Mathématique Pré-Calcul 40S

Unité : Quiz 1 Fonctions Logarithmiques Sans Calculatrice

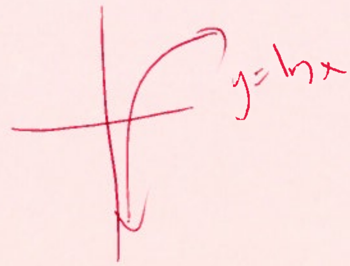
Nom : Corrigé **/31** **Date :** ______________________

/7 Partie A : Choix Multiples. Encerclez la meilleure réponse.

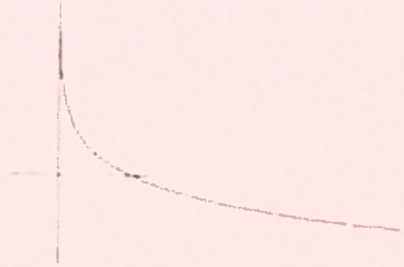
1. Détermine l'asymptote de la réciproque de $f(x) = 4^{x-3} - 2$

a) $y = -2$ b) $x = -2$ c) $y = 3$ d) $x = 3$

2. Si $f(x) = \ln x$, indique quel est le graphique de $y = f^{-1}(x)$.

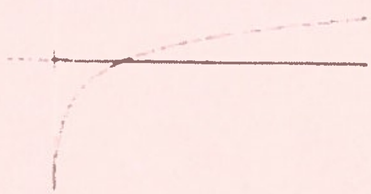


a)



b)

c)



d)

3. Trouve la valeur exacte de $\log_3 5$

a) Log 5 – log3 b) $\frac{\log 5}{\log 3}$ c) $\frac{\log 3}{\log 5}$ d) aucune de ces réponses.

4. Si $\log_a b^2 = 12$, trouve la valeur de $\log_a b$:

$2\log_a b = 12$

$\log_a b = 6$

a) $\sqrt{12}$ b) 6 c) 36 b) 144

5. Trouve le domaine de $f(x) = \log_4(3 - x) + 1$.

$3 - x > 0$

$-x > -3$

$x < 3$

a) $x < 3$ b) $x > 3$ c) $x > -3$ d) $x < -3$

6. Détermine l'asymptote verticale de la fonction $f(x) = 2\log_5(2x - 2) - 3$

$2(x-1)$

a) $x = 2$ b) $x = -3$ c) $x = -2$ d) $x = 1$

7. Résous :

$$7^{\log_7 2} = x$$

a) x = 1 b) x = 2 c) x = 7 d) x = 49

/13 Partie B : Questions à réponses courtes.

1. Trouve la forme sous un seul logarithme de : log(x + 2) – 2logy. /2

$\log \frac{(x+2)}{y^2}$

2. Trouve l'abscisse à l'origine de y = 3log₃(x – 2) – 6. /2

$0 = 3\log_3(x-2) - 6$

$\frac{6}{3} = \frac{3\log_3(x-2)}{3}$

$2 = \log_3(x-2)$

$3^2 = x - 2$

$9 + 2 = x$

$\boxed{x = 11}$

3. a) Évalue $\log_2\sqrt{8}$. $= x$ b) $\log_4 2 + \frac{1}{2}\log_3 81$ /3

$2^x = 8^{\frac{1}{2}}$

$2^x = 2^{\frac{3}{2}}$

$x = 3/2$

ou

$\log_2 8^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}\log_2 8$

$\frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$

$\frac{1}{2} + 2$

$= 2,5$

ou $\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}\log_3 81$

$= \log_3 81^{\frac{1}{2}}$

$= \log_3 \sqrt{81}$

$= \log_3 9$

4. Estime la valeur de $\log_6 35$. Justifie ton estimation. /1

$\log_6 35 = ?$

$\log_6 6 = 1$

$\log_6 36 = 2$

$\log_6 35 \approx 1,9$

pcq la valeur dans le $\log_6 35$ est plus proche à 36.

5. En utilisant les lois des logarithmes, développe complètement l'expression : /3

$$\log_2\left(\frac{w^3x}{y-1}\right)$$

$3\log_2 w + \log_2 x - \log_2(y-1)$

6. Trouve la valeur exacte de l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine. /2

$y = 2\log_2(4 - x)$

abs.

