Mathématique
Pré-Calcul 40S

Revue
Fonctions Rationnelles et Opérations sur les Fonctions

Nom : ____________________
Date : ____________________

1.

Étant donné $f(x) = x^2 + x - 4$ et $g(x) = \sqrt{x+5}$, on a demandé à Taz de trouver $f(g(x))$.

Voici la solution de Taz :

$$f(g(x)) = \left(\sqrt{x+5}\right)^2 + x - 4$$
$$= x + 5 + x - 4$$
$$= 2x + 1, \quad x \geq -5$$

Décris l'erreur dans la solution de Taz.

Taz doit substituer $g(x)$ pour chaque valeur de x dans $f(x)$ et ensuite simplifier.

1 point

2. Écris une équation d'une fonction rationnelle qui n'aurait aucune asymptote verticale.

Des équations variées, telles que les suivantes, sont possibles :

$$y = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)}$$

ou

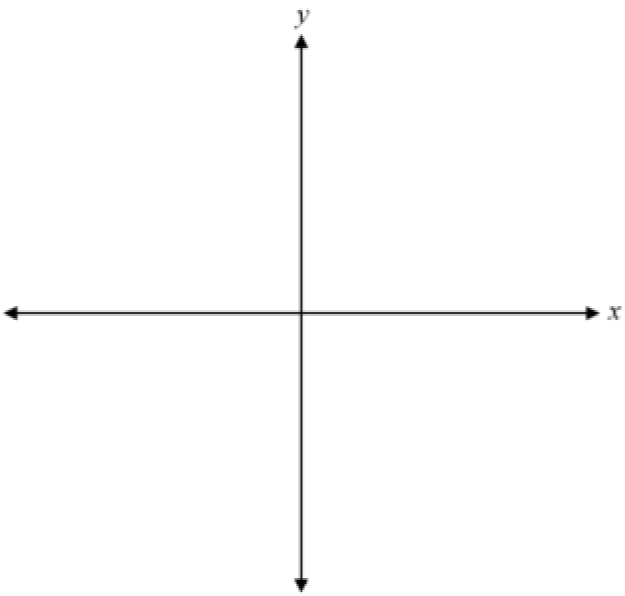
$$y = \frac{4}{x^2 + 4}$$

1 point

3.

Trace le graphique de la fonction suivante :

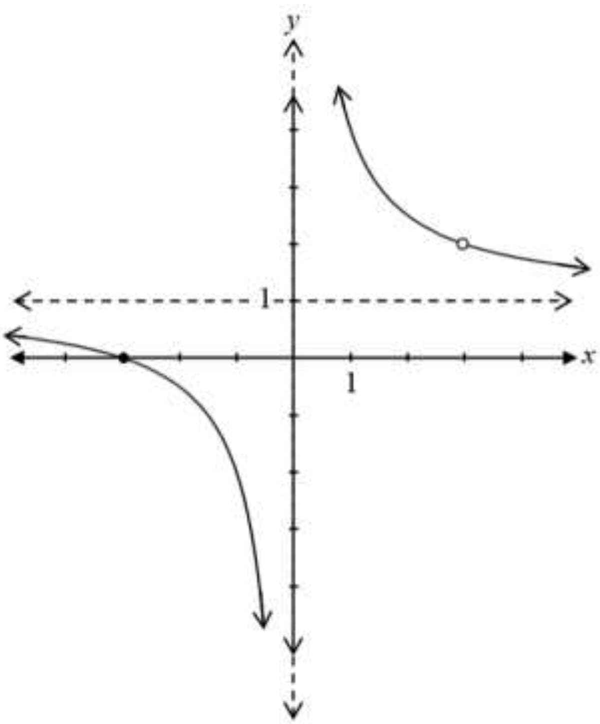
$$f(x) = \frac{(x+3)(x-3)}{x(x-3)}$$



$$f(x) = \frac{(x+3)\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}}$$

$$= \frac{x+3}{x}\ ,\ x \neq 3$$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité (trou) à $(3,\ 2)$



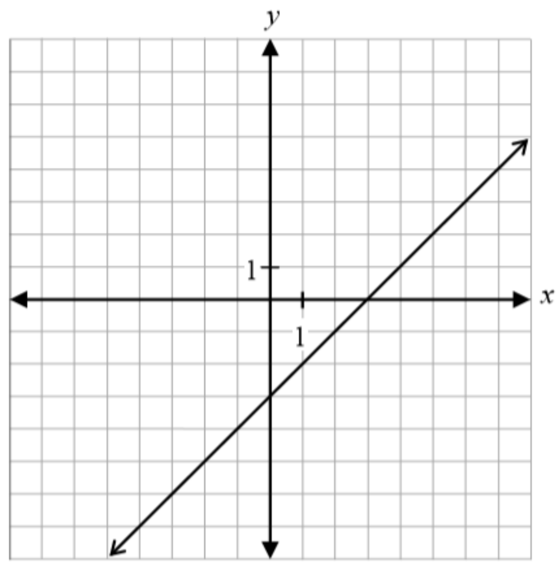
1 point pour le comportement asymptotique à $y = 1$
1 point pour le comportement asymptotique à $x = 0$
1 point pour le point de discontinuité (trou) à $(3,\ 2)$
(0,5 point pour $x = 3$; 0,5 point pour $y = 2$)
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale

4 points

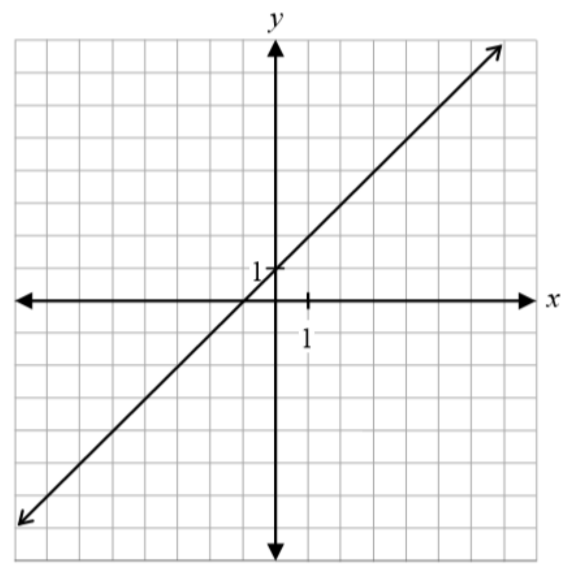
4.

