Mathématique
Pré-Calcul 40S

Revue
Fonctions
Polynomiales

Nom : ________________

Date : _______________

1.

Les racines de l'équation polynomiale $3(x-2)(x+1)^2 = 0$ sont $x = 2$ et $x = -1$.

Explique ce que les racines représentent sur le graphique de $p(x) = 3(x-2)(x+1)^2$.

Elles sont les abscisses à l'origine du graphique de $p(x)$.

1 point

2.

Un élève doit déterminer les facteurs de $5x^4 - 2x^3 + 4x - 1$. Il a utilisé $5, -2, 4$ et -1 comme coefficients du polynôme quand il a utilisé la division synthétique.

Explique l'erreur de l'élève.

L'élève n'a pas écrit le coefficient 0 pour le terme x^2.

1 point

3.

Étant donné que $(x+3)$ est un des facteurs, exprime $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ sous la forme d'un produit de facteurs.

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & 7 & 2 & -3 \\ & \downarrow & -6 & -3 & 3 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

0,5 point pour $x = -3$
1 point pour la division synthétique (ou pour toute autre stratégie équivalente)

$(x+3)(2x^2 + x - 1)$
ou
$(x+3)(2x-1)(x+1)$

0,5 point pour un produit de facteurs conséquents

2 points

4.

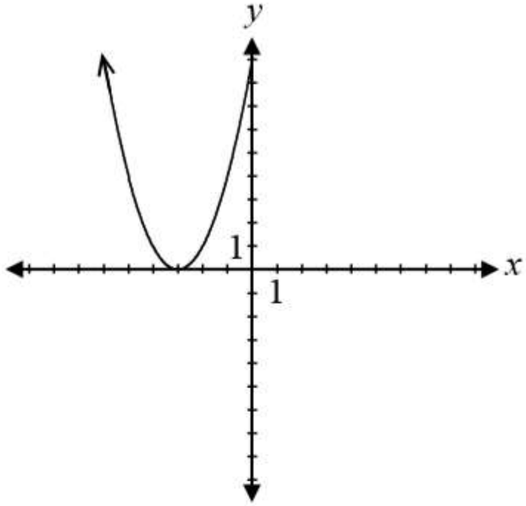
Identifie le nombre maximum d'abscisses à l'origine pour une fonction polynomiale de degré 3.

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

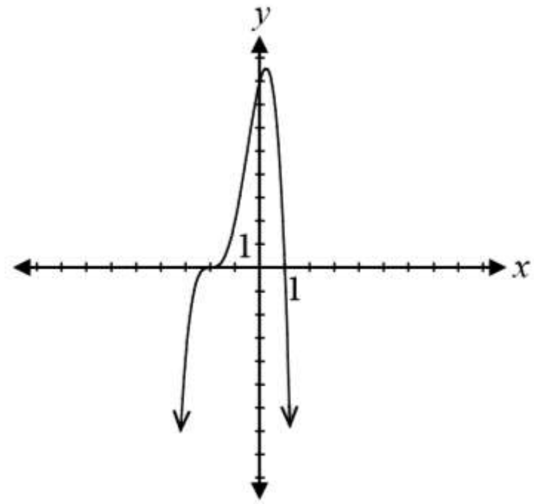
c)

5. Indique lequel des graphiques de fonctions polynomiales suivants a un zéro avec une multiplicité de 3.

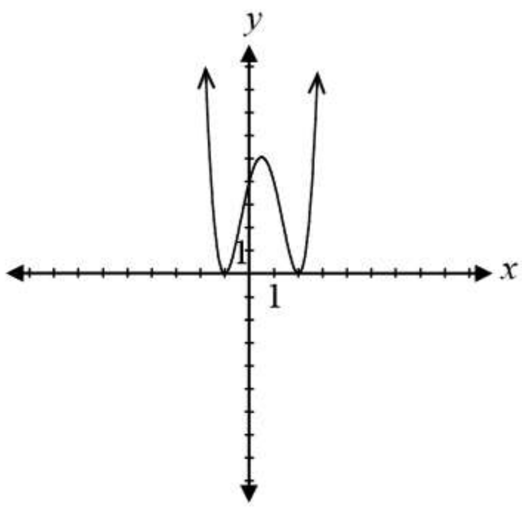
a)



