cancel{(m-3)}}{\cancel{(m-3)}\cancel{(m+1)} - \cancel{(m+3)}} \cdot \frac{2(m+2)}{3} \cdot \frac{m+1}{3}$$

$$\frac{2(m+2)}{-1} = -2(m+2) \text{ ou } -2m-4$$

Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

2. Résous les équations rationnelles et liste les restrictions (valeurs non permises).

$$a) \frac{3}{x+2} + \frac{5}{x-3} = \frac{3x}{x^2-x-6} - 1$$

P.P.D.C.  
 $(x-3)(x+2)$

$$x^2 - x - 6$$

↑

V.N.P.  
 $x = -2$   
 $x = 3$

$$\frac{3(x-3)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} + \frac{5(x-3)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x-3}} = \frac{3x(x-3)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}} - 1(x-3)(x+2)$$

$$3x-9 + 5x+10 = 3x - x^2 + x + 6$$

$$8x+1 = -x^2 + 4x + 6$$

$$0 = -x^2 - 4x + 5 \rightarrow 0 = x^2 + 4x - 5$$

$$0 = (x+5)(x-1) \quad \boxed{x = -5 \quad x = 1}$$

$$b) \frac{4}{x^2-8x+12} = \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x-6}$$

P.P.D.C.  $(x-6)(x-2)$

V.N.P.

$x = 6$

$x = 2$

$$\frac{4\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}} = \frac{x\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} + \frac{1\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-6}}$$

$$4 = x^2 - 6x + x - 2$$

$$0 = x^2 - 5x - 6$$

$$0 = (x-6)(x+1)$$

V.N.P.  $x = 6$   $x = -1$

$$c) \frac{2}{y+3} = \frac{y-2}{2y} + \frac{2}{y}$$

P.P.D.C.  
 $2(y+3)(y)$

V.N.P.

$y = -3$

$y = 0$

$$\frac{2(2)\cancel{(y+3)}\cancel{(y)}}{\cancel{y+3}\cancel{y}} = \frac{(y-2)\cancel{(y)}\cancel{(y+3)}\cancel{(y)}}{\cancel{y}\cancel{(y+3)}\cancel{y}} + \frac{1(2)\cancel{(y+3)}\cancel{(y)}}{\cancel{y}}$$