Étant donné les graphiques suivants de $f(x) = x - 3$ et $g(x) = x + 1$,

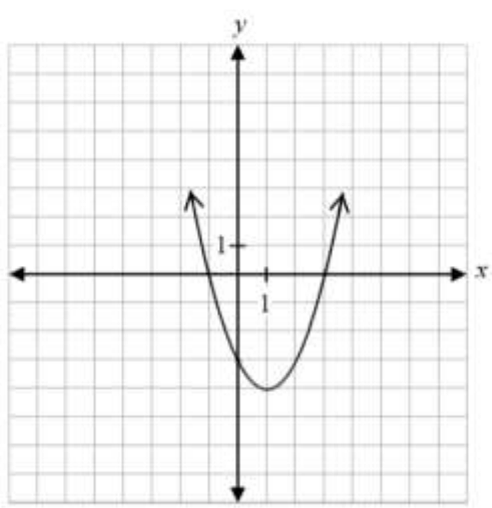
$f(x)$



$g(x)$



trace le graphique de $h(x) = (f \bullet g)(x)$.

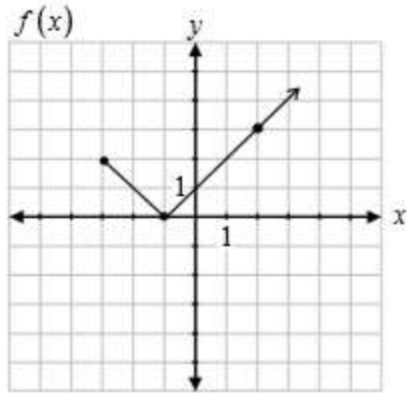


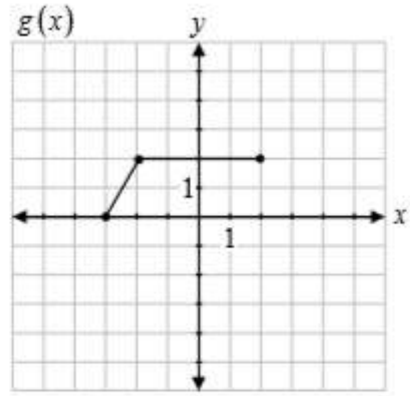
1 point pour l'opération de multiplication
1 point pour la forme qui représente l'opération donnée

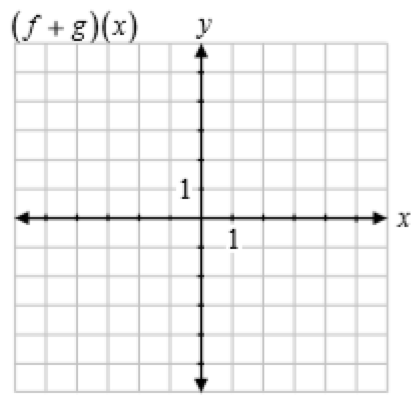
2 points

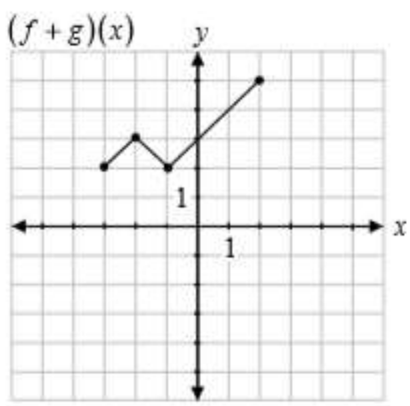
5.

Soit les graphiques de $f(x)$ et de $g(x)$, trace le graphique de $(f+g)(x)$.







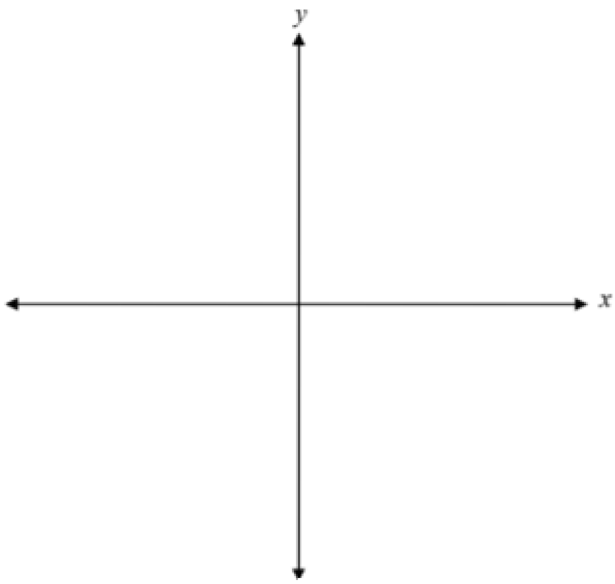


1 point pour l'opération d'addition
1 point pour le domaine restreint

2 points

6.

Trace le graphique de la fonction $f(x)=\dfrac{2x+2}{x^2-1}$.