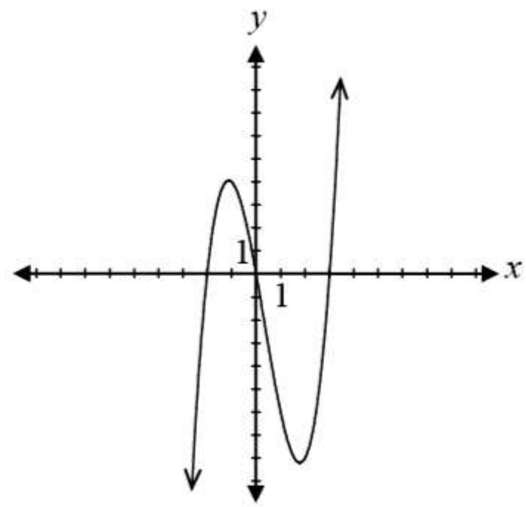
b)



c)



d)



b)

6.

Soit la fonction polynomiale $P(x) = x^4 - 5x^2 - 2x + 6$, si $P(1) = 0$, identifie quel énoncé est vrai.

a) L'ordonnée à l'origine est 1.

c) Le graphique a un zéro à 1.

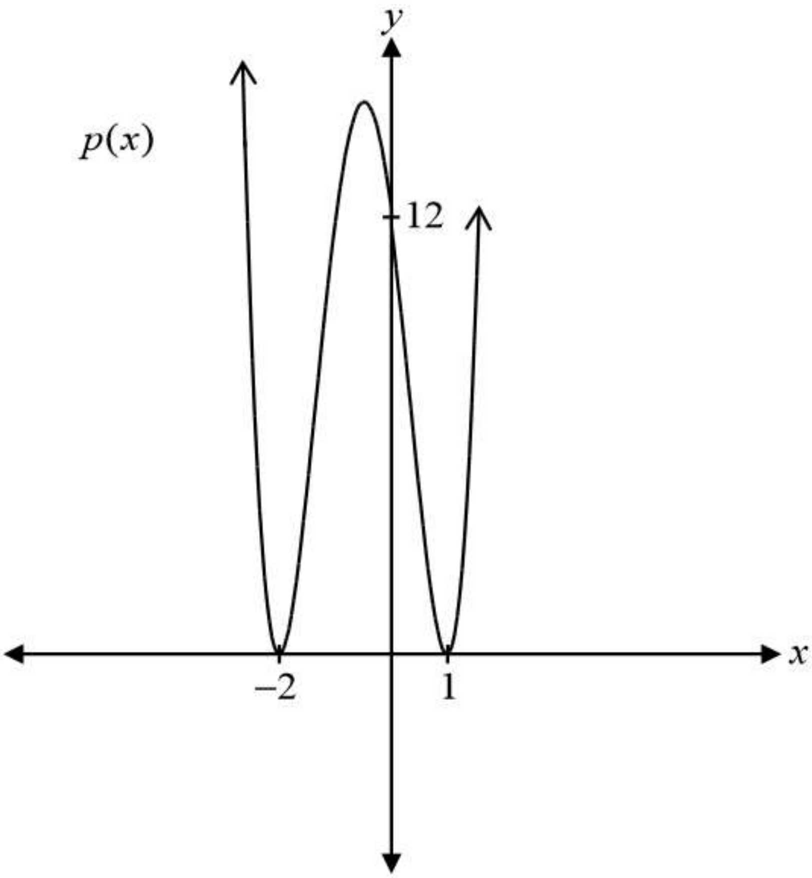
b) $(x+1)$ est un facteur de $P(x)$.

d) Le graphique a un zéro à -1.

c)

7.

Détermine l'équation de la fonction polynomiale, $p(x)$, représentée par le graphique



$p(x) =$ $\underline{3(x+2)^2(x-1)^2}$

1 point pour les facteurs

1 point pour la multiplicité de 2 (0,5 point pour chaque)

1 point pour la bonne valeur de a (conséquente avec les facteurs et la multiplicité)

3 points

8.

Explique pourquoi $f(x) = (x+2)^3(x-1)^{\frac{1}{2}}$ n'est pas une fonction polynomiale.

Tous les facteurs dans une fonction polynomiale doivent avoir des exposants qui sont des nombres naturels.

1 point

9.

Lorsque $P(x) = 3x^4 - kx^3 + 5x - 14$ est divisé par $(x+2)$, le reste est -8.

Détermine la valeur de *k*.