$$4y = y^2 + y - 6 + 2y^2 + 6y$$

$$0 = 3y^2 + 3y - 6$$

$$0 = (y+2)(y-1)$$

$$0 = y^2 + y - 2$$

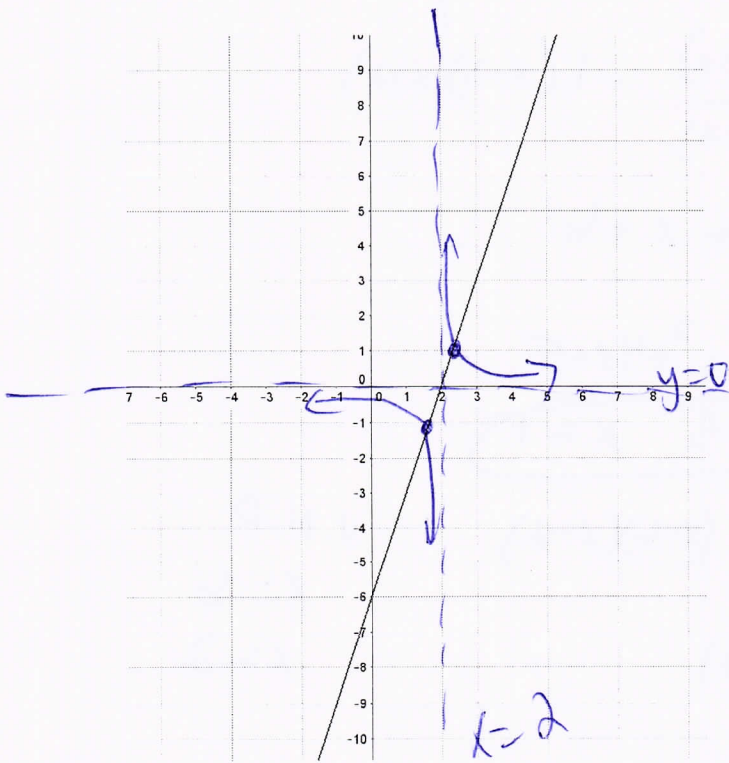
$$(y = -2 \quad y = 1)$$

Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

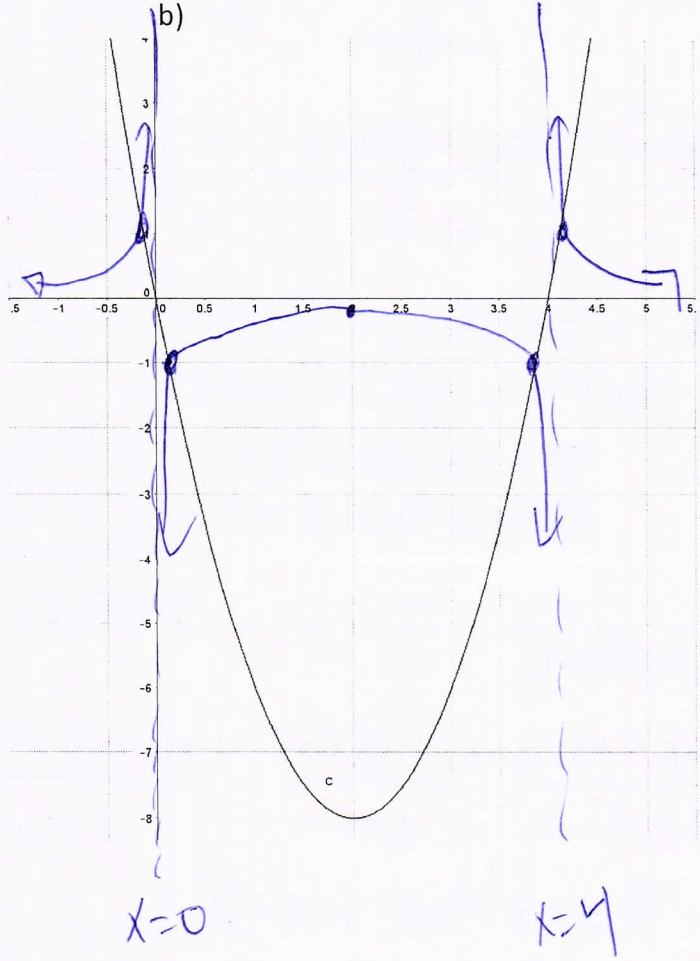
Les Graphiques

3. Étant donné les graphiques de  $y = f(x)$  ci-dessous. Trace les graphiques de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

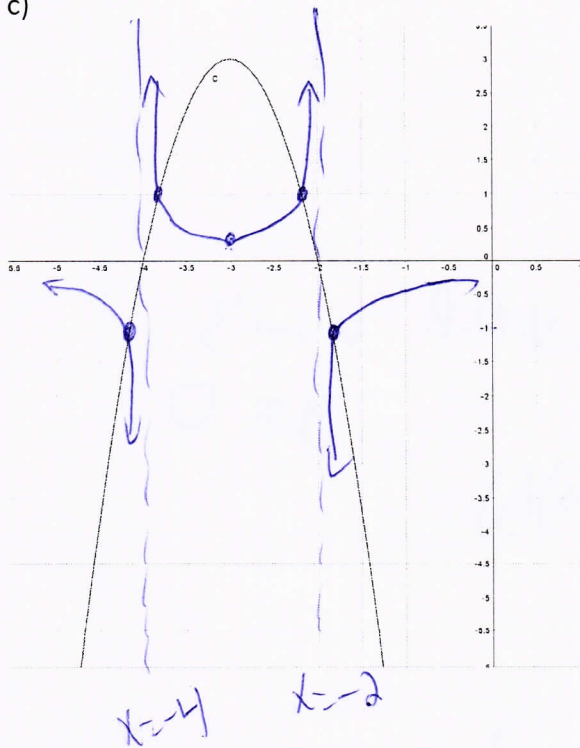
a)



b)



c)



Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

4. Étant donné l'équation  $f(x) = 2x - 6$  :

a) Détermine l'équation de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

$$y = \frac{1}{2x-6}$$

b) Détermine l'ordonnée à l'origine de la fonction inverse.

$$y = -\frac{1}{6}$$

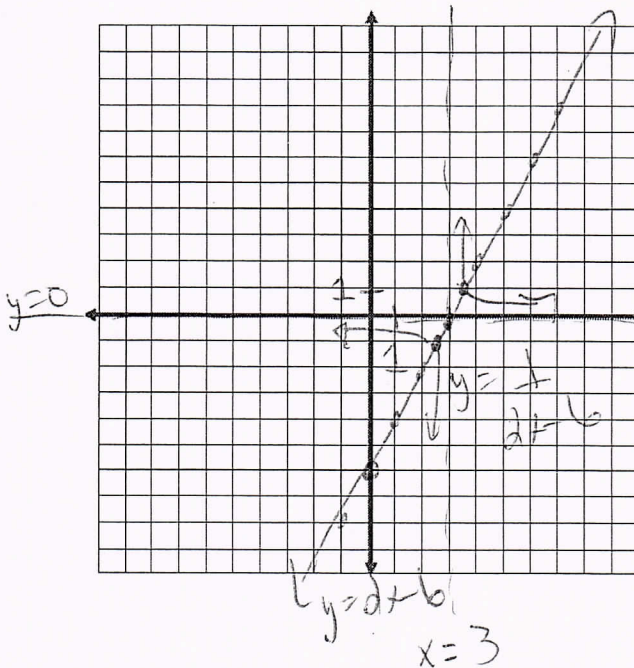
c) Détermine le(s) abscisse(s) de  $f(x)$ .

