Mathématique
Pré-Calcul 40S

Revue Fonctions Circulaires

Nom :________________

Date : ______________

1.

Une pizza de 15 pouces de diamètre est divisée en parts égales chacune ayant un angle au centre de 36°. Détermine la longueur de la croûte extérieur d'un morceau de pizza.

$$\frac{36^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\theta}{\pi}$$

$$\theta = \frac{\pi}{5}$$

1 point pour la conversion

$$s = \theta r$$

$$s = \left(\frac{\pi}{5}\right)\left(\frac{15}{2}\right)$$

1 point pour la substitution

2 points

$$s = \frac{3\pi}{2} \text{ pouces}$$

ou

$$s = 4,712 \text{ pouces}$$

2.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0, 2\pi]$:

$$\sin^2\theta + 6\sin\theta - 2 = 0$$

$$\sin\theta = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$\sin\theta = \frac{-6 \pm \sqrt{36+8}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{2}$$

$\sin\theta = 0,316\ 624\ldots$ $\quad$ $\sin\theta = -6,316\ 624\ldots$ $\quad$ 1 point pour avoir isolé $\sin\theta$

$\theta_r = 0,322\ 169$

$\theta = 0,322$ $\quad$ aucune solution $\quad$ 2 points pour avoir isolé θ (0,5 point pour chaque valeur, 1 point pour avoir indiqué pas de solution)

$\theta = 2,819$

3 points

3.

Résous $(2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 1) = 0$ où $\theta \in \mathbb{R}$.

$2\sin\theta - 1 = 0$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\theta_r = \frac{\pi}{6}$

$\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\theta = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\sin\theta + 1 = 0$

$\sin\theta = -1$

$\theta_r = \frac{3\pi}{2}$

$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

1 point pour avoir isolé $\sin\theta$

2 points pour avoir isolé θ (1 point pour chaque branche)
1 point pour la solution générale

ou **ou**

$\theta_r = 30^\circ$

$\theta = 30^\circ + 360^\circ k,\ k \in \mathbb{Z}$

$\theta = 150^\circ + 360^\circ k,\ k \in \mathbb{Z}$

$\theta_r = 270^\circ$

$\theta = 270^\circ + 360^\circ k,\ k \in \mathbb{Z}$

4 points

4.

L'angle de 2,95 radians, en position normale, se termine dans le quadrant :

a) I **b) II** c) III d) IV

5.

Évalue :

$$\left(\cos\frac{11\pi}{3}\right)\left(\csc\frac{11\pi}{6}\right)$$

$\left(\frac{1}{2}\right)(-2)$

1 point pour $\cos\frac{11\pi}{3}$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\csc\frac{11\pi}{6}$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

-1

2 points

6.

Si θ termine dans le quadrant III et $\cos\theta = -\frac{6}{7}$, détermine la valeur exacte de $\tan\theta$.

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = (7)^2 - (-6)^2$$ 0,5 point pour avoir substitué $x = -6$ et $r = 7$

$$y^2 = 13$$

$$y = \pm\sqrt{13}$$ 0,5 point pour avoir isolé y

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{13}}{6}$$ 1 point pour la valeur de $\tan\theta$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

2 points

7.

Explique pourquoi il n'y a pas de solution pour l'équation $\csc\theta = -\frac{1}{2}$.

La valeur de $\csc\theta$ ne peut pas être entre -1 et 1.

ou

La valeur de $\sin\theta$ ne peut pas être moins que -1.

1 point

8. Une roue a un diamètre de 20 cm et se déplace en effectuant un angle au centre de 252°. Détermine la distance parcourue par la roue.

$$\theta = (252^\circ)\left(\frac{\pi}{180^\circ}\right)$$ 1 point pour la conversion

$$= \frac{7\pi}{5}$$

$$s = \theta r$$

$$= \left(\frac{7\pi}{5}\right)\left(\frac{20}{2}\right)$$ 1 point pour la substitution

2 points

$$= 14\pi \text{ cm}$$

ou

$$= 43,982 \text{ cm}$$

9.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$:

$$3\sin^2\theta - 10\sin\theta - 8 = 0$$

$3\sin^2\theta - 10\sin\theta - 8 = 0$

$(3\sin\theta + 2)(\sin\theta - 4) = 0$

$\sin\theta = -\dfrac{2}{3}$ $\qquad$ $\sin\theta = 4$

$\theta_r = 0{,}729\ 728$ $\qquad$ aucune solution

$\theta = 3{,}871$

$\theta = 5{,}553$

1 point pour avoir isolé $\sin\theta$ (0,5 point pour chaque branche)
2 points pour avoir isolé θ (1 point pour avoir indiqué aucune solution; 0,5 point pour chaque valeur)

3 points

10.