Méthode 1

$x = -2$	0,5 point pour $x = -2$
$-8 = 3(-2)^4 - k(-2)^3 + 5(-2) - 14$	1 point pour le théorème du reste
$-8 = 48 + 8k - 10 - 14$	
$-8 = 24 + 8k$	
$-32 = 8k$	
$k = -4$	0,5 point pour avoir isolé *k*

2 points

Méthode 2

-2	3	$-k$	0	5	-14
	$\downarrow$	-6	$2k+12$	$-4k-24$	$8k+38$
	3	$-k-6$	$2k+12$	$-4k-19$	$8k+24$

0,5 point pour $x = -2$
1 point pour la division synthétique (ou une autre stratégie équivalente)

$-8 = 8k + 24$

$-32 = 8k$

$k = -4$

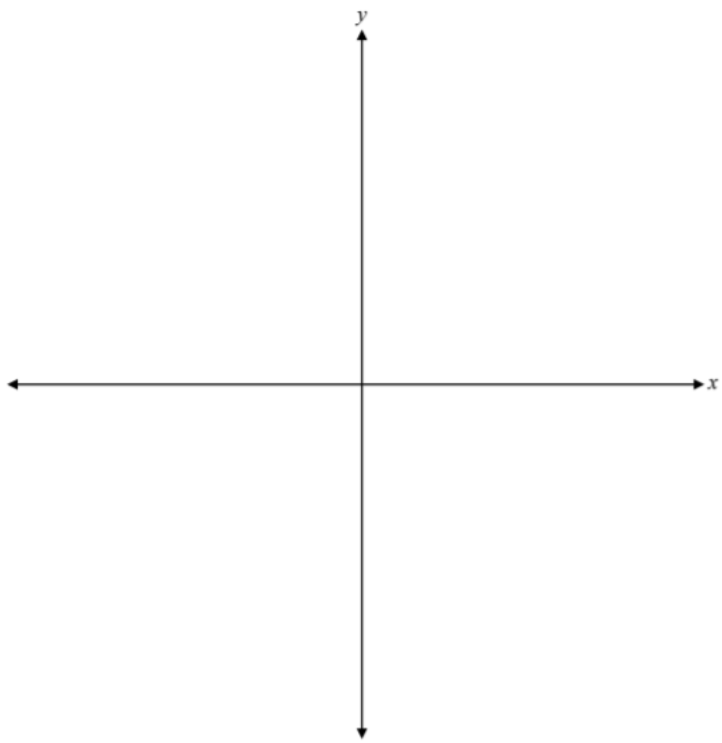
0,5 point pour avoir isolé *k*

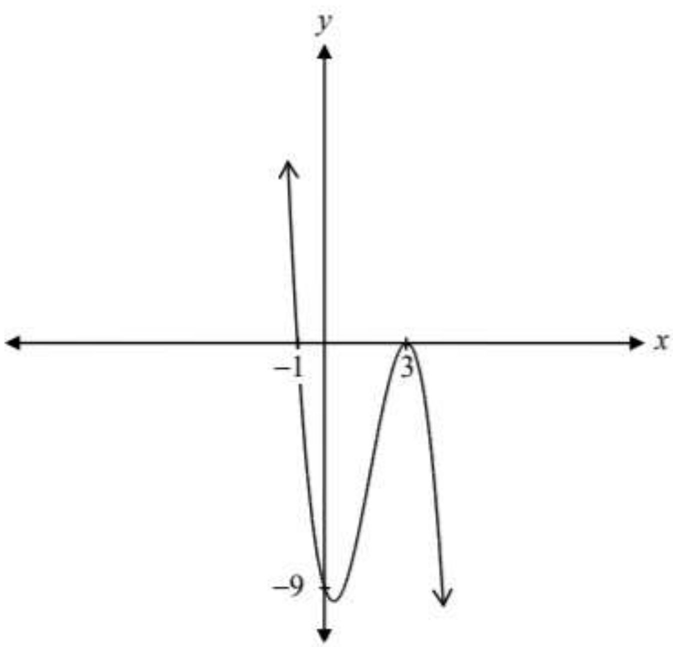
2 points

10.

Trace le graphique de la fonction polynomiale qui a les caractéristiques suivantes.

- une ordonnée à l'origine de -9
- les zéros à -1 et 3
- le zéro à -1 a une multiplicité de 1 et le zéro à 3 a une multiplicité de 2





1 point pour l'abscisse à l'origine

0,5 point pour l'ordonnée à l'origine

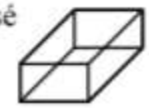
1 point pour la multiplicité (0,5 point pour la multiplicité à $x = 3$; 0,5 point pour la multiplicité à $x = -1$)

0,5 point pour la forme d'une fonction cubique

3 points

11.