$0 = 2\log_2(4-x)$

$2^0 = 4-x$

$1 = 4-x$

$\boxed{x = 3}$

ord.

$y = 2\log_2(4-0)$

$y = 2\log_2(4)$

$y = 2(2) = \boxed{4 = y}$

ou $y = \log_2 4^2$

$y = \log_2 16$

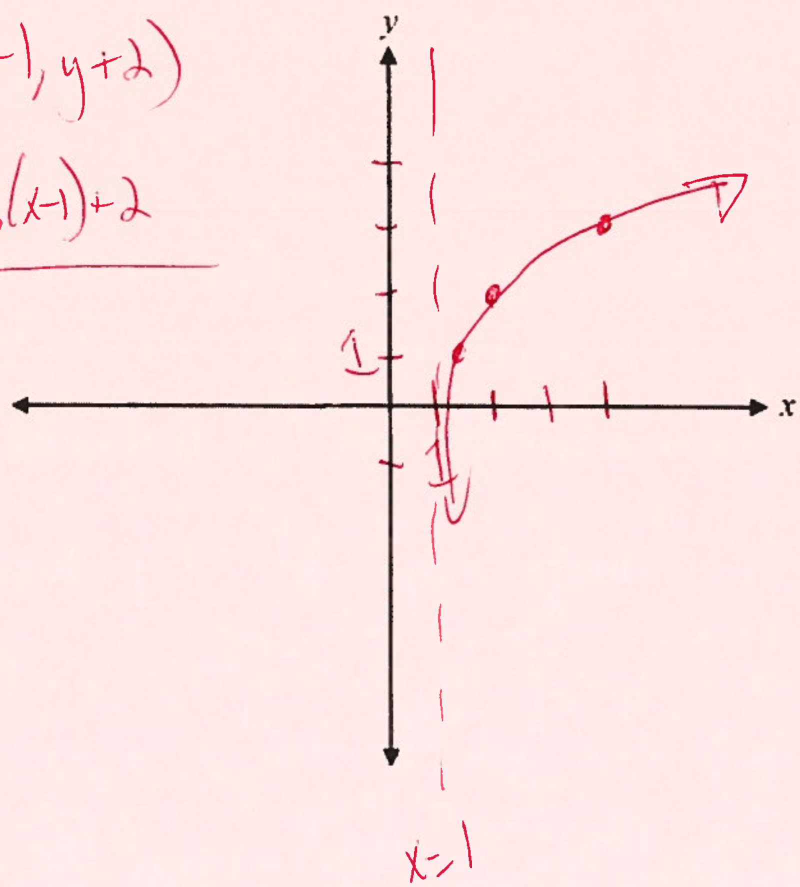
$y = 4$

/11 Partie C : Questions Graphiques et résous.

1. Trace le graphique de $y = \log_3(x - 1) + 2$. /3

$(x+1,\ y+2)$

$y = 3^x$	$y = \log_3 x$	$y = \log_3(x-1)+2$
$(-1, 1/3)$	$(1/3, -1)$	$(4/3, 1)$
$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(2, 2)$
$(1, 3)$	$(3, 1)$	$(4, 3)$
$(2, 9)$	$(9, 2)$	$(10, 4)$