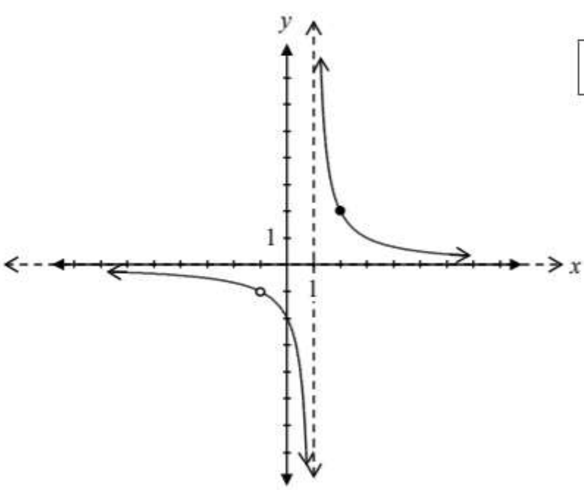
$$f(x)=\frac{2\cancel{(x+1)}}{(x-1)\cancel{(x+1)}}$$

$$=\frac{2}{x-1}$$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité (trou) à $(-1,-1)$

asymptote verticale à $x=1$

asymptote horizontale à $y=0$



Office

1 point pour le comportement asymptotique à $x=1$

1 point pour le comportement asymptotique à $y=0$

1 point pour le point de discontinuité (trou) à $(-1,-1)$ (0,5 point pour $x=-1$; 0,5 point pour $y=-1$)

0,5 point pour le graphique à la gauche de $x=1$

0,5 point pour le graphique à la droite de $x=1$

4 points

7.

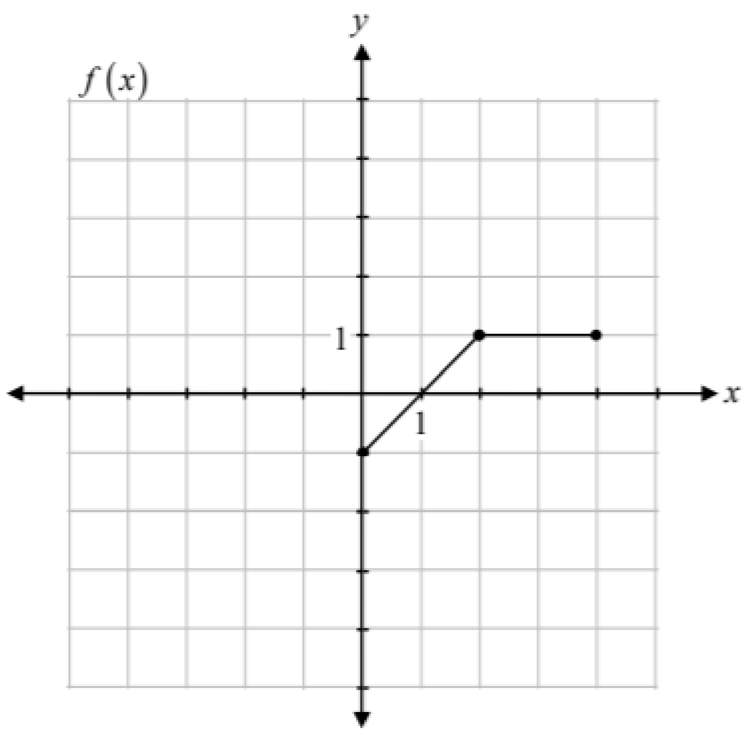
Décris la différence entre le graphique de $f(x)=\dfrac{7(x+2)}{x+2}$ et le graphique de $g(x)=\dfrac{7(x-2)}{x+2}$ à $x=-2$.

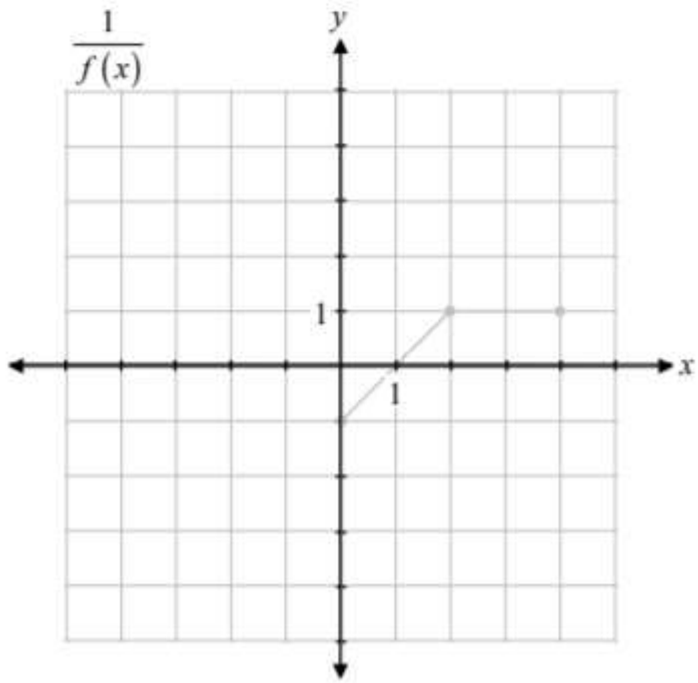
Le graphique de $f(x)=\dfrac{7(x+2)}{x+2}$ a un point de discontinuité et le graphique de $g(x)=\dfrac{7(x-2)}{x+2}$ a une asymptote.

1 point

8.

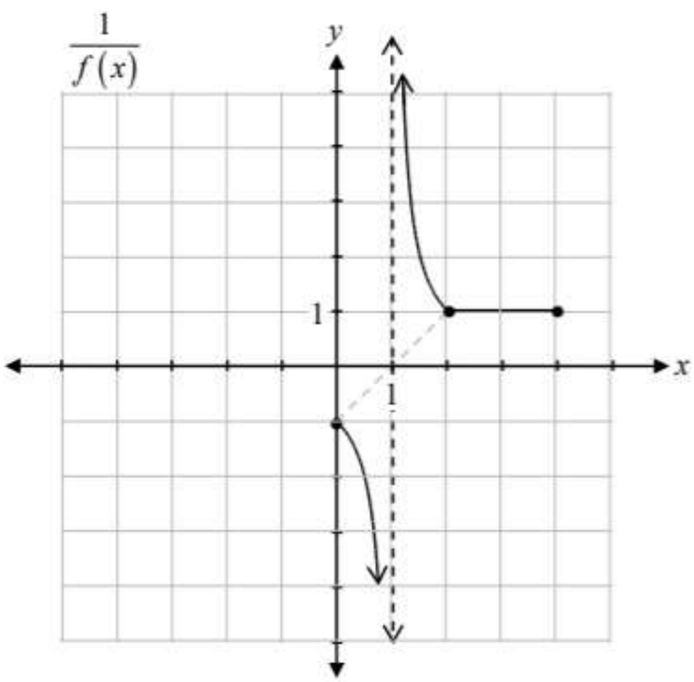
Soit la fonction $f(x)$ trace le graphique à l'inverse, $\dfrac{1}{f(x)}$.