Le volume d'une jardinière, qui a la forme d'un prisme rectangulaire, peut être modélisé par la fonction polynomiale $V(x) = x^3 + 3x^2 - 34x + 48$.



Détermine les facteurs de la fonction, $V(x)$, qui représentent les dimensions possibles de la jardinière.

$2^3 + 3(2)^2 - 34(2) + 48 = 0$

$\therefore x - 2$ est un facteur

1 point pour l'identification d'une valeur possible de x

2	1	3	−34	48
	↓	2	10	−48
	1	5	−24	0

1 point pour la division synthétique (ou une autre stratégie équivalente)

$V(x) = (x-2)\left(x^2 + 5x - 24\right)$

$V(x) = \underline{\quad (x-2)(x+8)(x-3) \quad}$

1 point pour l'identification de tous les facteurs

3 points

12. Associe les équations suivantes aux graphiques :

Inscris la lettre appropriée dans cette colonne.

$f(x) = (x-1)^3(x+1)(x-3)$ ____________

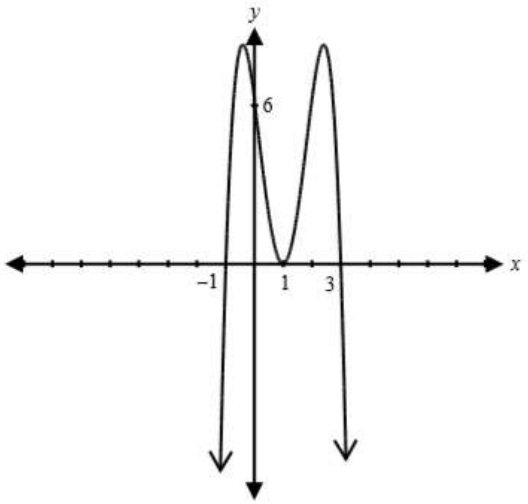
$g(x) = (x+1)^2(x-1)(x+3)$ ____________ C

$h(x) = -2(x-1)^2(x+1)(x-3)$ ____________ B

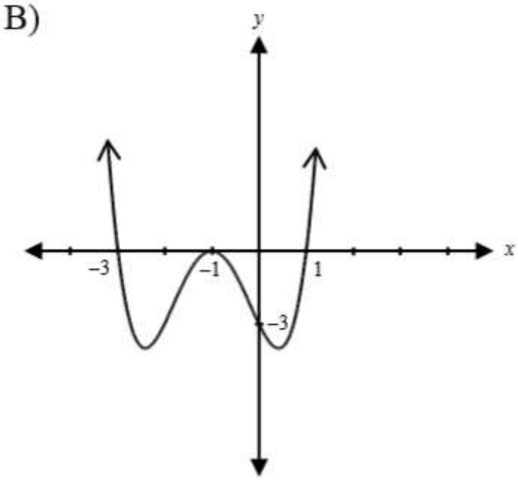
$k(x) = 2(x+1)^2(x-1)(x+3)$ ____________ A

D

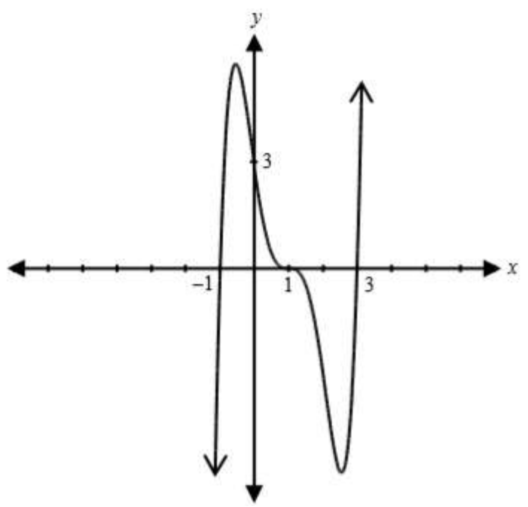
A)



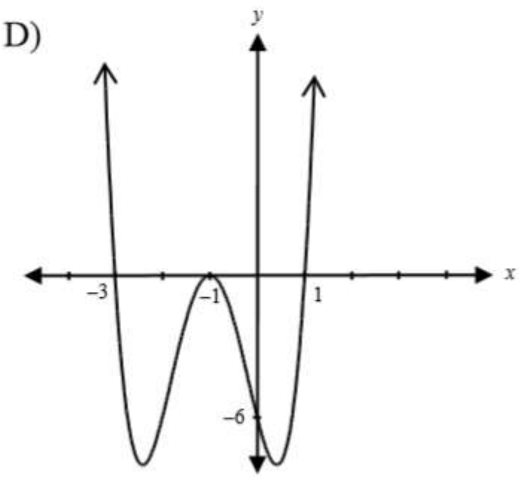
B)



C)



D)



13.