$$x = 3$$

d) Détermine les valeurs non permises pour la fonction inverse.

$$x = 3$$

$$y = 0$$



e) Détermine les asymptotes de la fonction inverse.

$$\text{asy vert} - x = 3$$

$$\text{asy hor} - y = 0$$

f) Détermine les points invariants.

$$1 = 2x - 6$$

$$-1 = 2x - 6$$

$$\frac{7}{2} = x \quad (3.5; -1)$$

$$5 = 2x$$

$$\frac{5}{2} = x \quad (2.5; -1)$$

g) Trace le graphique de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

h) Détermine le domaine et l'image de

$$\text{Domaine: } \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3 \right\} \text{ ou } ]-\infty, 3[ \cup ]3, \infty[$$

$$\text{Image: } \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \neq 0 \right\} \text{ ou } ]-\infty, 0[ \cup ]0, \infty[$$

5. Les points  $(4, 2)$ ;  $(6, 8)$ ;  $(8, 32)$  se trouvent sur le graphique  $f(x)$ . Trouve les points qui se trouvent sur le graphique  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

$$\left(4, \frac{1}{2}\right); \left(6, \frac{1}{8}\right); \left(8, \frac{1}{32}\right)$$

6. Les points  $(-2, 4)$ ;  $(0, \frac{1}{2})$ ;  $(4, 6)$  se trouvent sur le graphique  $y = \frac{1}{f(x)}$ . Trouve les points qui se trouvent sur le graphique  $f(x)$ .

$$\left(-2, \frac{1}{4}\right); (0, 2); \left(4, \frac{1}{6}\right)$$

Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

7. L'équation  $y = x^2 + 4x + 3$ .

a) Détermine l'équation de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

$$y = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$$

b) Détermine les asymptotes de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

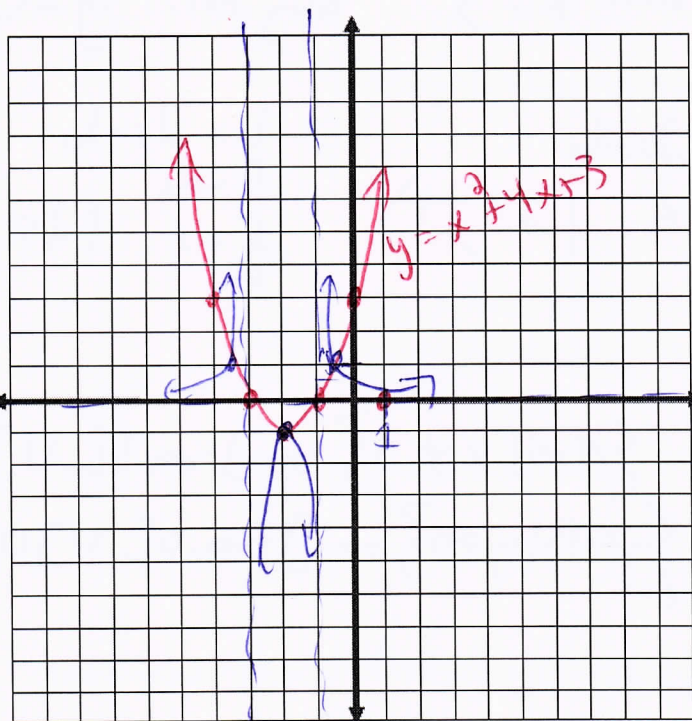
$$x = -3 \quad y = 0$$

$$x = -1$$

c) Détermine l'ordonnée à l'origine de la fonction inverse.

$$y = \frac{1}{3}$$

d) Trace le graphique de la fonction inverse.