Le graphique de $f(x)$ a déjà été tracé comme référence.

Aucun point ne sera attribué au graphique de $f(x)$.

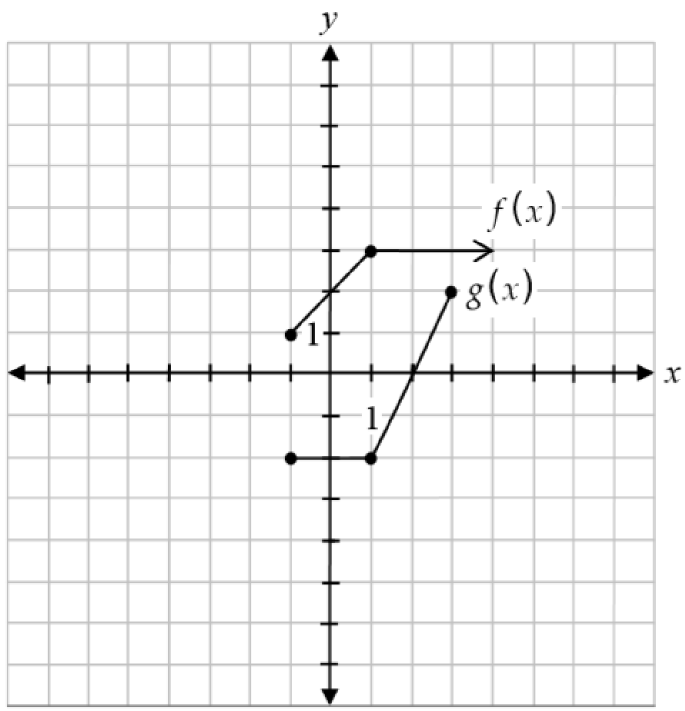


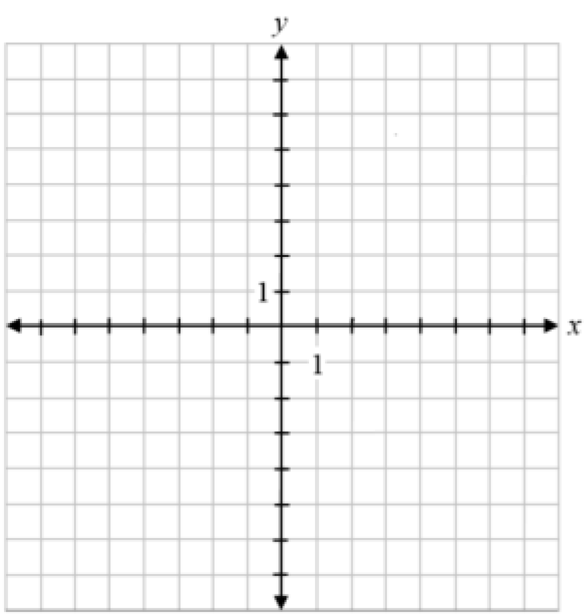
1 point pour le comportement asymptotique à $x = 1$
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale à $x = 1$
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale à $x = 1$

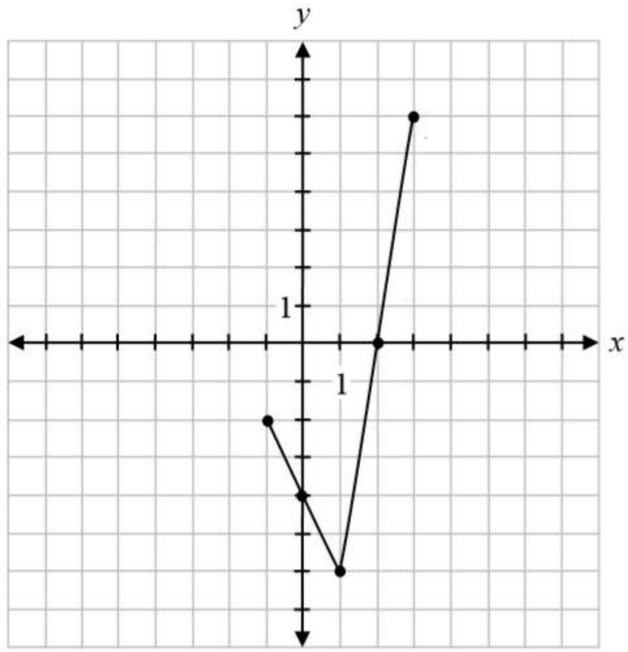
2 points

9.

Soit les graphiques de $f(x)$ et de $g(x)$, trace le graphique de $h(x)=(f \bullet g)(x)$.







x	$f(x)$	$g(x)$	$(f \bullet g)(x)$
–1	1	–2	–2
1	3	–2	–6
3	3	2	6

1 point pour l'opération de la multiplication
1 point pour la restriction du domaine

2 points

10.