Un des zéros de la fonction $p(x) = x^3 + 6x^2 - 32$ est $x = 2$. Détermine tous les autres zéros de $p(x)$.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & 6 & 0 & -32 \\ & \downarrow & 2 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 8 & 16 & 0 \end{array}$$

1 point pour la division synthétique (ou toute stratégie équivalente)

$0 = x^2 + 8x + 16$

$0 = (x+4)(x+4)$

$x = -4$

0,5 point pour les autres facteurs

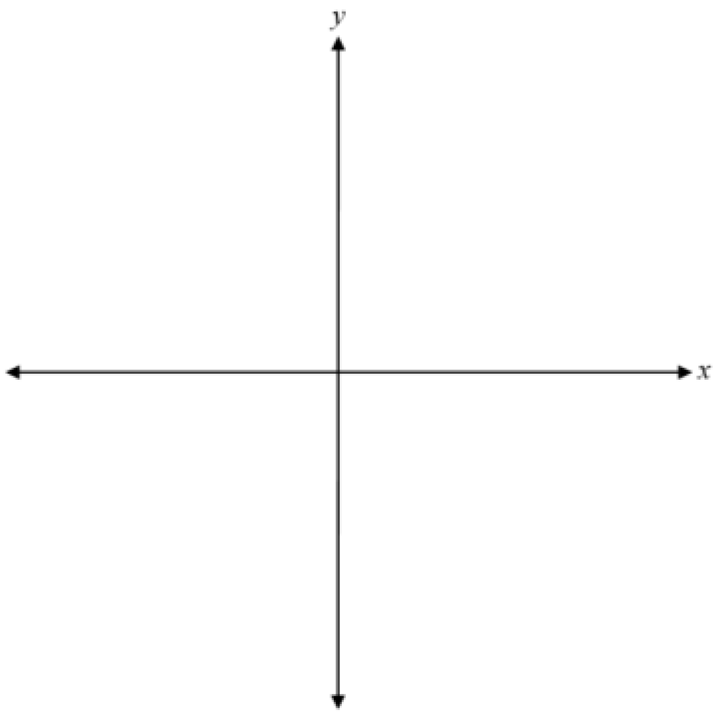
0,5 point pour les autres zéros

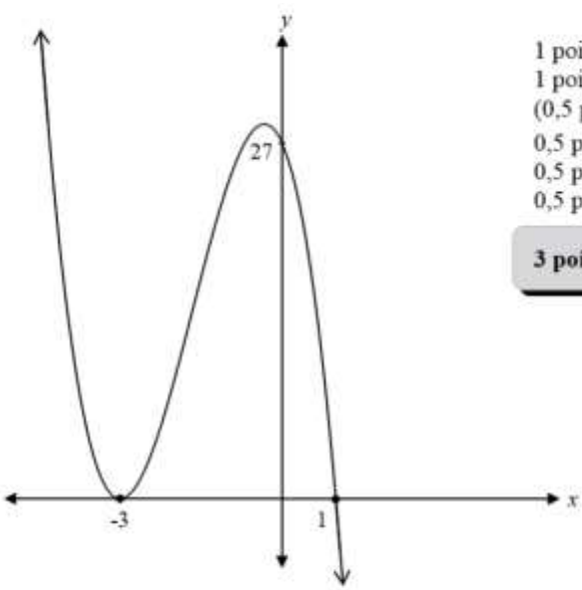
2 points

14.

Trace un graphique de $P(x)$ qui satisfait à toutes les conditions suivantes :

- $P(x)$ est une fonction polynomiale du 3^{e} degré.
- $P(x)$ a un zéro à -3 avec une multiplicité de 2.
- $P(x)$ a un zéro à 1.
- $P(x)$ a un coefficient dominant de -3.



