Mathématique Pré-Calcul 40S

Revue Fonctions Circulaires, Fonctions Trigonométriques Graphiques et Identité Trigonométrique

Nom : ______________________ Date : ______________________

1. Détermine l'expression qui représente tous les angles coterminaux par rapport à un angle en position canonique dont la mesure est de 120°. Exprime ta réponse en radians.

$120° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{2\pi}{3}$

A. $\frac{5\pi}{6} + \pi n$, n est un nombre entier

C. $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, n est un nombre entier

B. $\frac{2\pi}{3} + \pi n$, n est un nombre entier

D. $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, n est un nombre entier

2. Quelle expression représente la mesure (en radians) de tous les angles qui sont coterminaux par rapport à l'angle θ ?

A. $2\pi + n\theta$, $n \in I$

C. $\theta + \pi n$, $n \in I$

B. $\theta + \frac{\pi}{2} n$, $n \in I$

D. $\theta + 2\pi n$, $n \in I$

3. Convertit $\frac{8\pi}{3}$ en degrés.

$\frac{8\cancel{\pi}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{180°}^{60°}}{\cancel{\pi}} = 480°$

A) 60° B) 120° C) 240° D) 480°

4. Un cercle a une longueur d'arc de 30 cm et un angle central de 120°. Détermine le rayon du cercle sous forme de ~~nombre entier~~.

s θ $r = ?$

$s = \theta r$

$120° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{2\pi}{3}$

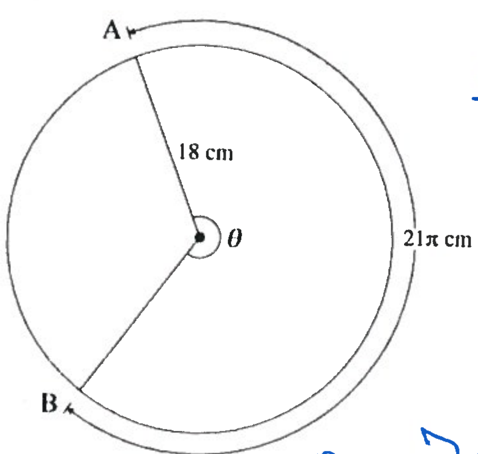
$30 \div \frac{2\pi}{3} = r$

$30 \cdot \frac{3}{2\pi} = r$

$\frac{90}{2\pi} = r$

$\boxed{\frac{45}{\pi} = r}$

5. Un cercle a un rayon de 18 cm. Si la longueur d'arc AB est 21π cm, comme ci-dessous, détermine la mesure de l'angle centrale en degré.



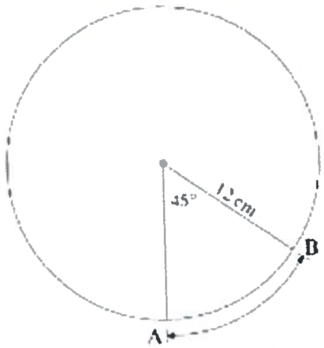
$\frac{21\pi}{18} = \theta$

$\frac{7\pi}{6} = \theta$

$\theta = \frac{7\cancel{\pi}}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{180°}^{30°}}{\cancel{\pi}}$

$\theta = 210°$

6. Un cercle a un rayon de 12 cm. Si l'angle centrale est 45°, détermine la longueur d'arc AB.



A. 2π cm
B. 3π cm
C. 4π cm
D. 6π cm

$45° = \frac{\pi}{4}$

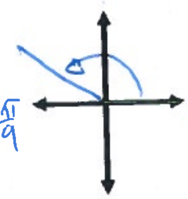
$s = \theta r$

$s = \frac{\pi}{4} \cdot 12 = 3\pi$ cm

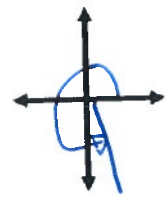
7. Trace les angles suivantes.

a) -1,9

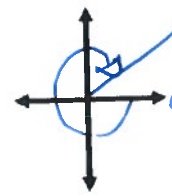
b) $\frac{7\pi}{9}$



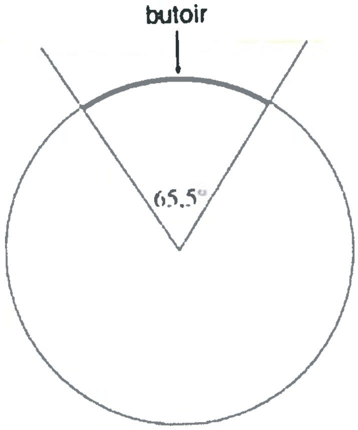
c) 5,2



d) $-\frac{15\pi}{8}$



8. En athlétisme, on doit lancer le pids en restant à l'intérieur d'un cercle de 3,5 pieds de rayon. Un butoir en bois est placé sur la circonférence du cercle. La mesure de l'angle au centre est de 65,5°. Détermine la longueur du butoir.



$\theta = 65{,}5° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{65{,}5\pi}{180}$

$s = \frac{65{,}5\pi}{180} \cdot 3{,}5$

$s = 4{,}001$ pieds

9. a) Détermine la valeur exacte de $sec\frac{5\pi}{4}$.

$\cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

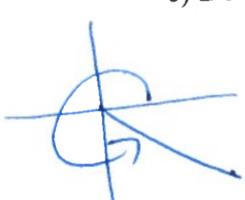
$\sec\frac{5\pi}{4} = \frac{-2}{\sqrt{2}}$ ou $-\sqrt{2}$

b) Détermine la valeur exacte de $csc\frac{7\pi}{6}$.

$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

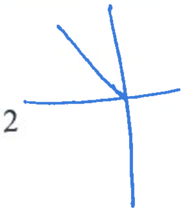
$\csc\frac{7\pi}{6} = -2$

c) Détermine la valeur exacte de $tan\frac{5\pi}{3}$.



$\tan\frac{5\pi}{3} = -\sqrt{3}$

d) Détermine la valeur exacte de $sin\frac{3\pi}{4}$.



$\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. Évalue.

$\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$$\cos^2\frac{7\pi}{4} \cdot \csc\frac{5\pi}{6} + 2\cot\frac{4\pi}{3} \cdot \sin\frac{2\pi}{3}$$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{1} + \cancel{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$\frac{2}{4} \cdot 2 + 1$

$= 2$

11. Le côté terminal d'un angle θ, en position standard, passe par le point (-2, 9). Détermine la valeur de sin θ.

$(-2)^2 + (9)^2 = r^2$

$4 + 81 = r^2$

$r = \sqrt{85}$

$\sin\theta = \frac{9}{\sqrt{85}}$ ou $\frac{9\sqrt{85}}{85}$

12. θ est un angle en position standard que $\tan\theta = \frac{2}{3}$ et sin $\theta < 0$. Détermine la valeur exacte de sec θ.

$(3)^2 + (2)^2 = r^2$

$9 + 4 = r^2$

$r = \sqrt{13}$

$\sec\theta = \frac{r}{x}$ $= \frac{-\sqrt{13}}{3}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

13. Le côté terminal d'un angle, θ, en position standard intersect le cercle unitaire au point (m, n). Détermine l'expression pour tan θ.

$\tan\theta = \frac{n}{m}$

14. θ est un angle en position standard que $\cot\theta = -\frac{4}{3}$ et cos $\theta > 0$. Détermine la valeur exacte de csc θ.

$(4)^2 + (-3)^2 = r^2$

$16 + 9 = r^2$

$r = 5$

$\csc\theta = \frac{r}{y}$

$\sin\theta = \frac{y}{r}$

$\csc\theta = \frac{-5}{3}$

15. Détermine l'image de la fonction y = -5sin2x – 3.

max: $-3 + 5 = 2$

min: $-3 - 5 = -8$

$[-8, 2]$

16. Détermine la valeur minimum de la fonction y = -3sin2x + 4

A) -7 B) -3 C) -1 D) 1

4 − 3 = 1

17. Détermine la période de la fonction $y = 3\cos\frac{\pi}{4}x$.

$2\pi \div \frac{\pi}{4}$

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) 4 D) 8

$2\cancel{\pi} \cdot \frac{4}{\cancel{\pi}} = 8$

18. Izzy fait un tour de grande roue. La fonction $h = 7cos\frac{\pi}{60}t + 9$ modélise sa hauteur, h (en mètres), par rapport au sol en fonction du temps (en secondes).