Identifie l'équation qui a une solution générale de $\left.\begin{array}{l}\theta = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi k \\ \theta = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k\end{array}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$.

a) $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$

b) $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$

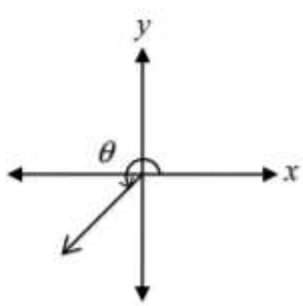
c) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

a)

11.

Identifie une valeur possible de l'angle θ tracé en position normale.



a) 2 $\qquad$ b) 3 $\qquad$ c) 4 $\qquad$ d) 5

c)

12.

Exprime un angle coterminal à $\theta = \frac{9\pi}{4}$.

$\frac{9\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{17\pi}{4}$

1 point

ou

$405^\circ - 360^\circ = 45^\circ$

13.

Décris l'erreur qui a été faite en résolvant l'équation suivante :

$\sin^2\theta + \sin\theta - 2 = 1$

$\sin^2\theta + \sin\theta = 3$

$\sin\theta(\sin\theta + 1) = 3$

$\sin\theta = 3 \qquad \sin\theta + 1 = 3$

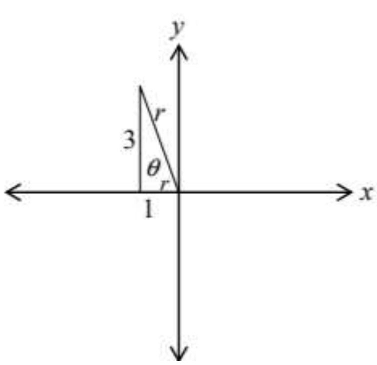
$\qquad\qquad\quad \sin\theta = 2$

$\therefore$ Aucune solution $\qquad \therefore$ Aucune solution

L'élève n'a pas appliqué le concept des produits nuls avant de factoriser.

14.

Soit $\cot\theta = -\frac{1}{3}$, où θ se trouve dans le quadrant II, trouve la valeur exacte de $\sin\theta$.



$\cot\theta = \frac{x}{y}$

$r^2 = x^2 + y^2$

$r^2 = (-1)^2 + (3)^2$ 0,5 point pour la substitution

$r^2 = 10$

$r = \pm\sqrt{10}$ 0,5 point pour avoir isolé r

$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 1 point pour $\sin\theta$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

2 points

15.

Soit $\theta = 40^\circ$,

a) convertis θ en radians.

a) $\theta = 40\left(\frac{\pi}{180}\right)$

$\theta = \frac{2\pi}{9}$

ou

$\theta = 0,698$ **1 point**

b) détermine les angles coterminaux de θ où $\theta \in \mathbb{R}$.

b) $\theta = \frac{2\pi}{9} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

ou

$\theta = 0,698 + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

ou

$\theta = 40^\circ + 360^\circ k,\ k \in \mathbb{Z}$ **1 point**

16.

Résous l'équation suivante algébriquement dans l'intervalle $0 \le \theta \le 2\pi$.

$$2\cos^2\theta + 9\cos\theta - 5 = 0$$

$2\cos^2\theta + 9\cos\theta - 5 = 0$

$(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 5) = 0$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$	$\cos\theta = -5$	1 point pour avoir isolé $\cos\theta$
$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$	aucune solution	2 points pour avoir isolé θ (0,5 point pour chaque valeur, 1 point pour avoir indiqué aucune solution)

3 points

17. Détermine le rayon d'un cercle dont un arc de 5 cm est défini par un angle au centre de 3 radians.

$s = \theta r$

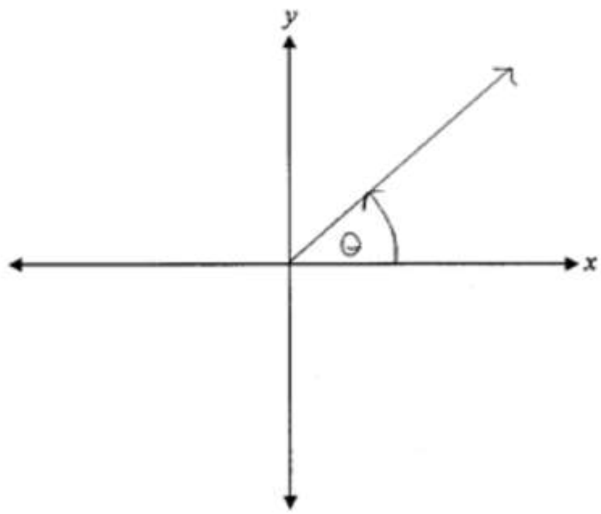
$5 = 3r$

$r = \frac{5}{3}$ cm **1 point**

18.