$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y = (-2)^2 + 4(-2) + 3$$

$$y = 4 - 8 + 3$$

$$y = -1$$

$$y = 0$$

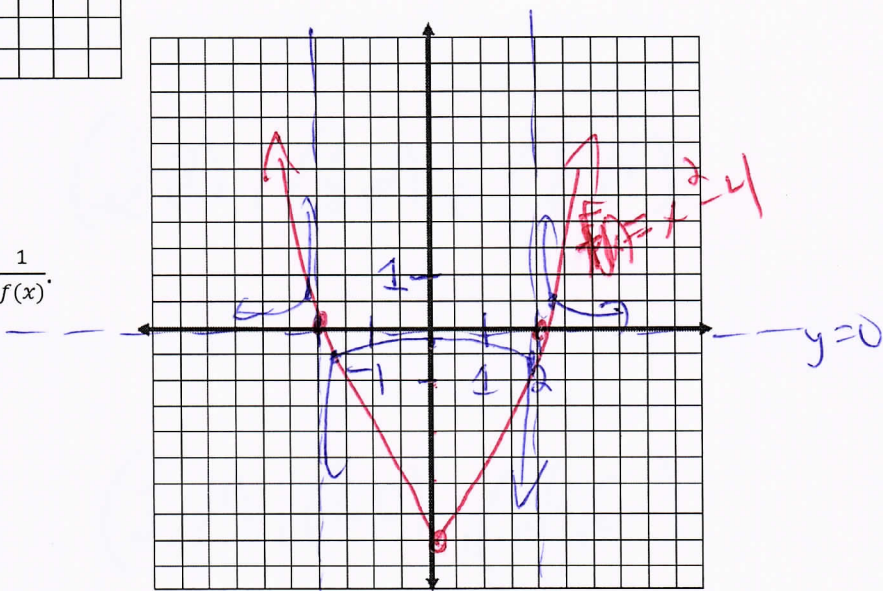
$$x = -3 \quad x = -1$$

8. Trace le graphique de la fonction  $y = \frac{1}{f(x)}$ .

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$(x+2)(x-2)$$

$$y = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$$

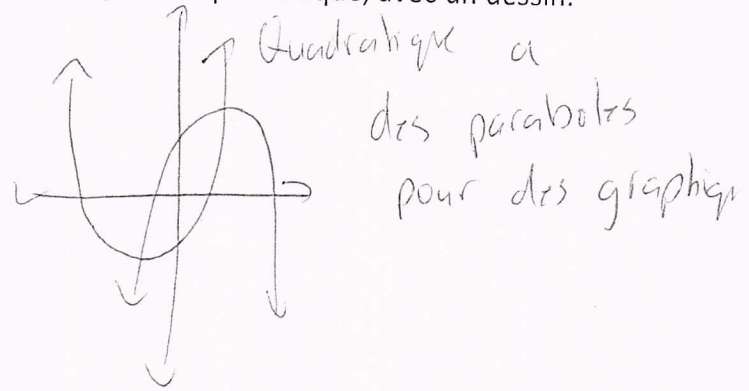
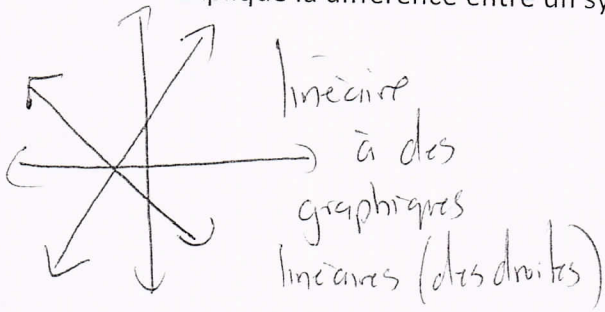


$$x = -2$$

$$x = 2$$

Les Systèmes d'Équations

1. Explique la différence entre un système linéaire et un système quadratique, avec un dessin.



2. Résous algébriquement les systèmes suivants.

a)  $x + 3y = 18$        $x = 18 - 3y$   
 $+ (-x - 4y = -25)$

$$\begin{array}{r} -y = -7 \\ y = 7 \end{array}$$

$$x = 18 - 3(7)$$

$$x = 18 - 21$$

$$x = -3$$

✓  $-(-3) - 4(7) = -25$   
 $3 - 28 = -25$  ✓

b)  $y = x^2 - x - 6$   
 $y = 2x - 2$

① subst.

$$2x - 2 = x^2 - x - 6$$

$$0 = x^2 - 3x - 4$$

$$0 = (x - 4)(x + 1)$$

$$x = 4 \quad x = -1$$

$$x = 4$$

$$y = 2(4) - 2$$

$$y = 6$$

$$(4, 6)$$

$$x = -1$$

$$y = 2(-1) - 2$$

$$y = -4$$

$$(-1, -4)$$

② élimination

$$y = x^2 - x - 6$$

$$-(y = 2x - 2)$$

$$0 = x^2 - 3x - 4$$

$$0 = (x - 4)(x + 1) \quad x = 4 \quad x = -1$$

Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

c)  $y = 3x^2 - 5x - 10$   
 $y = x^2 + 3x + 14$

Subs.