60 sec, 16 m
180 sec
4m 9m
30 sec 90 sec
150 sec 210 sec
0, 120 sec 2m
240 sec

a) Quelle est la durée d'une rotation complète (une révolution) ?

$2\cancel{\pi} \cdot 60/\cancel{\pi}$ = 120 sec.

b) Quelle hauteur minimum par rapport au sol se trouve la grande roue ?

2m

c) Durant la deuxième rotation à quelle temps Izzy se trouve à 9 m ?

150 sec et 210 sec.

d) À quelle hauteur se trouve Izzy sur la grande roue à 180 secondes ?

16m

19. Un port de mer a une profondeur maximum de 16 m à minuit. Après cette profondeur maximum, la première profondeur minimum de 4 m arrive 5,8 heures plus tard. (Supposons que la relation entre la profondeur en mètres et le temps sont une fonction sinusoïdale.) Combien d'heures après minuit est-ce que la profondeur va atteindre 10 m pour la première fois ?

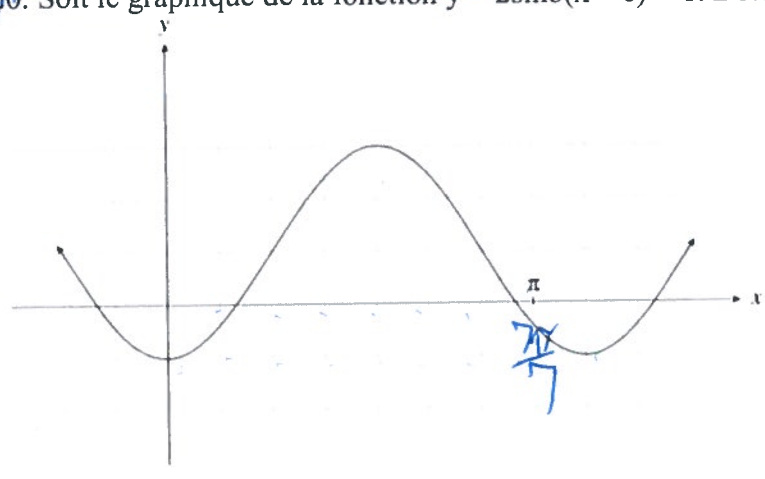
16m 12 am
10m — 10m, 2,9 h 2h54 min
4m, 5,8 h 5h48 min. am

5,8 h = 5h48 min.

$\boxed{\text{2h54 am}}$

Une rotation / Un cycle
5,8 × 2 = 11,6 heures
= 11 h 36 min.

20. Soit le graphique de la fonction y = 2sinb(x − c) + 1. Détermine une valeur de c et de b.



période = $\frac{8\pi}{7}$

$b = 2\pi \div \frac{8\pi}{7}$

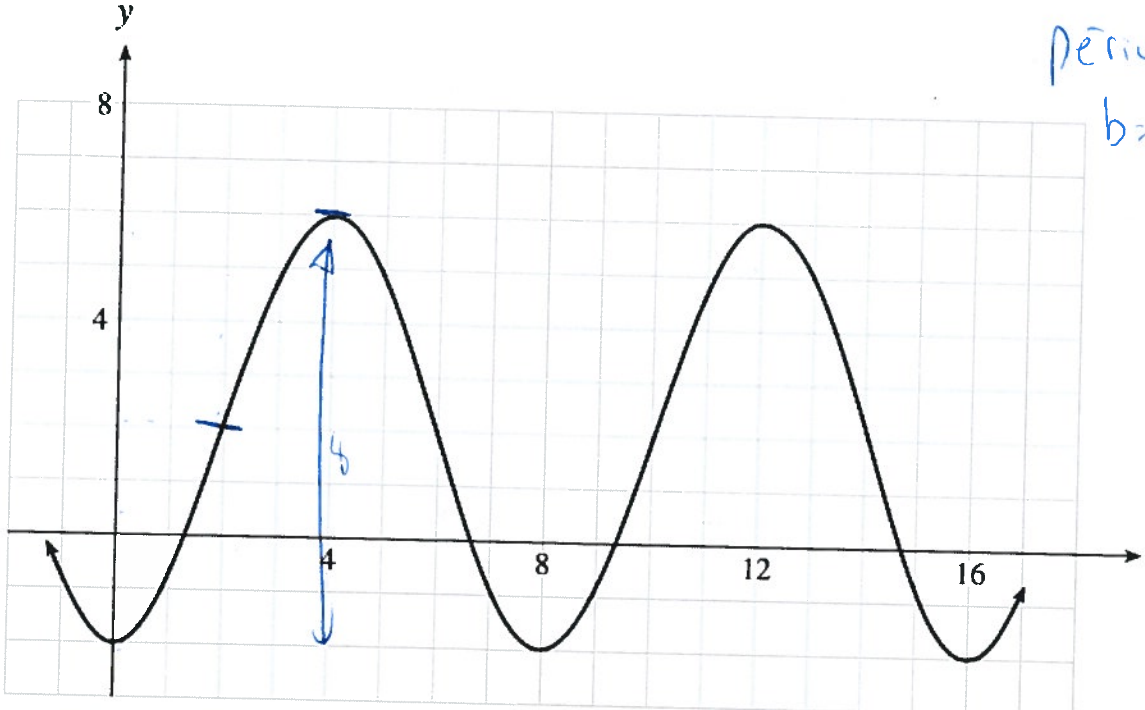
$b = 2\cancel{\pi} \cdot \frac{7}{8\cancel{\pi}} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$

21. a) Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction sinus ci-dessous.

A 4 B $\pi/4$ C 2 D 2

période = 8

$b = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$



b) Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction cosinus ci-dessus.

A 4 / ou -4 B $\pi/4$ C 4 / ou 0 D 2

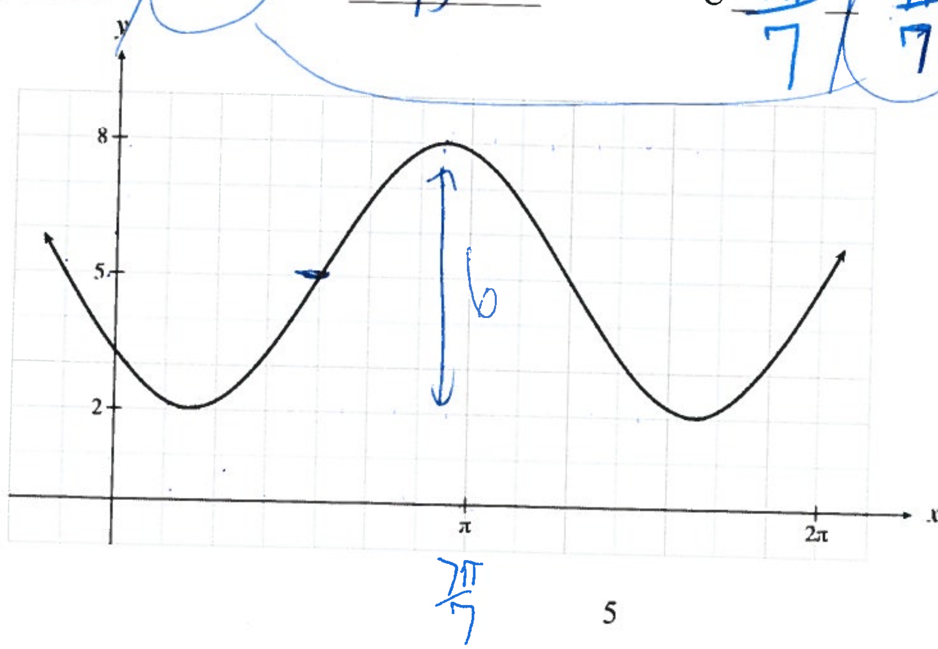
22. Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction sinus ci-dessous.