Tyler trace incorrectement l'angle $\theta = -\frac{7\pi}{4}$ en position normale.

Décris son erreur.



Tyler a incorrectement indiqué que la direction de l'angle est positive.

ou

Tyler a tracé l'angle de référence et non $\theta = -\frac{7\pi}{4}$.

1 point

19.

Évalue $\cos\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)$.

a) 1 b) ½ c) 0 d) -1

a)

20.

Évalue :

$$\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right)+\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\csc\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$$

$\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ 1 point pour $\sec\left(\frac{\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

$\left(\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}\right)$ 1 point pour $\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

1 point pour $\csc\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

$\frac{2}{3}$

3 points

21.

Le point $(-2, 7)$ est sur le côté terminal d'un angle en position standard.

Détermine les coordonnées du point correspondant, $P(\theta)$, sur le cercle unitaire.

$x^2+y^2=r^2$

$(-2)^2+(7)^2=r^2$ 0,5 point pour la substitution de $x=\pm 2$ et $y=7$

$4+49=r^2$

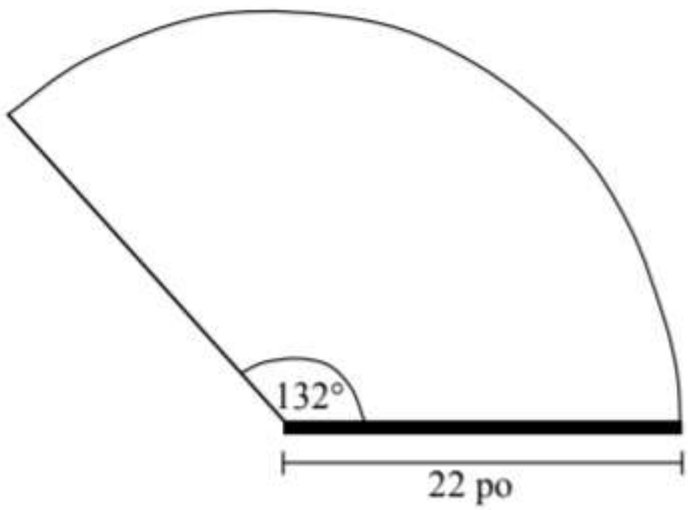
$53=r^2$

$\sqrt{53}=r$ 0,5 point pour avoir isolé r

$P(\theta)=\left(\frac{-2}{\sqrt{53}},\frac{7}{\sqrt{53}}\right)$ 1 point pour $P(\theta)$ (0,5 point pour chaque coordonnée)

2 points

22. Une partie du pare-brise d'un véhicule est nettoyée par un essuie-glace, tel qu'indiqué dans le diagramme ci-dessous. Le bras de l'essuie-glace mesure 22 pouces. L'essuie-glace se déplace à un angle central de 132°. Détermine la longueur de l'arc qui est créé par le bout du bras de l'essuie-glace.



$$\theta = 132 \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{132\pi}{180} \textbf{ ou } \frac{11\pi}{15}$$

1 point pour la conversion

$$s = \theta r$$

$$s = \frac{11\pi}{15}\ (22)$$

1 point pour la substitution

$$s = \frac{242\pi}{15} \text{ pouces}$$

ou

$s = 50{,}684$ pouces

2 points

23.

Résous l'équation suivante algébriquement sur l'intervalle $[0, 2\pi]$.

$$6\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$$

$$(3\sin\theta - 1)(2\sin\theta + 1) = 0$$

$3\sin\theta - 1 = 0$ $\quad\quad$ $2\sin\theta + 1 = 0$

$\sin\theta = \frac{1}{3}$ $\quad\quad$ $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ 1 point pour avoir isolé $\sin\theta$ (0,5 point pour chaque branche)

$\theta_r = 0,339836$

$\theta = 0,340$ $\quad\quad$ $\theta = \frac{7\pi}{6}$

$\theta = 2,802$ $\quad\quad$ $\theta = \frac{11\pi}{6}$ 2 points (0,5 point pour chaque valeur de θ)