$$x^2 + 3x + 14 = 3x^2 - 5x - 10$$

$$0 = 2x^2 - 8x - 24$$

$$0 = x^2 - 4x - 12$$

$$0 = (x-6)(x+2)$$

$$x = 6 \quad x = -2$$

élimination

$$y = 3x^2 - 5x - 10$$

$$-(y = x^2 + 3x + 14)$$

$$0 = 2x^2 - 8x - 24$$

$$0 = x^2 - 4x - 12$$

$$0 = (x-6)(x+2)$$

$$x = 6 \quad x = -2$$

$$x = 6$$

$$y = 6^2 + 3(6) + 14$$

$$y = 68$$

$$(6, 68)$$

$$x = -2$$

$$y = (-2)^2 + 3(-2) + 14$$

$$y = 12$$

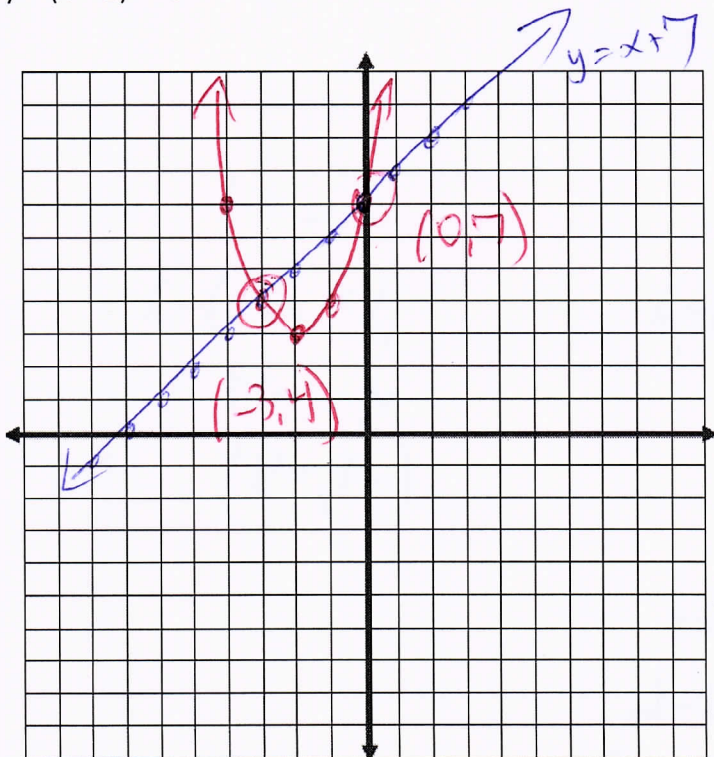
$$(-2, 12)$$

3. Résous graphiquement chaque système.

a)

$$y = x + 7$$

$$y = (x + 2)^2 + 3$$



Mathématique Pré-Calcul 30S  
Revue pour l'examen

b)