A 3 / -3 B 7/5 C $\frac{4\pi}{7}$ / $\frac{\pi}{7}$ D 5

période = $\frac{10\pi}{7}$

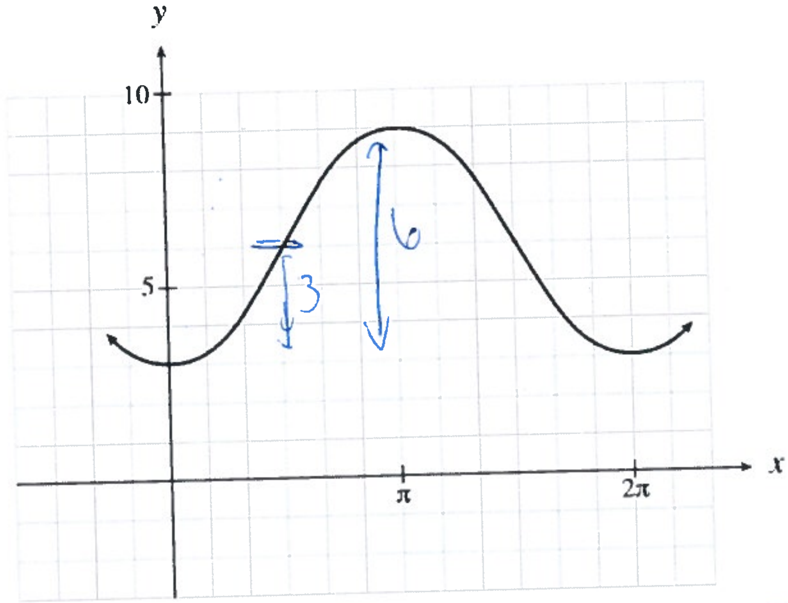
$b = 2\pi \div \frac{10\pi}{7}$

$2\pi \cdot \frac{7}{10\pi} \quad \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$



23. Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction cosinus ci-dessous.

A 3 / -3 B 1 C π / 0 D 6



période = 2π

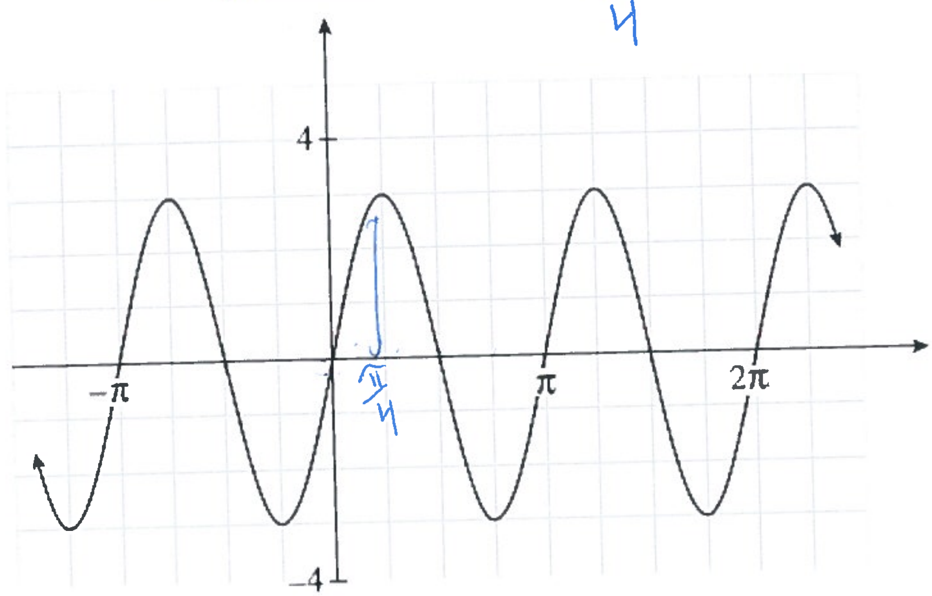
b: 1

24. a) Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction sinus ci-dessous.

A 3 B 2 C 0 D 0

b) Détermine les valeurs pour A, B, C, D de la fonction cosinus ci-dessous.

A 3 B 2 C $\frac{\pi}{4}$ D 0



période $= \pi$

$b = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

25. Détermine l'amplitude de la fonction y = -4cos(x – 1) + 2.

A) -4 B) -2 C) 2 D) 4

26. Soit le graphique de la fonction $y = -3cos\frac{\pi\,(x-2)}{10} + 4$. Quel énoncé est faux ?

période $= 2\pi \div \frac{\pi}{10}$

$2\pi \cdot \frac{10}{\pi} = 20$

I.	L'amplitude est de 3. ✓
II.	La période est de 10. ✗
III.	Le déphasage est de 2 unités vers la droite. ✓
IV.	Le déplacement vertical est de 4 unités vers le haut. ✓