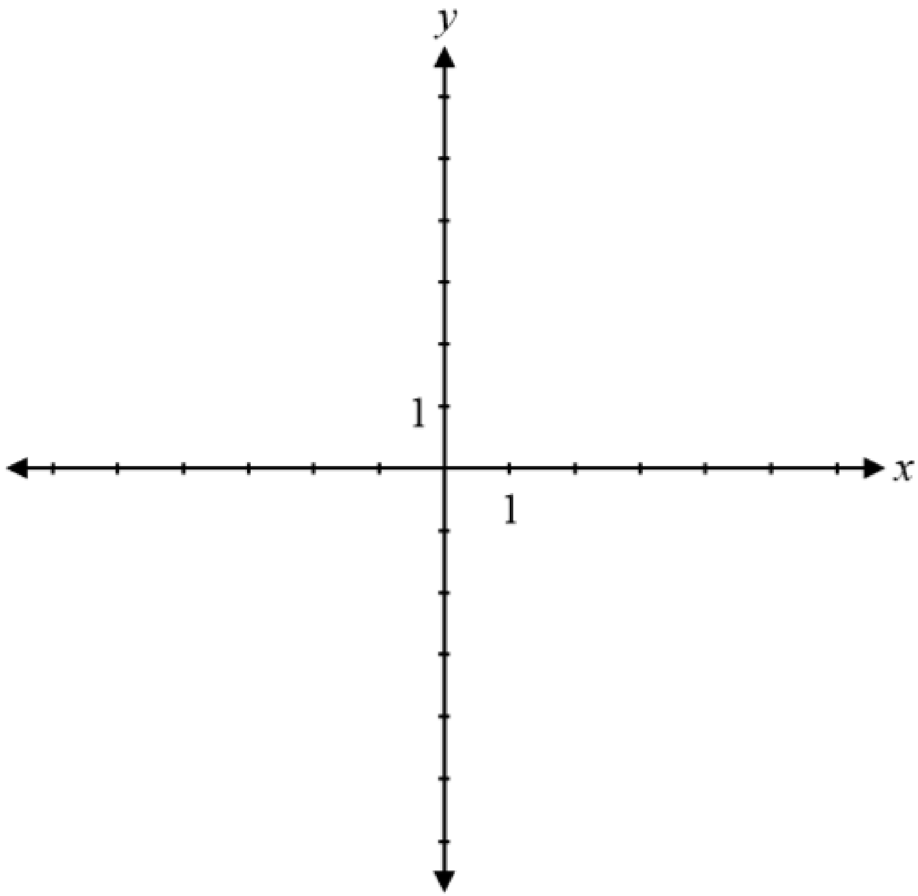
Soit $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ et $g(x) = x + 5$,

a) détermine l'équation pour $f(g(x))$.

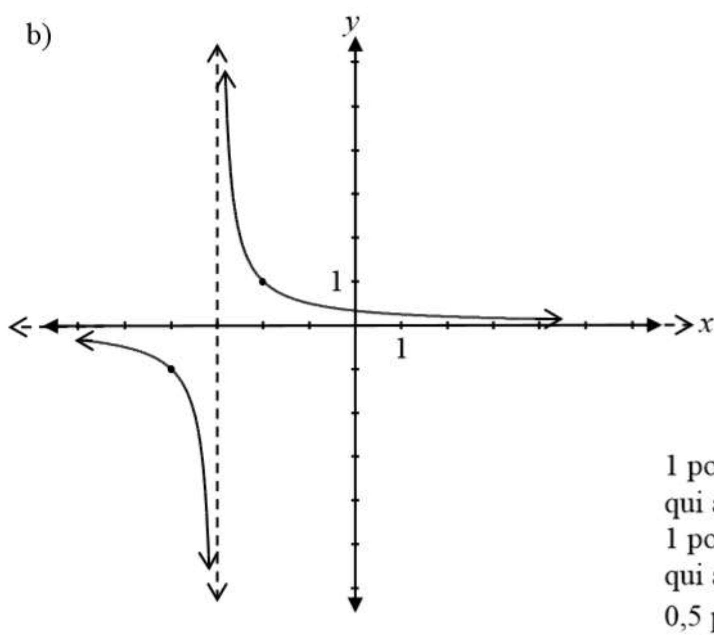
a) $$f(g(x)) = \frac{1}{(x+5)-2} = \frac{1}{x+3}$$

1 point

b) trace le graphique de $f(g(x))$.



b)



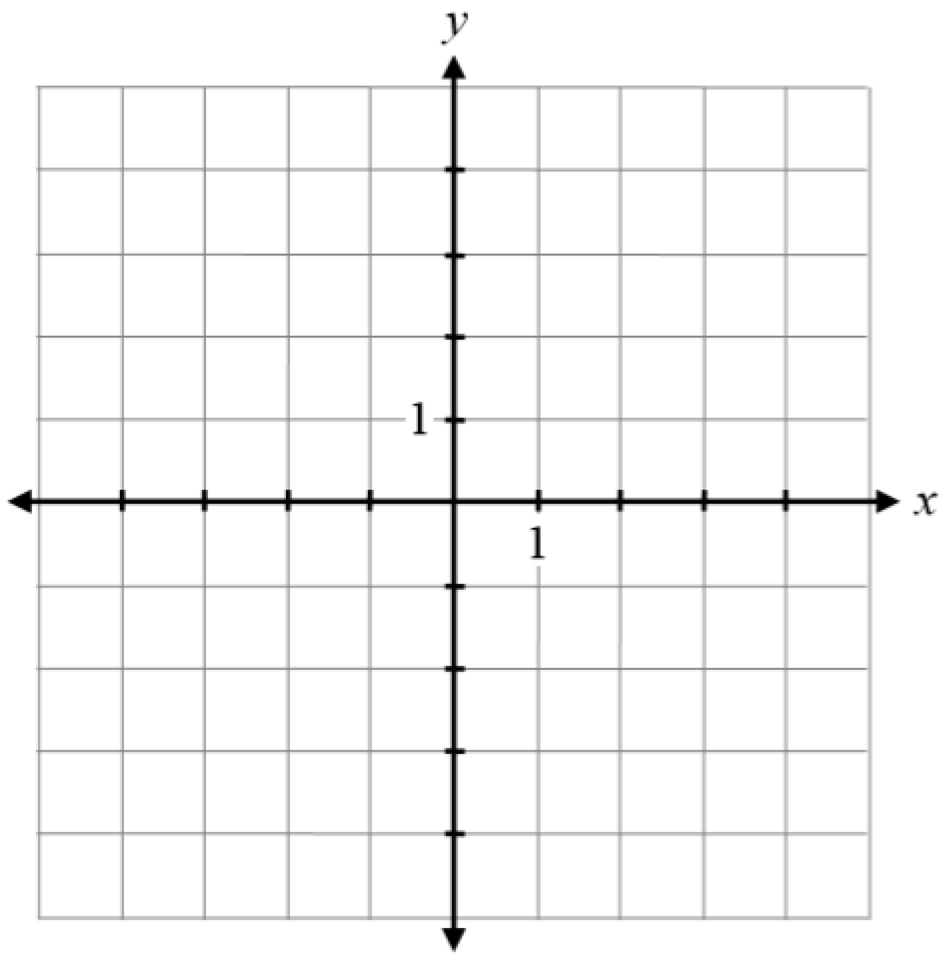
1 point pour le comportement asymptotique qui approche $x = -3$
1 point pour le comportement asymptotique qui approche $y = 0$
0,5 point pour la branche à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour la branche à la droite de l'asymptote verticale