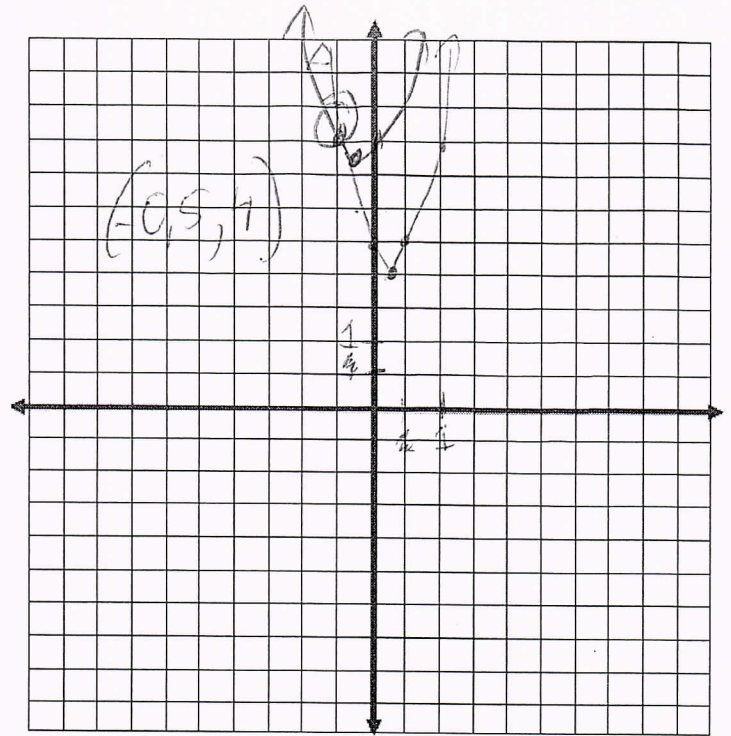
$$1) 6x^2 - 3x = 2y - 5$$

$$2x^2 + x = y - 4$$

$$1) \frac{6x^2 - 3x + 5 = 2y}{2}$$

$$3x^2 - 1,5x + 2,5 = y$$

$$\hookrightarrow (0,25; 2,3125)$$



$$2) y = 2x^2 + x + 4$$

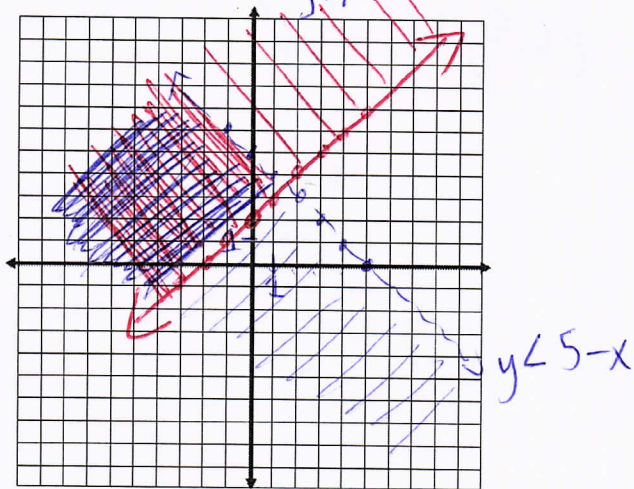
$$\hookrightarrow (-0,25; 3,875)$$



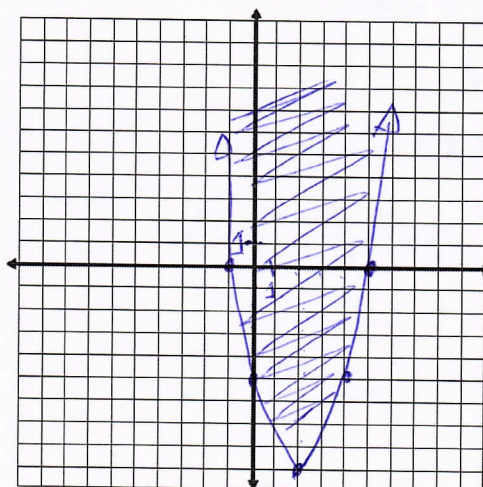
## Les Systèmes d'Inéquations

1. Résous les systèmes d'inéquations graphiquement.

a)  $5 - x > y$   
 $y - 2 \geq x$

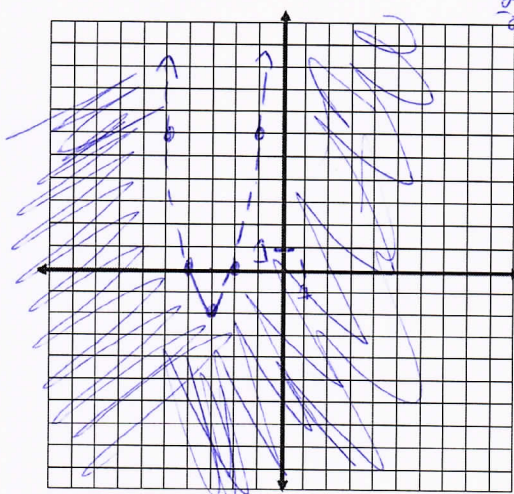


b)  $y \geq (x - 2)^2 - 9$



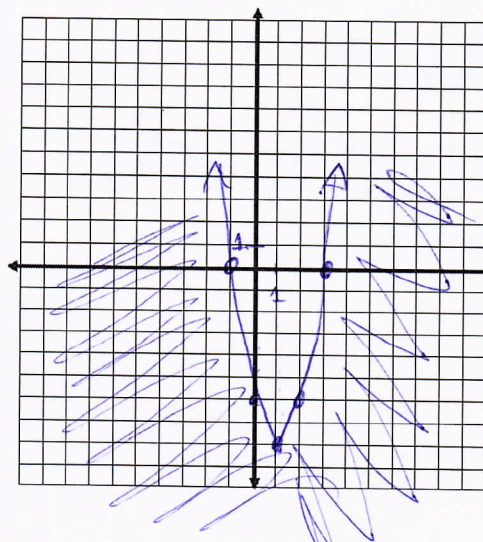
abs.  $0 > (x-2)^2 - 9$   
 $\pm\sqrt{9} = \sqrt{(x-2)^2}$   
 $\pm 3 = x - 2$   
 $+2$     $+2$   
 $x = 3 + 2 = 5$   
 $x = -3 + 2 = -1$