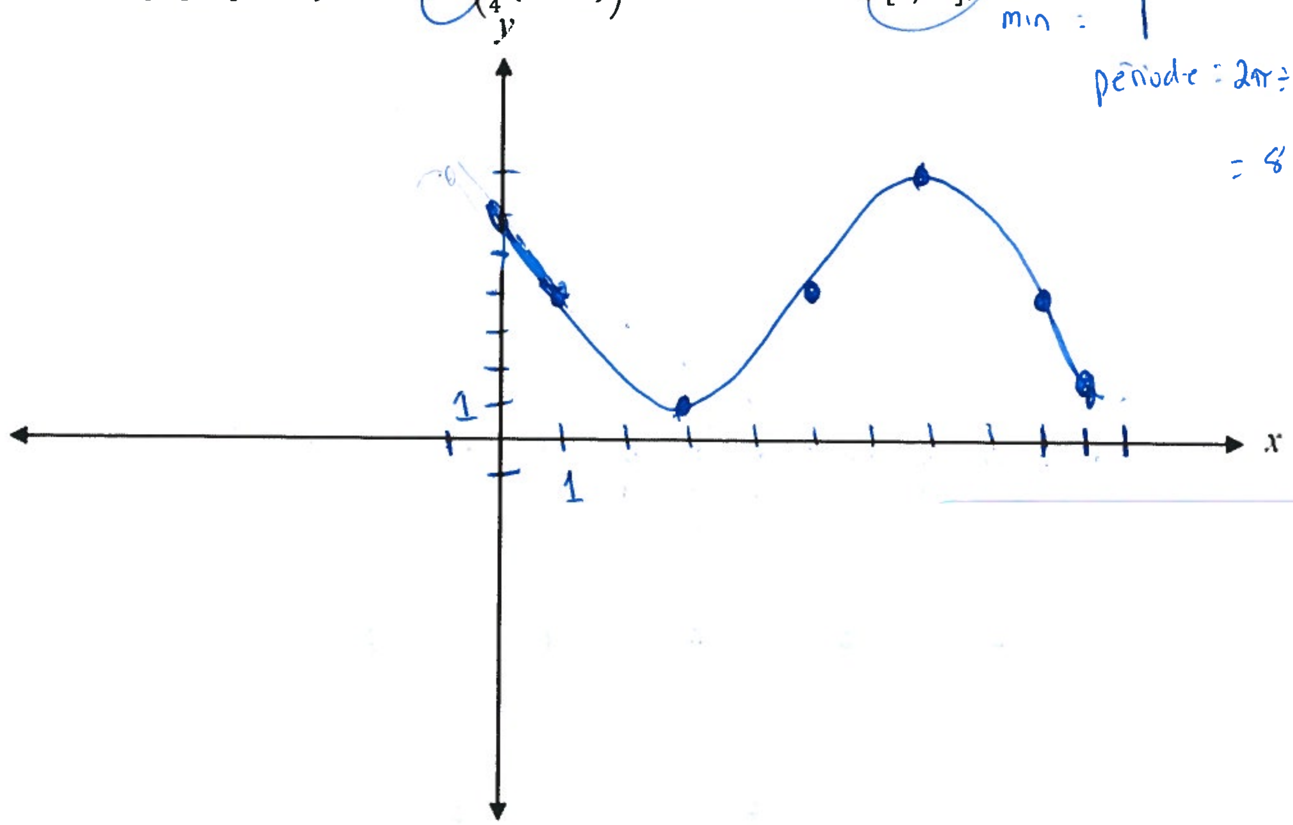
A) I B) II C) III D) IV

commence droit médiane

1 unité droite

27. Trace le graphique de $y = -3sin\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) + 4$ sur le domaine [0,10].

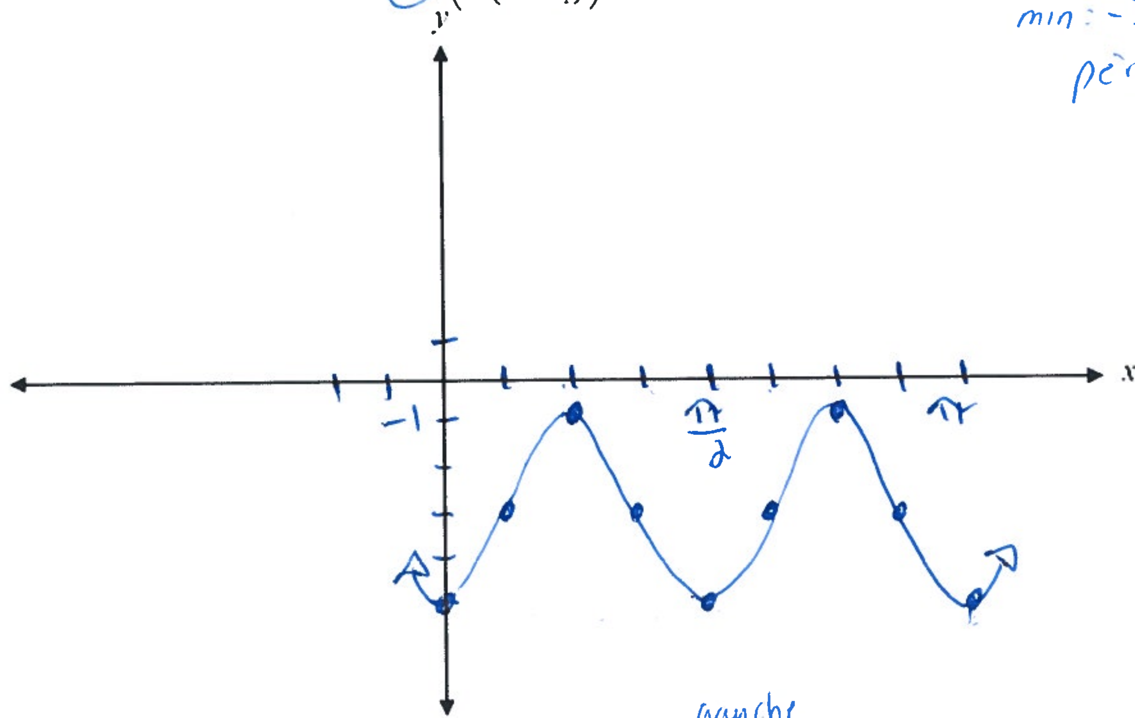
max : 7
min : 1
période : $2\pi \div \frac{\pi}{4}$
$= 8$



commence max → π/4 droite

28. Trace le graphique de $y = 2\cos\left(4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) - 3$ pour au moins une période.

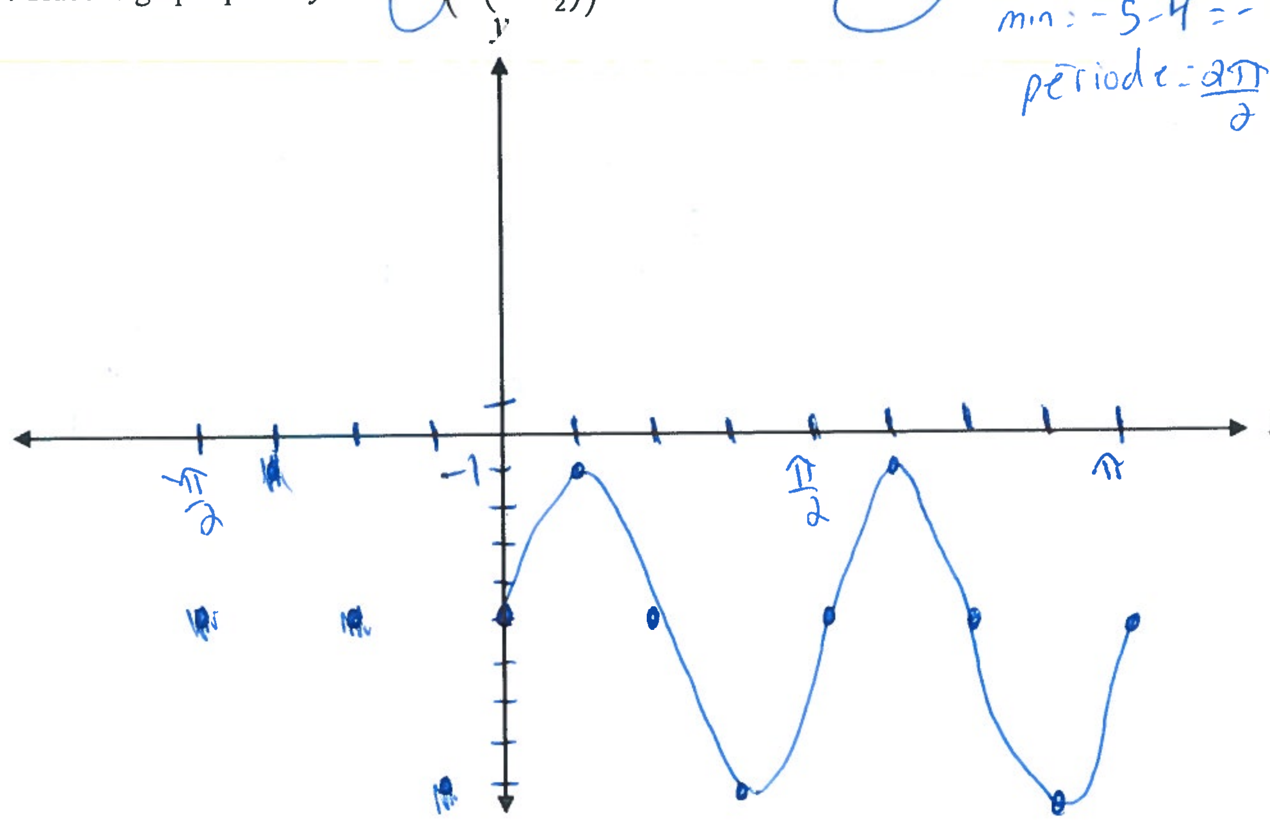
max : −3+2 = −1
min : −3−2 = −5
période : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



π/2 gauche

29. Trace le graphique de $y = 4\sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) - 5$ sur le domaine $[0,\ \pi]$.

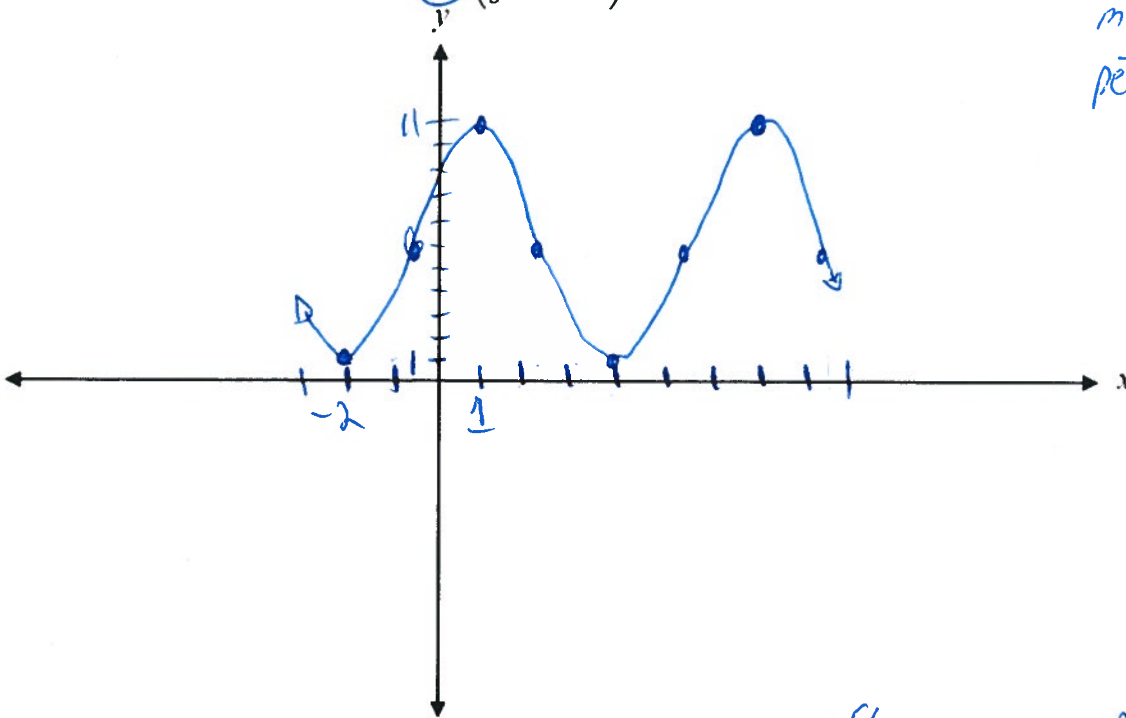
max : −5+4 = −1
min : −5−4 = −9
période : $\frac{2\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$



30. Trace le graphique de $y = -5\cos\left(\frac{\pi}{3}(x+2)\right) + 6$ pour au moins une période.

2π

max : $6+5=11$
min $6-5=1$
période : $2\pi \div \frac{\pi}{3}$
$=6$



31. Une roue qui roule sur le plancher a un diamètre de 16 cm et fait une rotation chaque 12 secondes. À t = 0 secondes, un point P sur le bord extérieur de la roue est à sa hauteur maximale. Détermine une fonction de cosinus qui représente ces informations.

