

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

Nom : _____ /39 Date : _____

1. Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de θ .

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \sec \theta + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta - \cotan \theta$$

Membre de gauche

Membre de droite

$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \sin \theta)}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) \cdot \frac{(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)}$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

2.

Prouve l'identité pour toutes les valeurs permises de θ :

$$\cos \theta + \tan \theta \sin \theta = \frac{\tan \theta \sin \theta}{1 - \cos^2 \theta}$$

Membre de gauche

Membre de droite

$$= \cos \theta + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \sin \theta$$

$$= \cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$= \frac{\sin \theta \cdot \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \div \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

13

b) Trouve les valeurs non-permises de l'identité suivante sur l'intervalle $[0, 2\pi]$.

11

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos \theta \neq 0$$



$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos^2 \theta \neq 1$$

$$\cos \theta \neq \pm 1$$

$$\theta = 0, \pi, 2\pi$$



Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

3. Prouve les identités pour toutes les valeurs permises :

a)

$$\frac{\cos x + \cot x}{\sec x + \tan x} = \cos x \cot x$$

Membre de gauche

Membre de droite

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos x \left(\frac{\sin x}{\sin x} + 1 \right)}{\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}} \\
 &= \frac{\cos x \sin x + \cos x}{\frac{1 + \sin x}{\cos x}} \\
 &= \frac{\cos x (\sin x + 1)}{\frac{1 + \sin x}{\cos x}} \\
 &= \frac{\cos x (\cancel{\sin x + 1})}{\cancel{1 + \sin x}} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{1 + \sin x}} \\
 &= \frac{\cos^2 x}{\sin x} = \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \\
 &= \cos x \cot x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \\
 &= \frac{\cos^2 x}{\sin x}
 \end{aligned}$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

b)

$$\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = \sin 2\theta \sec^3 \theta$$

2 termes 1 terme

Membre de gauche

Membre de droite

$$\frac{(\sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} + \frac{\sin \theta(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= 2 \sin \theta \cos \theta \cdot \frac{1}{\cos^3 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta(1 + \sin \theta) + \sin \theta - \sin^2 \theta}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta - \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

4. Détermine les valeurs non permises pour $\frac{\tan x \csc x}{\sec x + 1}$.

$$\sec x \neq -1$$

1) $\sec x \neq 0$

$$\frac{1}{\cos x} \neq 0$$

$$\cos x \neq 0$$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

5.

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \neq 0$$

$$\cos x \neq 0$$

$$\csc x \neq \frac{1}{\sin x}$$

$$\sin x \neq 0$$



$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x \neq -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Soit $\sin \alpha = \frac{1}{5}$, où α est dans le quadrant I; et $\cos \beta = \frac{2}{3}$ où β est dans le quadrant IV.

Détermine la valeur exacte de $\sin(\alpha - \beta)$.

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 \\ &= \frac{25-1}{25} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\cos^2 \alpha} = \frac{\pm \sqrt{24}}{\sqrt{25}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ ou } \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \beta &= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= \frac{9-4}{9} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\sin^2 \beta} = \frac{\pm \sqrt{5}}{\sqrt{9}}$$

$$\sin \beta = \frac{-\sqrt{5}}{3}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)\left(\frac{-\sqrt{5}}{3}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{15} + \frac{2\sqrt{30}}{15}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{2 + 2\sqrt{30}}{15} \text{ ou } \frac{2 + \sqrt{120}}{15}$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

6. Détermine la valeur exacte.

/1

$$\cos \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5} = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{3\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{5}\right) = \sin(\pi) = 0$$

7. Évalue.

/4

a) $\cos 140^\circ \cos 20^\circ + \sin 140^\circ \sin 20^\circ = \cos(140^\circ - 20^\circ) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$
ou: 60°

b) $2 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 1 = \cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\tan \frac{\pi}{8} + \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{\pi}{8}} = \frac{\tan 2\left(\frac{\pi}{8}\right)}{1} = \tan \frac{\pi}{4} = 1$

d) $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin 2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

8. Détermine la valeur exacte de $\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$. $\sin\left(-\frac{2\pi}{12} - \frac{3\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{6}}{4} \text{ ou } -\frac{2\sqrt{6}}{4}$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

9. Détermine la valeur de $\sec\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ $\cos\left(\frac{3\pi}{18} + \frac{2\pi}{18}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$ /3

$$= \cos\frac{\pi}{4} \cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{6}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\sec\frac{5\pi}{12} = \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

10. Résous l'équation suivante algébriquement pour θ , où $0 \leq \theta \leq 2\pi$: /4

$$\frac{1}{2}\sin 2x + \sin x = 0$$

$$\frac{1}{2}(2\sin x \cos x) + \sin x = 0$$

$$\sin x \cos x + \sin x = 0$$

$$\sin x (\cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$\neq 0 \quad x = 0, \pi, 2\pi$$

$$x = \pi$$

11. Résous l'équation dans l'intervalle de $0 \leq \theta \leq 2\pi$. /3

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -1$$

$$1 - \cos^2 x - \cos^2 x + 1 = 0$$

$$-2\cos^2 x + 2 = 0$$

$$-2(\cos^2 x - 1) = 0 \quad \cos^2 x = 1$$

$$\cos x = \pm 1$$

$$\neq 0 \quad x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = -1$$

$$2\sin^2 x - 1 + 1 = 0$$

$$2\sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = 0$$

$$\neq 0 \quad x = 0, \pi, 2\pi$$

Mathématique Pré-Calcul 40S
Quiz Identité Trigonométrique

12. Détermine les solutions générales sous forme de radians.

13

$$2\sin^2\theta - 9\cos\theta + 3 = 0$$

$$2(1 - \cos^2\theta) - 9\cos\theta + 3 = 0$$

$$2 - 2\cos^2\theta - 9\cos\theta + 3 = 0$$

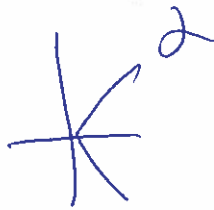
$$-2\cos^2\theta - 9\cos\theta + 5 = 0$$

$$2\cos^2\theta + 9\cos\theta - 5 = 0$$

$$(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 5) = 0$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = -5$$



aucune
solution

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{5\pi}{3}$$