c)  $y < 2(x + 3)^2 - 2$



abs.  $0 = 2(x+3)^2 - 2$   
 $\frac{2}{2} = \frac{2(x+3)^2}{2}$   
 $\pm\sqrt{1} = \sqrt{(x+3)^2}$   
 $\pm 1 = x + 3$   
 $x = 1 - 3 = -2$   
 $x = -1 - 3 = -4$

d)  $y \leq 2x^2 - 4x - 6$



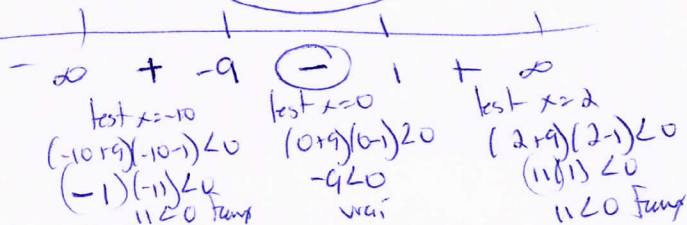
$x = \frac{-(-4)}{2} = 1$   
d.o.  
 $y = 2 - 4 - 6$   
 $y = -8$   
 $S(1, -8)$   
abs.  
 $0 = 2x^2 - 4x - 6$   
 $2$   
 $0 = x^2 - 2x - 3$   
 $0 = (x-3)(x+1)$   
 $x = 3$     $x = -1$

2. Résous algébriquement pour déterminer la solution de chaque inéquation.

a)  $x^2 + 8x < 9$

$x^2 + 8x - 9 < 0$   
 $(x+9)(x-1) < 0$   
 $x = -9$   
 $x = 1$   
 $-9 < x < 1$

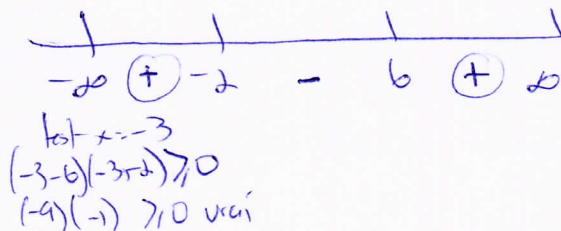
$x < -9$     $-9 < x < 1$     $x > 1$



b)  $-2x^2 + 8x + 24 \geq 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$   
 $(x-6)(x+2) = 0$   
 $x = 6$     $x = -2$

$]-\infty, -2 \cup ]6, \infty[$



Mathématique Pré-Calcul 30S

Revue pour l'examen

$$c) \frac{(x+2)(x-4)}{(x-1)^2} > 0$$

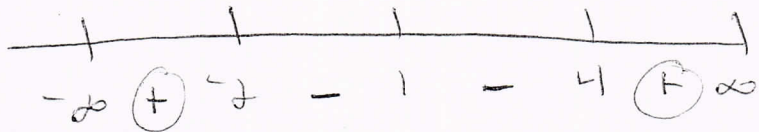
$x \neq 1$

$x = -2$   
 $x = 4$   
 $x = 1$

$$d) \frac{(x-5)(x+3)}{(x+4)} \leq 0$$

$x \neq -4$

$x > 5$   $x < -3$   
 $x = -4$



$$]-\infty, -2[ \cup ]4, \infty[$$



$$]-\infty, -4[ \cup [-3, 5]$$

Les Suites et Séries

$$t_n = t_1 + (n-1)d \quad t_n = t_1 r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2t_1 + (n-1)d) \quad S_n = \frac{t_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{ou } S_n = \frac{n}{2} (t_1 + t_n)$$

$$-7, -3, 1, \dots \quad d = +4 \quad S_{20} = \frac{t_1}{1-r}$$

1. Calcule la valeur de  $t_{20}$  pour la suite qui commence :

$$t_{20} = -7 + (20-1)4$$

$$t_{20} = -7 + 19 \cdot 4$$

$$t_{20} = 69$$

2. Combien de termes est-ce qu'il y a dans la suite :

10, 7, 4, ..., -71 ?

$$t_n = -71$$

$$d = -3$$

$$-71 = 10 + (n-1) \cdot -3$$

$$-81 = (n-1) \cdot -3$$

$$27 = n-1$$

$$n = 28$$

il y a  
28 termes

3. Dans une suite arithmétique,  $k + 6$ ,  $2k + 10$ ,  $4k + 7$  sont 3 termes consécutifs.

Trouve la valeur de  $k$ .