$a=8$
période
$b: \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$
$a=8$
$d=8$

A. $h(t) = -8\cos\frac{\pi}{6}t + 8$

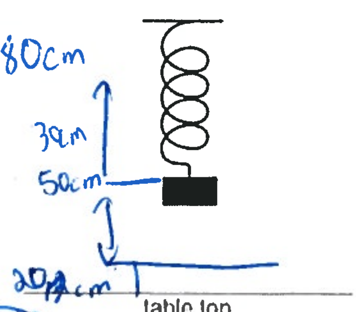
C. $h(t) = 8\cos\frac{\pi}{6}t + 8$

B. $h(t) = 8\cos\frac{\pi}{12}t + 8$

D. $h(t) = -8\cos\frac{\pi}{12}t + 8$

80cm 0,8sec
0,4sec 1,2sec
0, 1,6sec

32. Une masse est suspendue par un ressort par-dessus une table. Au repos la masse se trouve à 50 cm par-dessus la table. La masse est tirée vers le bas à une hauteur de 20 cm par-dessus la table et relâché à un temps t = 0. La masse prend 0,8 secondes pour atteindre la hauteur maximum par-dessus la table. Lorsque la masse se déplace en haut et en base, sa hauteur, h, en cm, par-dessus la table représente une fonction sinusoïdale en temps t, en secondes.



Détermine l'équation de la fonction sinusoïdale.

$A=30$ $D=50$

sin

min → max 0,8 sec
$0{,}8 \times 2 = 1{,}6$ sec = période
$B = \frac{2\pi}{1{,}6} = \frac{\pi}{0{,}8}$

1) $y = 30\sin\frac{\pi}{0{,}8}(x-0{,}4)+50$

cos

1) $y = -30\cos\frac{\pi}{0{,}8}(x)+50$

2) $y = 30\cos\frac{\pi}{0{,}8}(x-0{,}8)+50$

33. Détermine l'équation d'une asymptote de y = csc3x.

$\csc x = \frac{1}{\sin x}$ $\quad x \neq 0, \pi, 2\pi \ldots$ $\quad \csc 3x = \frac{1}{\sin 3x}$ $\quad$ asy vert.

$\sin x \neq 0$ $\quad x \neq \pi n$ $\quad \sin 3x \neq 0$ $\quad x = \frac{\pi n}{3}$

34. Détermine les zéros pour y = tan3x.

$\tan 3x = \frac{\sin 3x}{\cos 3x}$ $\quad \sin 3x = 0$ $\quad x = \frac{\pi n}{3}, n \in Z$

35. Détermine les asymptotes pour y = cot2x.

$\cot 2x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x}$ $\quad x = \frac{\pi}{2} n, n \in Z$

$\sin 2x \neq 0$

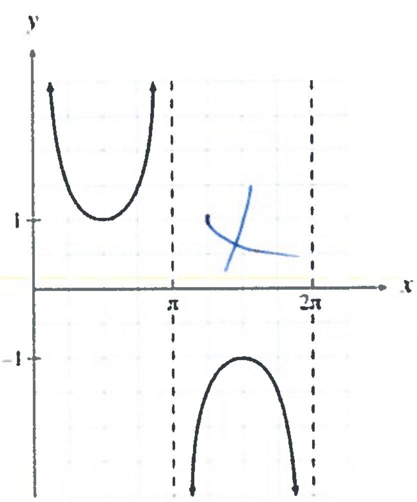
36. Lequel des graphiques suivants représente le graphique d'une période de la fonction y = sec2x ?

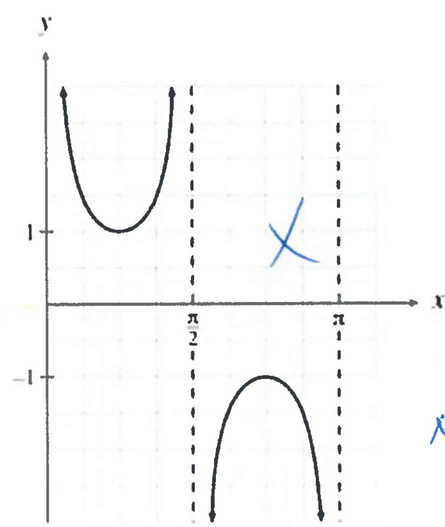
$\frac{1}{\cos 2x}$

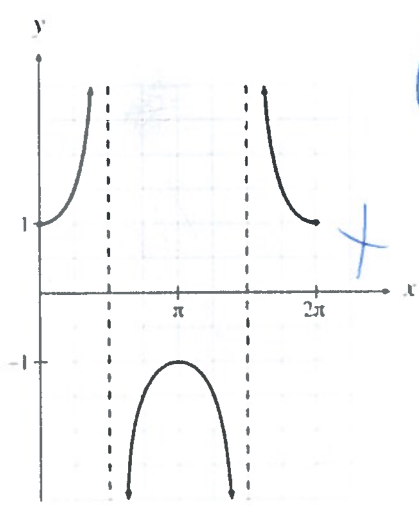
$\cos 2x \neq 0$

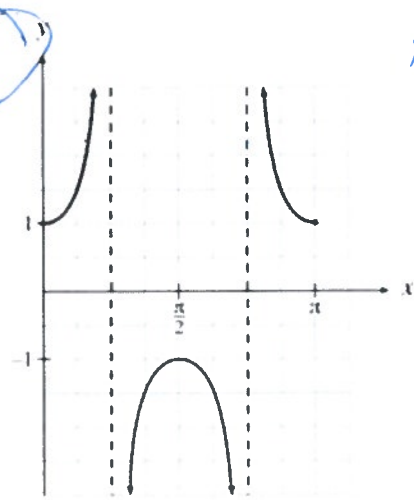
asy $x = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$

A.


B.


C.


D.


37. Une valeur minimum pour une fonction sinusoïdale est à $\left(\frac{\pi}{4}, 3\right)$. La valeur maximum le plus proche à la droite de ce point est à $\left(\frac{7\pi}{12}, 7\right)$. Détermine l'équation de cette fonction.

période $= \left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right) \times 2$

$= \left(\frac{7\pi}{12} - \frac{3\pi}{12}\right) \times 2$

$= (4\pi/12) \cdot 2 =$

période: $\frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$ $\quad b = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}$

$\boxed{b = 3}$

$a = \frac{7-3}{2} = 2$

$d = \frac{7+3}{2} = 5$

$y = -2\cos 3(x) + 5$

$y = 2\sin 3\left(x - \frac{5\pi}{12}\right) + 5$

38. Braeden a résous l'équation trigonométrique suivante. Trouve et corrige son erreur.

$$2\cos^2\theta - \sqrt{2}\cos\theta = 0$$

$$2\cos^2\theta = \sqrt{2}\cos\theta$$

$$2\cos\theta = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45°$, θ in I and III

I: $45°$

II: $180° + 45° = 225°$

$\theta = 45° + (2\pi)k, k \in I$

$\theta = 225° + (2\pi)k, k \in I$

ne peut pas débarasser du $\cos\theta$ en le divisant

$2\cos^2\theta - \sqrt{2}\cos\theta = 0$

$\cos\theta(2\cos\theta - \sqrt{2}) = 0$

$\cos\theta = 0$ $\qquad \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\theta = 90° + 180°n, n \in Z$