2. Trace le graphique de y = ln(x + 2) /2

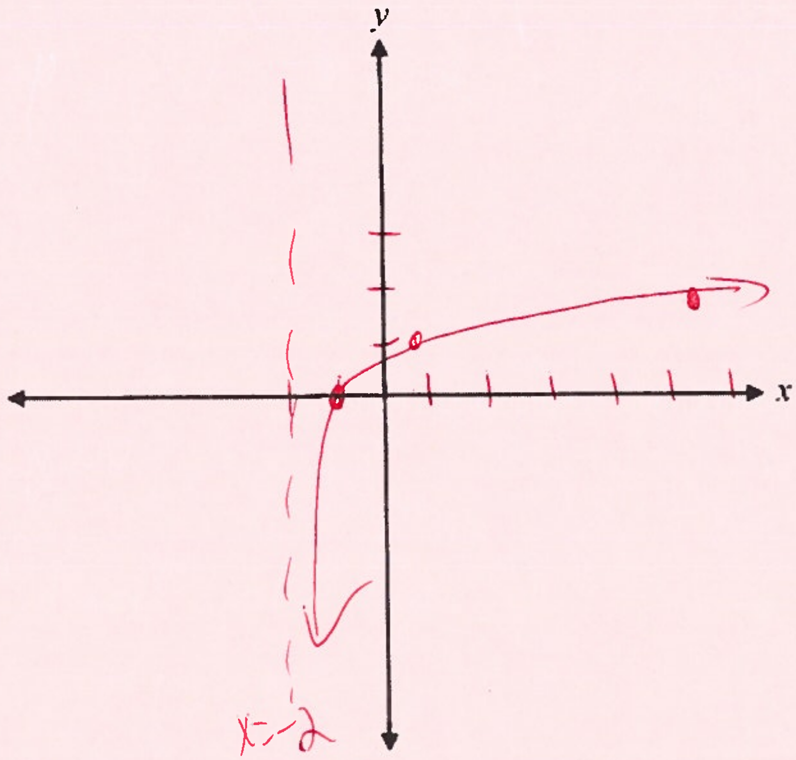
$(x-2, y)$

$y = e^x \quad y = \ln x \quad y = \ln(x+2)$

$(0,1) \rightarrow (1,0) \rightarrow (-1,0)$

$(1, 2{,}7) \rightarrow (2{,}7, 1) \rightarrow (0{,}7, 1)$

$(2{,}7, 3) \rightarrow (7{,}3, 2) \rightarrow (5{,}3, 2)$



3. Résous pour x : logx + log(x – 9) = 1 /3

$\log x(x-9) = 1$

$10^1 = x(x-9)$

$10 = x^2 - 9x$

$0 = x^2 - 9x - 10$

$0 = (x-10)(x+1)$

$x = 10 \quad \cancel{x = -1}$

racine étrangère

4. /3

Résous algébriquement l'équation suivante :

$$\log\left(x^2+5\right) - \log\left(x^2+1\right) = \log 3$$

$\log\frac{(x^2+5)}{(x^2+1)} = \log 3$

$\frac{x^2+5}{x^2+1} = 3$

$x^2+5 = 3(x^2+1)$

$x^2+5 = 3x^2+3$

$-x^2 - 3 \quad -x^2 \quad -3$

$2 = 2x^2$

$1 = x^2$

$x = \pm 1$

Nom : ______________________________ **/17** **Date :** ______________________________

Partie D : Questions à réponses longues.

1. La banque de Mme. Layton lui prête 75 000 $ à un taux d'intérêt annuel de 3 % composé mensuellement, pour acheter une voiture.

Étant donné que le dernier paiement sera un paiement partiel, **détermine combien de paiements mensuels complets de 800 $ que Mme. Layton devra verser.**

Tu peux utiliser la formule ci-dessous. /3

$$PV = \frac{R\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

où $PV =$ **la valeur actuelle du montant emprunté**

$R =$ **le montant de chaque paiement périodique**

$i = \dfrac{\text{taux d'intérêt annuel (en décimale)}}{\text{le nombre de périodes de composition par année}}$

$n =$ **le nombre de paiements périodiques égaux**

Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

$0{,}03/12$

$$\frac{75\,000}{800} = \frac{\cancel{800}\left[1-\left(1+\frac{0{,}03}{12}\right)^{-n}\right]}{\cancel{800}\,\cancel{\frac{0{,}03}{12}}} \cdot \cancel{\frac{0{,}03}{12}}$$

$$\underset{-1}{0{,}234375} = \underset{-1}{1} - (1{,}0025)^{-n}$$

$$-0{,}765625 = -(1{,}0025)^{-n}$$

$$\log 0{,}765625 = \log(1{,}0025)^{-n}$$

$$\frac{\log 0{,}765625}{\log 1{,}0025} = \frac{-n \log 1{,}0025}{\log 1{,}0025}$$