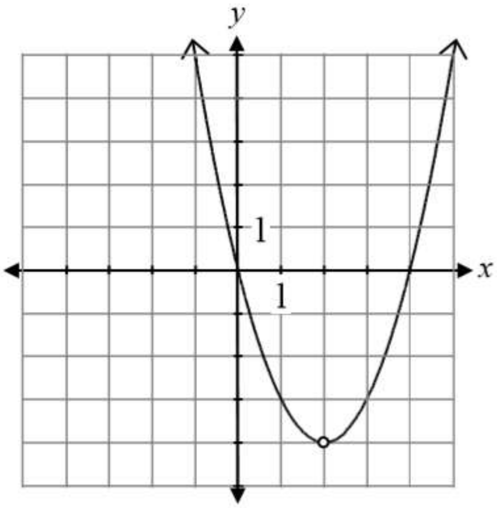
3 points

11.

Trace le graphique de la fonction :

$$f(x) = \frac{x(x-2)(x-4)}{(x-2)}$$





1 point pour le point de discontinuité (trou) à $(2, -4)$
(0,5 point pour la valeur de x, 0,5 point pour la valeur de y)

0,5 point pour la forme parabolique

0,5 point pour le comportement à l'infini

2 points

12.

Détermine les équations de toutes les asymptotes de la fonction :

$$y = \frac{2x+1}{x-3}$$

Asymptote horizontale à $y = 2$ — 1 point pour l'asymptote horizontale
Asymptote verticale à $x = 3$ — 1 point pour l'asymptote verticale

2 points

13.

Soit la fonction $f(x) = \frac{2}{x} - 1$, justifie pourquoi $f(f(2))$ est non définie.

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{2}{2} - 1 \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$f(f(2)) = \frac{2}{0} - 1$, qui n'est pas définie, parce que le dénominateur ne peut pas être zéro.

1 point pour la justification

1 point

14.

Détermine algébriquement si $f(x)=\dfrac{1}{x+5}$ et $g(x)=\dfrac{1}{x-5}$ sont la réciproque l'une de l'autre.

Justifie ta réponse.

Méthode 1

Si $f(x)=y$

$$y=\frac{1}{x+5}$$

$$x=\frac{1}{y+5}$$ 1 point pour avoir échangé les valeurs de x et y

$$y+5=\frac{1}{x}$$

$$y=\frac{1}{x}-5$$ 0,5 point pour avoir isolé y

$$f^{-1}(x)=\frac{1}{x}-5$$

$\therefore f^{-1}(x)\neq g(x)$ 0,5 point pour la justification

2 points

Méthode 2

1 point pour $f(g(x))$ ou $g(f(x))$

$$f(g(x))=\frac{1}{\left(\frac{1}{x-5}\right)+5}=\frac{1}{\frac{1+5x-25}{x-5}}=\frac{1}{\frac{5x-24}{x-5}}=\frac{x-5}{5x-24}$$

0,5 point pour la simplification

$$g(f(x))=\frac{1}{\left(\frac{1}{x+5}\right)-5}=\frac{1}{\frac{1-5x-25}{x+5}}=\frac{1}{\frac{-5x-24}{x+5}}=\frac{x+5}{-5x-24}$$

$\therefore$ Elles ne sont pas réciproques l'une de l'autre parce que $f(g(x))\neq x$ ou $g(f(x))\neq x$.

0,5 point pour la justification

2 points

15.

Identifie l'équation de la fonction, $f(x)$, du graphique suivant.