$\theta = 45° + 360°n, n \in Z$

$\theta = 315° + 360°n, n \in Z$

39. Détermine les solutions générales de l'équation $\sin 4x = -1$

$4x = \theta$ $\qquad \sin\theta = -1$

$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$\frac{4x}{4} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{4} + \frac{2\pi n}{4}, n \in Z$

$\boxed{x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n, n \in Z}$

40. Résous l'équation trigonométrique suivante dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

2tanx sinx – tanx = 0

$\tan x(2\sin x - 1) = 0$

$\tan x = 0$ $\qquad$ $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = 0$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$x = \pi$

41. Résous l'équation dans l'intervalle de $\mathbf{0 \leq \theta \leq 2\pi}$.

$2\sin^2\theta - 5\sin\theta - 3 = 0$

$\theta = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$(2\sin\theta + 1)(\sin\theta - 3) = 0$

$\sin\theta = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin\theta = 3$

aucune solution

42. Résous l'équation dans l'intervalle de $\mathbf{0 \leq x \leq 2\pi}$.

$4\cos^2 x = 3$

$\sqrt{\cos^2 x} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$ $\qquad$ $x_r = \frac{\pi}{6}$

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

43. Résous l'équation dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

$\sqrt{3}\cos\theta\tan\theta + \cos\theta = 0$

$\theta_r = \frac{\pi}{6}$

$\cos\theta(\sqrt{3}\tan\theta + 1) = 0$

$\cos\theta = 0$ $\qquad$ $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ $\theta = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

44. Détermine les solutions générales en radians pour l'équation.

$3\sin^2\theta - 2\sin\theta - 1 = 0$

$(3\sin\theta + 1)(\sin\theta - 1) = 0$

$\sin\theta = -\frac{1}{3}$ $\sin\theta = 1$

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \theta r$

$\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

Q III $\theta = \pi + \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$\theta = 3,481$

Q IV $\theta = 2\pi - \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$\theta = 5,943$

45. Résous l'équation dans l'intervalle de $-\pi \leq x \leq \pi$.

$\cos 2x - 3\sin x = 2$

$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x = 2$

$0 = 2\sin^2 x + 3\sin x + 1$

$0 = (2\sin x + 1)(\sin x + 1)$

$xr = \frac{\pi}{6}$ $\sin x = -\frac{1}{2}$ $\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2}$

$x = -\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$

46. Résous l'équation dans l'intervalle de $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -1$$

1) $\sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = -1$

$2\sin^2 x - 1 = -1$

$2\sin^2 x = 0$

$\sin^2 x = 0$

$x = 0, \pi, 2\pi$

ou

2) $1 - \cos^2 x - \cos^2 x = -1$

$-2\cos^2 x = -2$

$\sqrt{\cos^2 x} = \pm\sqrt{1}$

$\cos x = \pm 1$

$x = 0, \pi, 2\pi$

47. Résous l'équation dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

$3\sin^2\theta - 5\cos\theta = 1$

$3(1-\cos^2\theta) - 5\cos\theta = 1$

$3 - 3\cos^2\theta - 5\cos\theta = 1$

$0 = 3\cos^2\theta + 5\cos\theta - 2$

$0 = (3\cos\theta - 1)(\cos\theta + 2)$

$\cos\theta = \frac{1}{3}$ $\quad$ $\cos\theta = -2$

aucune solution

$\theta r = \cos^{-1}(\frac{1}{3})$

QI $\theta = 1{,}231$

QIV $\theta = 2\pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3})$

$\theta = 5{,}052$

48. Détermine les solutions générales pour l'équation suivante.

$\sin 2x - \sqrt{3}\sin x = 0$

$2\sin x\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$

$\sin x(2\cos x - \sqrt{3}) = 0$

$\sin x = 0$ $\quad$ $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

49. Résous l'équation dans l'intervalle $0 \leq \theta < 2\pi$.

$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0$

$\sin x(2\sin x + \sqrt{3}) = 0$

$\sin x = 0$ $\quad$ $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$xr = \frac{\pi}{3}$

$x = 0, \pi$

$x = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

50. Détermine la solution générale en radians.

$3\cos^2 x - 8\cos x + 4 = 0$

$(3\cos x - 2)(\cos x - 2) = 0$

$\cos x = \frac{2}{3}$ $\quad$ $\cos x = 2$

aucune solution

$xr = \cos^{-1}(2/3)$

QI $x = 0{,}841$

QIV $x = 2\pi - \cos^{-1}(2/3)$

$x = 5{,}442$

51. Résous : $5\sin^2 x = \cos x$, $0 \le \theta < 2\pi$

$5(1-\cos^2 x) = \cos x$

$5 - 5\cos^2 x = \cos x$

$0 = 5\cos^2 x + \cos x - 5$

$\cos x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(5)(-5)}}{2(5)}$

$\cos x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{101}}{10}$

$+ \quad \cos x = 0,905$

$- \quad \cos x = -1,105$

aucune réponse

QI $\theta = \cos^{-1}(0,905) = 9439$

$\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{-1+\sqrt{101}}{10}\right) = 0,439$

QIV =

$\theta = 2\pi - \cos^{-1}\left(\dfrac{-1+\sqrt{101}}{10}\right)$

$\theta = 5,844$

52. Détermine les restrictions pour l'expression $\dfrac{secx}{2sinx+1}$

$2\sin x + 1 \neq 0$

$\sin x \neq -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\cos x}$ $\quad \cos x \neq 0$

A. ~~$\sin x \neq -\frac{1}{2}$~~

B. $\sin x \neq 0, \quad \sin x \neq -\frac{1}{2}$

C. $\cos x \neq 0, \quad \sin x \neq -\frac{1}{2}$

D. $\cos x \neq 0, \quad \cancel{\sin x \neq 0}, \quad \sin x \neq -\frac{1}{2}$

53. Détermine toutes les valeurs non permises de l'expression $\dfrac{secx}{2sinx+1}$, sur l'intervalle $0 \le \theta < 2\pi$.

$\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$\frac{1}{\cos x}$

$\cos x \neq 0$

$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

A. $x = \frac{\pi}{2}, \cancel{\frac{3\pi}{2}}$

B. $x = \frac{7\pi}{6}, \cancel{\frac{11\pi}{6}}$

C. $x = 0, \pi, \cancel{\frac{7\pi}{6}}, \frac{11\pi}{6}$

D. $x = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \cancel{\frac{3\pi}{2}}, \frac{11\pi}{6}$

54. Détermine l'expression équivalente à $cos(\pi + 2A)$

$\cos\pi\cos 2A - \sin\pi\sin 2A$

$-1\cos 2A - 0 \cdot \sin 2A = -\cos 2A$

A) -cos2A B) cos2A C) -sin2A D) sin2A

55. Détermine l'expression équivalente à $tan^2\theta\ csc\theta + \dfrac{1}{sinx}$

$\dfrac{\sin^2\theta \cdot 1}{\cos^2\theta\ \sin\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\dfrac{\sin\theta}{\cos^2\theta} \cdot \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta} \cdot \dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$

$\dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta\ \sin\theta}$

$\sec^2\theta\csc\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta\ \sin\theta}$

A) $\sec^3\theta$ B) $\csc^3\theta$ C) $\csc^2\theta\sec\theta$ D) $\sec^2\theta\csc\theta$

56. Détermine l'expression équivalente à sin3xcosx + cos3xsinx.

$\sin(3x + x) = \sin(4x) = \sin(2x+2x)$

$2\sin 2x\cos 2x$

A) 4sinx B) 2sinxcosx C) 4sinxcosx D) 2sin2xcos2x

57. Quelle expression est équivalente à $sin(\pi + 2x)$?

$\sin\pi\cos 2x + \cos\pi\sin 2x$

$0 \cdot \cos 2x + (-1)\sin 2x = -\sin 2x$

$-2\sin x\cos x$

A) $2\cos^2 x - 1$ B) $1 - 2\cos^2 x$ C) 2sinxcosx D) -2sinxcosx

58. Quelle expression est équivalente à $sin(2x - \pi)$?

$\sin 2x\cos\pi - \cos 2x\sin\pi$

$\sin 2x(-1) - \cos 2x(0)$

$-\sin 2x = -2\sin x\cos x$

A) 2sinxcosx B) -2sinxcosx C) $\cos^2 x - \sin^2 x$ D) $\sin^2 x - \cos^2 x$

59. Détermine les valeurs non permises pour $\frac{tanx}{secx+1}$.

$\sec x + 1 \neq 0$

$\sec x \neq -1$

$\cos x \neq -1$

$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

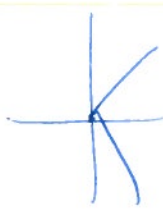
$\cos x \neq 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