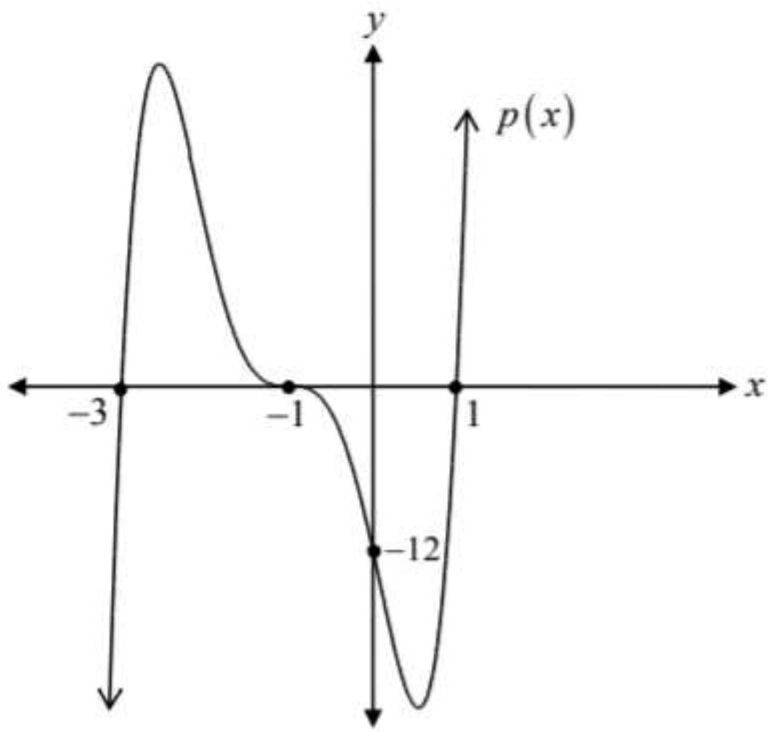


1 point pour les abscisses à l'origine
1 point pour la multiplicité
(0,5 point pour la multiplicité de 2 à $x = -3$,
0,5 point pour la multiplicité de 1 à $x = 1$)
0,5 point pour le comportement à l'infini
0,5 point pour l'ordonnée à l'origine

3 points

15.

Détermine algébriquement la valeur du coefficient dominant de la fonction polynomiale, $p(x)$.



Solution

$p(x) = a(x+3)(x+1)^3(x-1)$

$-12 = a(3)(1)^3(-1)$

$-12 = -3a$

$a = 4$

0,5 point pour les facteurs de $p(x)$

0,5 point pour la multiplicité impaire plus grande que 1 pour $(x+1)$

0,5 point pour la substitution de $p(0) = -12$

0,5 point pour la valeur de a

2 points

16.

Si le volume d'une boîte est représenté par $V(x) = (x+4)(x+2)(x-1)$, identifie une valeur possible de *x*.

a) -4 b) -1 c) 1 d) 4

d)

17.

Exprime $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ sous la forme d'un produit de facteurs.

$$\begin{aligned} p(2) &= 2^3 - 2(2)^2 - 4(2) + 8 \\ &= 8 - 8 - 8 + 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

1 point pour avoir identifié une valeur possible de x

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -2 & -4 & 8 \\ & \downarrow & 2 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

1 point pour la division synthétique (ou une stratégie équivalente)

$p(x) = (x-2)\left(x^2 - 4\right)$

1 point pour le produit des facteurs

3 points

ou

$p(x) = (x-2)(x-2)(x+2)$

ou

$p(x) = (x-2)^2(x+2)$

18.

Décris une différence entre les graphiques de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$.

$$f(x) = -2(x+1)^2(x+3)$$
$$g(x) = 2(x+1)^2(x+3)$$

Le comportement à l'infini est différent parce que le graphique de $f(x)$ descend à la droite et le graphique de $g(x)$ monte à la droite.

ou

L'ordonnée à l'origine de $f(x)$ est négative alors que l'ordonné à l'origine de $g(x)$ est positive.

ou

Un graphique est une réflexion, par rapport à l'axe des x, de l'autre graphique.

1 point

19.

Décris la relation entre les zéros de la fonction $f(x) = (2x-1)(x+3)^2$, les racines de l'équation $(2x-1)(x+3)^2 = 0$ et les abscisses à l'origine du graphique de $y = f(x)$.

Les zéros, les racines et les abscisses à l'origine ont tous les mêmes valeurs. **1 point**