a) $f(x) = \dfrac{2x}{x+3}$

c) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x(x+3)}$

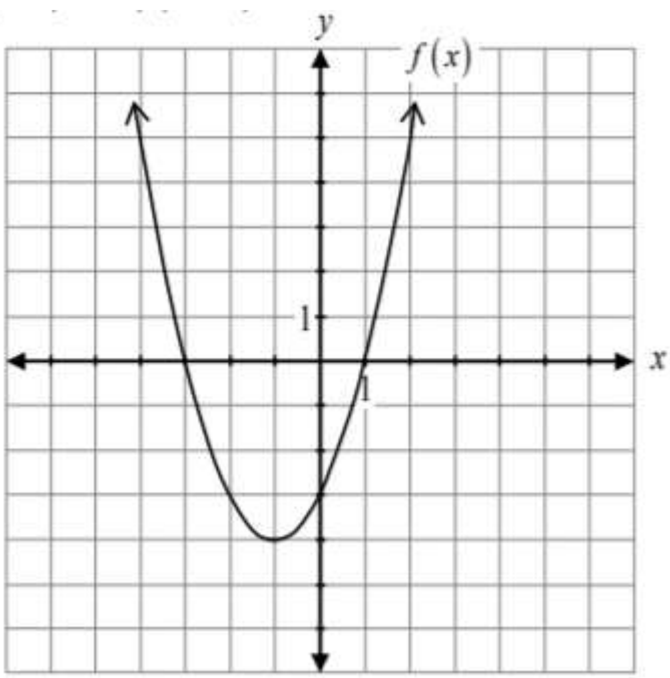
b) $f(x) = \dfrac{2}{x+3}$

d) $f(x) = \dfrac{3x^2}{x(x+2)}$

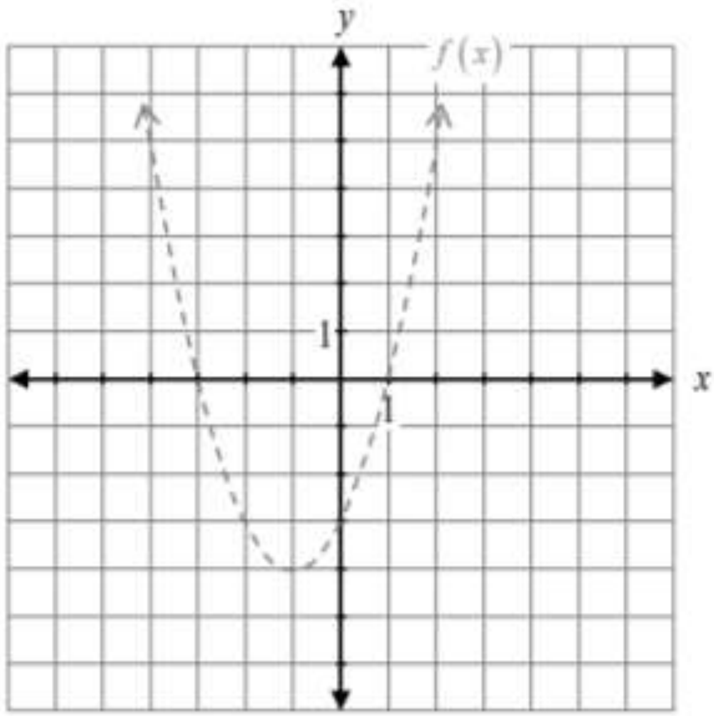
a)

16.

Soit le graphique de $f(x) = (x+3)(x-1)$,



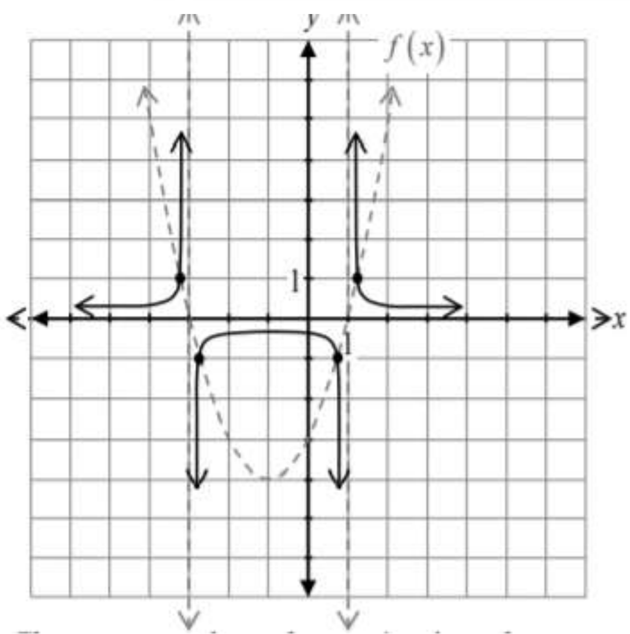
a) trace le graphique de $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.



Le graphique de $f(x)$ a déjà été tracé comme référence.

Aucun point ne sera attribué au graphique de $f(x)$.

a)



1 point pour les comportements asymptotiques à $x=1$ et à $x=-3$
0,5 point pour les comportements asymptotiques à $y=0$
0,5 point pour le graphique à la gauche de $x=-3$
0,5 point pour le graphique entre $x=-3$ et $x=1$
0,5 point pour le graphique à la droite de $x=1$

3 points

b) décris comment tracer le graphique de $h(x)=|f(x)|$.

b) Change toutes les valeurs négatives de y aux valeurs positives. Les valeurs positives de y ne changent pas.

17. Décris comment déterminer l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction rationnelle si le degré du polynôme du numérateur et le degré du polynôme du dénominateur sont égaux.

L'asymptote horizontale est $y = \frac{a}{b}$ où a est le coefficient principal du numérateur et b est le coefficient principal du dénominateur.

ou

On utilise la division polynomiale pour diviser le numérateur par le dénominateur. Alors, l'équation de l'asymptote horizontale aura la même valeur que le quotient.

1 point

18.

Trace le graphique de la fonction $f(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ et détermine son image.