$$(2k+10) - (k+6) = (4k+7) - (2k+10)$$

$$k+4 = 2k-3$$

$$7 = k$$

4. Dans une suite arithmétique,  $t_3 = 5$  et  $t_8 = 160$ . Trouve la somme des 15 premiers chiffres.

$$5 = t_1 + (3-1)d$$

$$d = 31$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2 \cdot -57 + (15-1) \cdot 31)$$

$$160 = t_1 + (8-1)d$$

$$5 = t_1 + 2 \cdot 31$$

$$= \frac{15}{2} (-114 + 434)$$

$$5 = t_1 + 2d$$

$$5 = t_1 + 62$$

$$= \frac{15}{2} (320)$$

$$-160 = t_1 + 7d$$

$$t_1 = -57$$

$$\frac{-155}{-5} = \frac{-5d}{-5} \quad d = 31$$

$$300 = \frac{20}{2} (2t_1 + (20-1) \cdot 4)$$

$$\frac{300}{10} = \frac{10}{10} (2t_1 + 76)$$

$$30 = 2t_1 + 76$$

$$-46 = 2t_1$$

$$t_1 = -23$$

5. Si  $S_{20} = 300$  et  $d = 4$ , calcule la valeur de  $t_1$ .

$r = 1,05$

6. La valeur de votre chalet apprécie (augmente en valeur) par 5% chaque année. Si ce chalet vaut présentement 190 000\$, quelle sera sa valeur dans 5 ans?  $\rightarrow 6$

$t_1 = 190\ 000\$$

$t_5 = 190\ 000 \cdot (1,05)^5$

~~$t_5 = 230\ 416,19\$$~~  242 493,50\$

7. Trouve les moyennes géométriques. Écris toutes les valeurs possibles pour chaque terme.

$\frac{7}{5}, -7, 35, -175$        $t_2 = -7$        $\frac{-7}{7} = t_1$        $t_4 = -175$        $-175 = \frac{-7}{r^3}$   
 $-7 = t_1 \cdot r$        $-175 = t_1 \cdot r^4$        $-175 = \frac{-7}{r^2}$   
 $-7 = t_1 \cdot r$        $-175 = t_1 \cdot r^3$        $\pm \sqrt{25} = \sqrt{r^2}$   
 $r = -5$

8. Les trois premiers termes d'une suite géométrique sont  $x - 12$ ,  $x$  et  $x + 3$ . Trouve la valeur de  $x$ .

$\frac{x - 12}{x} = \frac{x}{x + 3}$        $36 = -9x$        $\text{VCR } -16, -4, -1$   
 $x^2 = x^2 - 9x - 36$        $x = -4$        $r = \frac{1}{4}$   
 $0 = -9x - 36$

9. a) Calcule la somme des 12 premiers termes de la suite géométrique qui commence :

22, 11,  $\frac{11}{2}, \dots$

$r = \frac{1}{2}$

Donne la réponse à trois décimaux !

$S_{12} = \frac{22 \left( \left( \frac{1}{2} \right)^{12} - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1}$

$S_{12} = 43,989$

b) Détermine si la série est convergente ou divergente. Explique pourquoi ? Détermine la somme infinie si vous pouvez.

$r = \frac{1}{2}$

$0 < r < 1$

alors la série est convergente

$S_{\infty} = \frac{22}{1 - 0,5}$

$S_{\infty} = 44$

46875

10. Pour une suite géométrique,  $t_1 = 3$ ,  $t_n = 46\,911$  et  $r = -5$ . Détermine le nombre de terme et calcule la somme de la série.

$$\frac{46875}{3} = \frac{3 \cdot (-5)^{n-1}}{3} \quad \text{Il y a 7 termes}$$

$$S_7 = \frac{3 \cdot ((-5)^7 - 1)}{(-5) - 1} = \frac{3(-78126)}{-6}$$

$$15625 = (-5)^{n-1}$$

$$(-5)^6 = (-5)^{n-1}$$

$$6 = n-1 \quad n = 7$$

$$S_7 = 39063$$

11. Dans la suite géométrique suivante, trouve:

a) le 6e terme de la série 16, -4, 1, ...

$$t_1 = 16$$

$$r = -\frac{1}{4}$$

$$t_6 = 16 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{6-1}$$

$$t_6 = 16 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^5$$

$$t_6 = 16 \cdot \frac{-1}{1024}$$

$$t_6 = \frac{-1}{64}$$