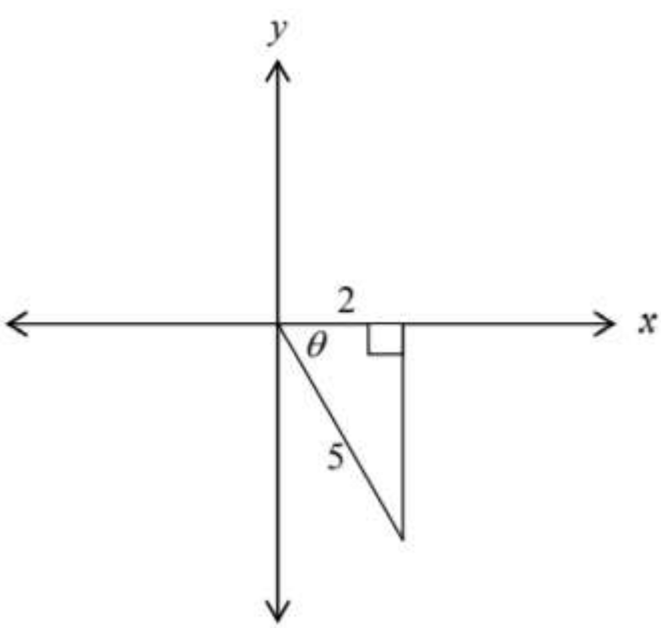
ou

$\theta = 0,340;\ 2,802;\ 3,665;\ 5,760$

3 points

24.

Soit le triangle suivant, détermine $\csc\theta$.



$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$2^2 + y^2 = 5^2$$ 0,5 point pour la substitution

$$y^2 = 21$$

$$y = \pm\sqrt{21}$$ 0,5 point pour avoir isolé y

$$\csc\theta = -\frac{5}{\sqrt{21}}$$ 1 point pour $\csc\theta$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

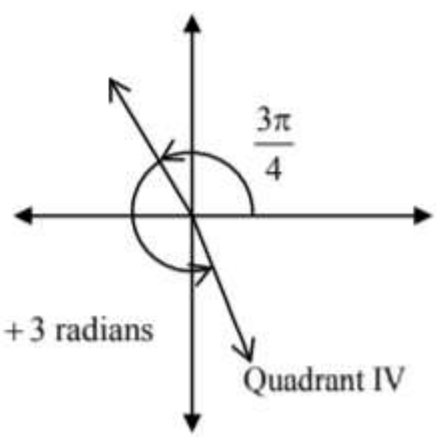
2 points

25.

Un angle en position normale mesure $\frac{3\pi}{4}$.

Détermine dans quel quadrant se situe le côté terminal de cet angle après une rotation de 3 radians.

Justifie ta réponse.



ou

L'angle de $\frac{3\pi}{4}$ se termine dans le quadrant II. Une rotation de 3 radians est presqu'une demie rotation. Par conséquent, le côté terminal se trouve dans le quadrant IV.

1 point pour la justification

1 point

26.

Maurice a incorrectement résous l'équation, $\sin\theta + 1 = 0$, dans l'intervalle $\left[0^\circ, 360^\circ\right]$.

$\sin\theta + 1 = 0$
$\sin\theta = -1$
$\sin\theta = 270^\circ$

Décris son erreur.

Maurice aurait dû écrire que θ est égal à 270° et non $\sin\theta = 270^\circ$.

1 point

27.

Identifie un angle coterminal à $\theta = -\frac{\pi}{3}$.

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{4\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{3}$

d) $\frac{11\pi}{3}$

d)

28.

Résous $\cos 2\theta = 0$, où $\theta \in \mathbb{R}$.

Méthode 3

$\cos 2\theta = 0$

$2\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ — 2 points pour les valeurs de 2θ (1 point pour chaque valeur)

$\left.\begin{aligned} 2\theta &= \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 2\theta &= \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{aligned}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$ — 1 point pour la solution générale

$\theta = \frac{\pi}{4} + \pi k$

$\theta = \frac{3\pi}{4} + \pi k$ — 1 point pour les valeurs de θ

4 points

29.

Vérifie que $\theta = \frac{4\pi}{3}$ est une solution de l'équation $4\cos^2\theta - 1 = 0$.

$$\begin{aligned}
\text{Membre de gauche} &= 4\cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 1 \\
&= 4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1 && \text{0,5 point pour la valeur de } \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\
&= 4\left(\frac{1}{4}\right) - 1 \\
&= 0 && \text{0,5 point pour la vérification} \\
&= \text{Membre de droite}
\end{aligned}$$

1 point

30.

Évalue.

$$\frac{\cot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

1 point pour $\cot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

1 point pour $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

$$\left(\sqrt{3}\right)\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

2 points

-2

31.

Résous $\sec\theta + 2 = 0$ dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

$\sec\theta + 2 = 0$

$\sec\theta = -2$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ — 1 point pour l'inverse

$\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ — 1 point pour les valeurs de θ (0,5 point pour chaque valeur)

2 points