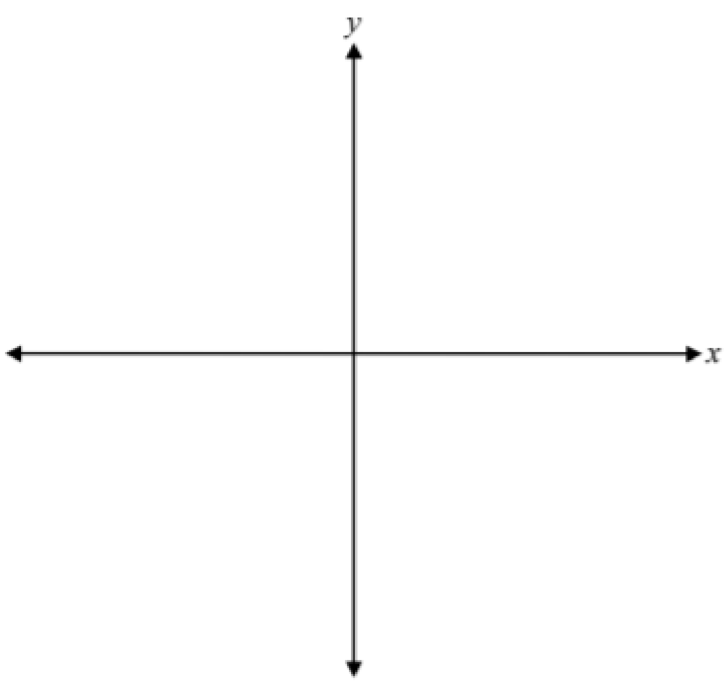
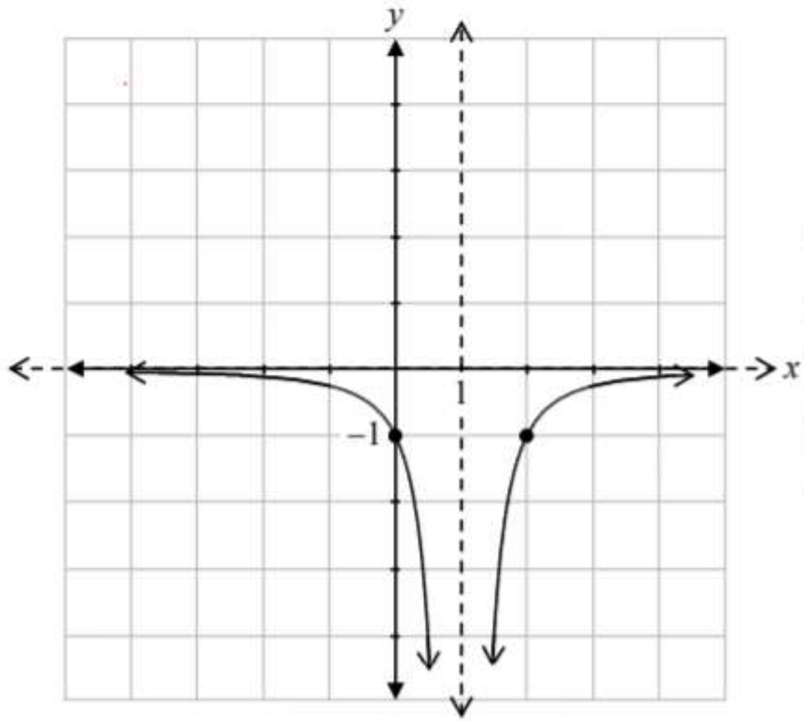


Image : ____



1 point pour le comportement asymptotique à $x = 1$
1 point pour le comportement asymptotique à $y = 0$
0,5 point pour le graphique à la gauche de $x = 1$
0,5 point pour le graphique à la droite de $x = 1$

Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y < 0\}$

ou

Image : $]-\infty, 0[$

1 point pour l'image (conséquente avec le graphique

4 points

19.

Soit $f(x) = \sqrt{x-2}$ et $g(x) = x^2 + 1$,

a) détermine $g(f(x))$.

$g(f(x)) =$ ______________________________

a) $$\begin{aligned} g(f(x)) &= \left(\sqrt{x-2}\right)^2 + 1 \\ &= x - 2 + 1,\ x \geq 2 \\ &= x - 1,\ x \geq 2 \end{aligned}$$

1 point pour la composition

1 point

b) explique pourquoi le domaine de $g(f(x))$ est restreint.

b) Le domaine de $g(f(x))$ doit être restreint parce que le domaine de $f(x)$ est restreint.

ou

La valeur de la radicande doit être positive.

1 point

20.

Soit $f(x) = x^2 + 5x + 6$, $g(x) = x + 3$, et $h(x) = f(x) - g(x)$,

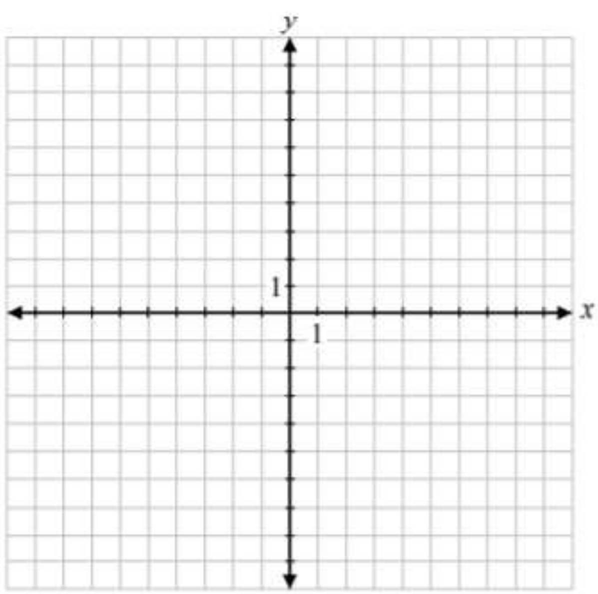
a) détermine $h(x)$.

a)

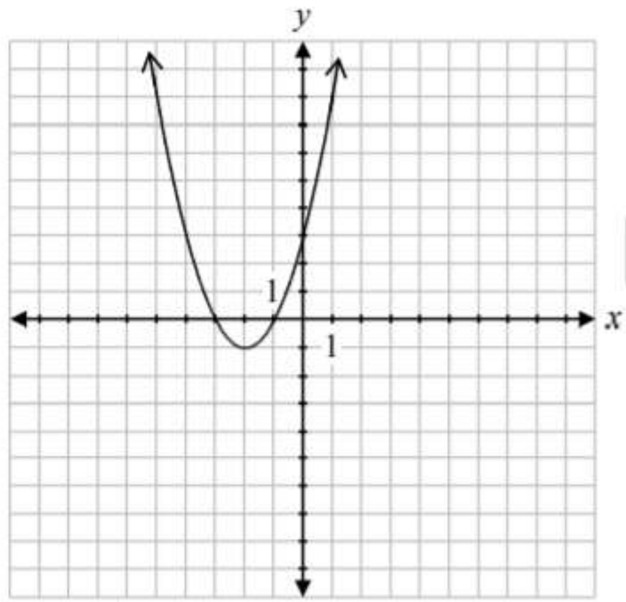
$$f(x) - g(x) = x^2 + 5x + 6 - (x + 3)$$
$$= x^2 + 4x + 3$$

1 point

b) trace le graphique de $y = h(x)$.



b)



1 point pour le graphique conséquent avec a)

1 point