60. Détermine les valeurs non permises pour $\frac{3+2csc\theta}{2sec\theta-3}$.

$\sec\theta \neq \frac{3}{2}$

$\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \theta r$



QI $\theta = 0{,}841 + 2\pi n, n \in Z$

QIV $\theta = 2\pi - \cos^{-1}(2/3)$

$\theta = 5{,}442 + 2\pi n, n \in Z$

$\cos\theta \neq \frac{2}{3}$

61. Détermine la valeur exacte.

$$\cos\frac{2\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{5} + \sin\frac{2\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5} = 0$$

$\sin(A+B)$

$\sin\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{3\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{5}\right) = \sin\pi$

$\sin\pi = 0$

62. a) Détermine la valeur de $\sec\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ $\sec\left(\frac{2\pi}{12}+\frac{3\pi}{12}\right)$ $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sec\frac{5\pi}{12}=\frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

$\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

b) Détermine la valeur de $\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$


$\sin\left(-\frac{3\pi}{12}-\frac{4\pi}{12}\right)$ $=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{3}-\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{\pi}{3}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)$ $=-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{4}$

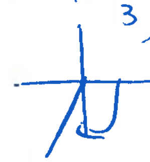
$\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

c) Détermine la valeur de $\tan\left(-\frac{11\pi}{12}\right)$ $\frac{\pi}{3}$

$-\frac{8\pi}{12}-\frac{3\pi}{12}$

$-\frac{4\pi}{2}-\frac{2\pi}{12}$

$\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ $\tan\frac{\pi}{4}$



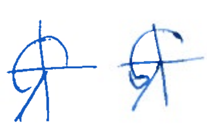

$\tan\left(-\frac{8\pi}{12}-\frac{3\pi}{12}\right)$

$\tan\left(-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)-\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1+\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\tan\frac{\pi}{4}}$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}\cdot 1}$ $\tan\left(-\frac{11\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$

d) Détermine la valeur de $\sin\left(\frac{29\pi}{12}\right)$

$\sin\left(\frac{15\pi}{12}+\frac{14\pi}{12}\right)$



$\boxed{\sin\left(\frac{29\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$

$\sin\left(\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\frac{5\pi}{4}\cos\frac{7\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{4}\sin\frac{7\pi}{6}$

$=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+17\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

63. Détermine la valeur exacte de tan75°.

$$\tan(30°+45°) = \frac{\tan 30° + \tan 45°}{1 - \tan 30° \tan 45°}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + 1}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1}$$

$$= \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-1} = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

64.

Soit $\sin\alpha = \frac{1}{5}$, où α est dans le quadrant I; et $\cos\beta = \frac{2}{3}$ où β est dans le quadrant IV.
Détermine la valeur exacte de $\sin(\alpha - \beta)$.

$x^2 = (5)^2 - (1)^2$

$x^2 = 25 - 1$

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{24}$

$x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{24}}{5}$ ou $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$y^2 = (3)^2 - (2)^2$

$y^2 = 9 - 4$

$\sqrt{y^2} = \pm\sqrt{5}$

$y = -\sqrt{5}$

$\sin\beta = \frac{-\sqrt{5}}{3}$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{5} \cdot -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \frac{2}{15} + \frac{2\sqrt{30}}{15}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \frac{2+2\sqrt{30}}{15}$$

ou

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{\sqrt{24}}{5}\right)\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= \frac{2}{15} + \frac{\sqrt{120}}{15} = \frac{2+\sqrt{120}}{15}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \frac{2+2\sqrt{30}}{15}$$

65. Soit $\cos A = \frac{40}{41}$ et $\tan B = \frac{5}{12}$, détermine :

a) sin2B

$r^2 = (12)^2 + (5)^2$
$r^2 = 144 + 25$
$r = 13$

$\sin B = \frac{\pm 5}{13}$

$\cos B = \frac{\pm 12}{13}$

$\sin 2B = 2\sin B\cos B$

$\sin 2B = 2\left(\frac{\pm 5}{13}\right)\left(\frac{\pm 12}{13}\right)$

$\sin 2B = \frac{120}{169}$

$41^2 - 40^2 = y^2$
$81 = y^2$
$y = \pm 9$

$\sin A = \pm\frac{9}{41}$

b) sec(A – B)

$\cos(A-B)$

$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$

$= \left(\frac{40}{41}\right)\left(\frac{\pm 12}{13}\right) + \left(\frac{\pm 9}{41}\right)\left(\frac{\pm 5}{13}\right)$

$= \frac{480}{533} + \frac{45}{533} = \frac{525}{533}$

$\sec(A-B) = \frac{533}{525}$

ou $\frac{480}{533} - \frac{45}{533} = \frac{435}{533}$ $\sec(A-B) = \frac{533}{435}$

ou $\frac{-480}{533} + \frac{45}{533} = \frac{-435}{533}$

$\sec(A-B) = \frac{-533}{435}$

ou $\frac{-480}{533} - \frac{45}{533} = \frac{-525}{533}$ $\sec(A-B) = \frac{-533}{525}$

66. Soit $\sin a = -\frac{3}{5}$ dans quadrant III et $\cos b = \frac{7}{25}$, et $\tan b > 0$, trouve la valeur exacte de :

a) csc(a – b)

$\cos a = \frac{-4}{5}$ $\sin b = \frac{24}{25}$

$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$

$= -\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{7}{25}\right) - \frac{24}{25}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)$

$= \frac{21}{125} + \frac{96}{125}$

$= \frac{117}{125}$

$\csc(a-b) = \frac{125}{117}$

b) cos2a

$= 1 - 2\sin^2 a$ ou $2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ $= 2\left(-\frac{4}{5}\right)^2 - 1$

$= 1 - \frac{18}{25}$ $= \frac{32}{25} - 1$

$= \frac{25-18}{25}$ $= \frac{32-25}{25}$

$\cos 2a = \frac{7}{25}$ $\cos 2a = \frac{7}{25}$

67. Prouve les identités pour toutes les valeurs permises :

a)

$$\frac{\cos x + \cot x}{\sec x + \tan x} = \cos x \cot x$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \dfrac{\cos x \cdot \frac{\sin x}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}}$	$\cos x \cdot \dfrac{\cos x}{\sin x}$
$= \dfrac{\cos x \sin x + \cos x}{\sin x} \div \dfrac{1+\sin x}{\cos x}$	
$= \dfrac{\cos x\,\cancel{(\sin x + 1)}}{\sin x} \cdot \dfrac{\cos x}{\cancel{1+\sin x}} = \dfrac{\cos x}{\sin x} \cdot \cos x$	

b)

$$\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{1+\sin\theta} = \sin 2\theta \sec^3\theta$$