$$-106{,}4585899 = -n$$

$\boxed{\text{106 paiements complets de 800\$.}}$

2. Le 1er janvier 1989, la population de Steinbach était 16 000. Exactement 10 ans plus tard la population était 23 000.

$P = P_o e^{rt}$

P_o = La population initial
P = La population finale
t = Temps en années
r = Le taux de croissance en années

a) Détermine le taux de croissance pour cette augmentation de population. /2

$23000 = 16000e^{r \cdot 10}$

$1,4375 = e^{10r}$

$\ln 1,4375 = \ln e^{10r}$

$\frac{\ln 1,4375}{10} = \frac{10r}{10}$

$r = \frac{\ln 1,4375}{10}$

$r = 0,036$

b) Dans quelle année est-ce que la population va excéder 30 000 personnes ? /2

$30\,000 = 16000e^{\frac{\ln 1,4375}{10} \cdot t}$

$1,875 = e^{\frac{\ln 1,4375}{10} \cdot t}$

$\ln 1,875 = \ln e^{\frac{\ln 1,4375}{10} \cdot t}$

$\frac{\ln 1,875}{\frac{\ln 1,4375}{10}} = \frac{\frac{\ln 1,4375}{10} \cdot t}{\frac{\ln 1,4375}{10}}$

$t = 17,322$ années

$1989 + 17$

$\boxed{\text{En } 2006}$

Mathématique Pré-Calcul 40S

Unité : Fonctions Logarithmiques Quiz 1 Partie Avec Calculatrice

3. Résous pour x. /3

$3^{2x-3} = 5(2^{5x+3})$

$$\log 3^{2x-3} = \log 5(2^{5x+3})$$

$$(2x-3)\log 3 = \log 5 + (5x+3)\log 2$$

$$2x\log 3 - 3\log 3 = \log 5 + 5x\log 2 + 3\log 2$$

$$2x\log 3 - 5x\log 2 = \log 5 + 3\log 2 + 3\log 3$$

$$x(2\log 3 - 5\log 2) = \log 5 + 3\log 2 + 3\log 3$$

$$x = \frac{\log 5 + 3\log 2 + 3\log 3}{2\log 3 - 5\log 2} \qquad \boxed{x = -5{,}506}$$

ou $x = \dfrac{\log 5\cdot 8\cdot 27}{\log \frac{9}{32}}$

$x = -5{,}506$

4. Détermine l'abscisse à l'origine de l'équation $y = 3^{x-1} - 2$ à trois décimales près. /3

$$0 = 3^{x-1} - 2$$

$$2 = 3^{x-1}$$

$$\log 2 = \log 3^{x-1}$$

$$\log 2 = (x-1)\log 3$$

$$\log 2 = x\log 3 - \log 3$$

$$\log 2 + \log 3 = x\log 3$$

$$\frac{\log 2 + \log 3}{\log 3} = x$$

$$\boxed{x = 1{,}631}$$

5. Soit $\log_b 2 = 0,3010; \log_b 3 = 0,4771; \log_b 7 = 0,8451$, trouve la valeur de l'expression suivante. /2
$\log_b \sqrt[3]{96}$

$2^5 \cdot 3 = 96$

$= \log b \sqrt[3]{2^5 \cdot 3}$

$= \log b (2^5 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{3}\left[\log_b 2^5 + \log_b 3\right]$

$\frac{1}{3}\left[5 \log_b 2 + \log_b 3\right]$

$\frac{1}{3}\left[5 \cdot 0,3010 + 0,4771\right]$

$\frac{1}{3}\left[1,505 + 0,4771\right]$ $(0,6607)$

$\log_b \sqrt[3]{96} = 0,661$

6. Une tasse de coke a un pH de 2,5. Une tasse du jus d'orange a un pH de 4,2. Le pH d'une solution est défini comme pH = -log[H^+] où [H^+] est la concentration en ions hydrogène.

Combien de fois la concentration en ions hydrogène le coke est-elle supérieure à celle du jus d'orange ? Exprime ta réponse sous forme de nombre entier. /2

$-pH = \log[H^+]$

$10^{-pH} = [H^+]$

$\frac{10^{-2,5}}{10^{-4,2}} = \frac{[H^+ \text{ coke}]}{[H^+ \text{ jus d'orange}]} = 50$ fois plus grande