Membre de gauche	Membre de droite
$\dfrac{\sin\theta}{(1-\sin\theta)} \cdot \dfrac{(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)} + \dfrac{\sin\theta}{(1+\sin\theta)} \cdot \dfrac{(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)}$	$= 2\sin\theta \cdot \cancel{\cos\theta} \cdot \dfrac{1}{\cos^{\cancel{3}2}\theta}$
$= \dfrac{\sin\theta + \cancel{\sin^2\theta} + \sin\theta - \cancel{\sin^2\theta}}{1-\sin^2\theta}$	$= \dfrac{2\sin\theta}{\cos^2\theta}$
$= \dfrac{2\sin\theta}{\cos^2\theta}$	

c)

$$\frac{\tan x}{\sec x + 1} = \frac{2\cos x - 2\cos^2 x}{\sin 2x}$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \frac{\tan x \cdot (\sec x - 1)}{(\sec x + 1)(\sec x - 1)}$	$= \frac{\cancel{2}\cancel{\cos x}(1 - \cos x)}{\cancel{2}\sin x \cancel{\cos x}}$
$= \frac{\tan x\left(\frac{1}{\cos x} - 1 \cdot \frac{\cos x}{\cos x}\right)}{\sec^2 x - 1}$	$= \frac{1 - \cos x}{\sin x}$
$= \frac{\cancel{\tan x}\left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x}\right)}{\tan^{\cancel{2}} x}$ $\to \frac{\sin x}{\cos x}$	
$= \frac{1 - \cos x}{\cos x} \div \frac{\sin x}{\cos x}$	
$= \frac{1 - \cos x}{\cancel{\cos x}} \cdot \frac{\cancel{\cos x}}{\sin x}$	
$= \frac{1 - \cos x}{\sin x}$	

d)

$$\frac{\tan x(\cos x + \cot x)}{\sec x + \tan x} = \frac{\sin x \sin 2x}{2 - 2\cos^2 x}$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \frac{\frac{\sin x}{\cos x}\left(\cos x \frac{\sin x}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}\right)}{\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}}$	$= \frac{\sin x \cdot 2\sin x\cos x}{2(1 - \cos^2 x)}$
$= \frac{\frac{\sin x}{\cos x}\left(\frac{\cos x \sin x + \cos x}{\sin x}\right)}{\frac{1 + \sin x}{\cos x}}$	$= \frac{\cancel{2}\sin^{\cancel{2}} x \cos x}{\cancel{2}\sin^{\cancel{2}} x}$
$= \frac{\cancel{\sin x}(\cos x(\cancel{\sin x + 1}))}{\cancel{\cos x}\ \cancel{\sin x}} \cdot \frac{\cancel{\cos x}}{\cancel{1 + \sin x}} = \cos x$	$= \cos x$

e)

$$\csc\theta\sin 2\theta - \sec\theta\cos 2\theta = \sec\theta$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \frac{1}{\cancel{\sin\theta}} \cdot 2\cancel{\sin\theta}\cos\theta - \frac{1}{\cos\theta}(2\cos^2\theta - 1)$	$= \frac{1}{\cos\theta}$
$= 2\cos\theta \cdot \frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{(2\cos^2\theta - 1)}{\cos\theta}$	✓
$= \frac{2\cos^2\theta - 2\cos^2\theta + 1}{\cos\theta}$	
$= \frac{1}{\cos\theta}$	

f)

$$\frac{1-\cos^2\theta}{\sec^2\theta - 1} - \sin^2\theta = \cos 2\theta$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta} - \sin^2\theta$	✓
$= \sin^2\theta \div \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$	
$= \cancel{\sin^2\theta} \cdot \frac{\cos^2\theta}{\cancel{\sin^2\theta}} - \sin^2\theta$	
$= \cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$	

g)

$$\frac{2\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \cot\theta - \tan\theta$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \dfrac{\cancel{2}\cos 2\theta}{\cancel{2}\sin\theta\cos\theta}$	$= \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\dfrac{\cos\theta}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta}$
$= \dfrac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$	$= \dfrac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

68. Prouve algébriquement que l'égalité ci-dessous est une identité.

$$\frac{\tan 2\theta(1-\tan\theta)\cos^2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{1}{1+\tan\theta}$$

Membre de gauche	Membre de droite
$= \dfrac{\dfrac{2\tan\theta}{(1-\tan^2\theta)}(1-\tan\theta)\cos^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$	
$= \dfrac{\dfrac{2\tan\theta}{(1+\tan\theta)\cancel{(1-\tan\theta)}}\cancel{(1-\tan\theta)}\cdot\cos^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$	$= \dfrac{\cancel{2\sin\theta\cos\theta}}{1+\tan\theta}\cdot\dfrac{1}{\cancel{2\sin\theta\cos\theta}}$
$\dfrac{\dfrac{2\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}}\cdot\cos^{\cancel{2}}\theta}{1+\tan\theta} \div 2\sin\theta\cos\theta$	$= \dfrac{1}{1+\tan\theta}$

69. La fonction $f(x) = \frac{4x+1}{3x}$, détermine la fonction $f^{-1}(x)$.

$x = \frac{4y+1}{3y}$

$3xy = 4y+1$

$3xy - 4y = 1$

$y(3x-4) = 1$

$y = \frac{1}{3x-4}$

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3x-4}$

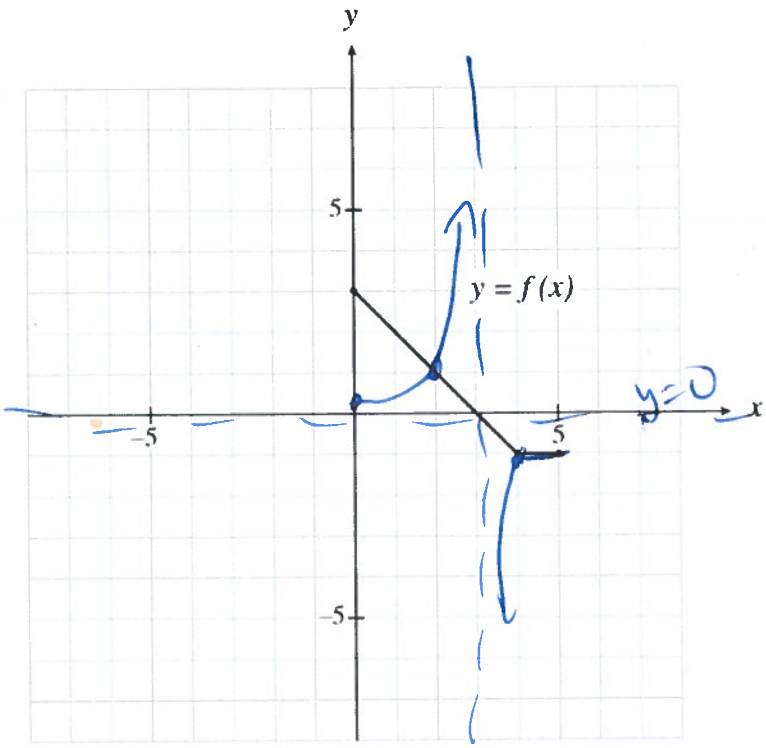
70. L'ordonnée à l'origine pour y = f(x) est 5. Détermine l'ordonnée à l'origine pour y = – f(x) + 3.

$(x, -y+3)$

$y = -(5)+3$

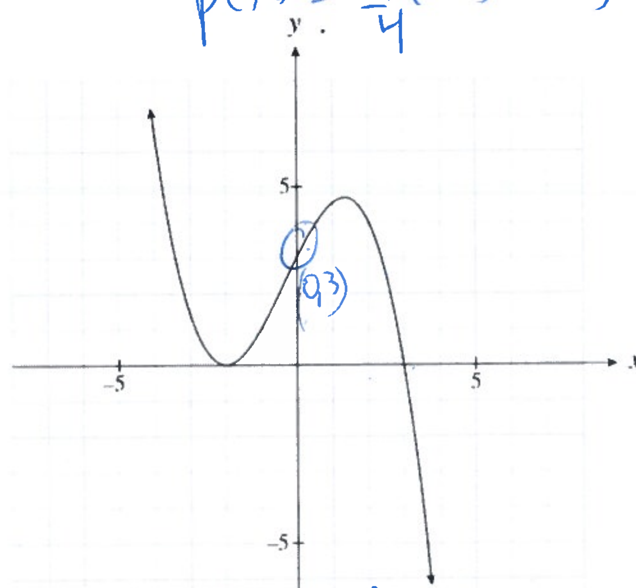
$\boxed{y = -2}$

71. a) Étant donné le graphique de y = f(x) ci-dessous, trace le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$.



b) Détermine l'équation p(x) de la fonction polynomiale ci-dessous.

$p(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2(x-3)$



$p(x) = a(x+2)^2(x-3)$

$3 = a(0+2)^2(0-3)$

$3 = a \cdot -12 \quad a = -\frac{1}{4}$

72. Quelle équation représente le graphique de y = tanx après qu'il a été déplacé 4 unités vers le haut et 7 unités vers la gauche ?

$k = 4 \qquad h = -7$

A) y = tan(x + 7) + 4 B) y = tan(x + 7) – 4 C) ~~y = tan(x – 7) + 4~~ D) ~~y = tan(x – 7) – 4~~