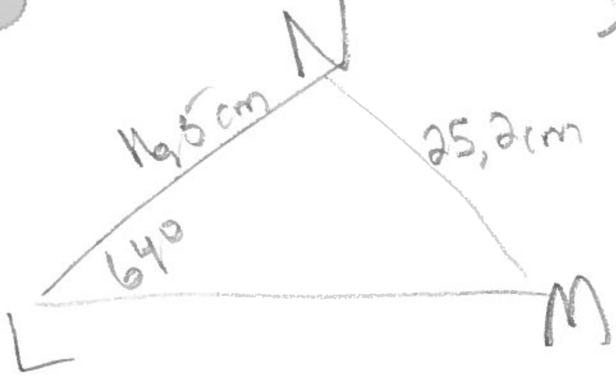
Pratique :

1. Dans le ΔLMN, l'angle L = 64°, l = 25,2 cm et m = 16,5 cm. Détermine la mesure de l'angle N, au degré près.



l > m 1 solution

$$\frac{25,2}{\sin 64°} = \frac{16,5}{\sin M}$$

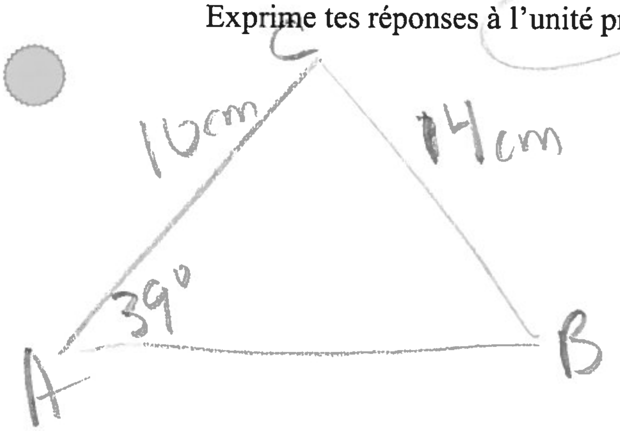
$$\sin^{-1}\left(\frac{16,5 \cdot \sin 64°}{25,2}\right) = \angle M$$

$$\angle M = 36°$$

$$\angle N = 180° - 64° - 36°$$

$$\boxed{\angle N = 80°}$$

2. Dans le ΔABC, l'angle A = 39°, a = 14 cm et b = 10 cm. Détermine les mesures manquantes. Exprime tes réponses à l'unité près.



14 > 10

$$\frac{14}{\sin 39°} = \frac{10}{\sin B}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{10 \cdot \sin 39°}{14}\right)$$

$$\boxed{\angle B = 27°}$$

$$\angle C = 180° - 39° - 27°$$

$$\boxed{\angle C = 114°}$$

$$\frac{14}{\sin 39°} = \frac{c}{\sin 114°}$$

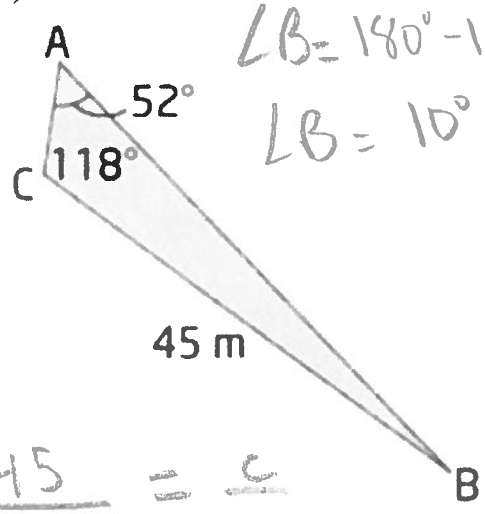
$$c = \frac{14 \cdot \sin 114°}{\sin 39°}$$

$$\boxed{c = 20\text{cm}}$$

Devoir Leçon 3 : La loi de sinus

1. Détermine la longueur des côtés AB.

a)



$\angle B = 180° - 118° - 52°$

$\angle B = 10°$

$$\frac{45}{\sin 52°} = \frac{c}{\sin 118°}$$

$$c = \frac{45 \cdot \sin 118°}{\sin 52°}$$

$c = 50\,m$

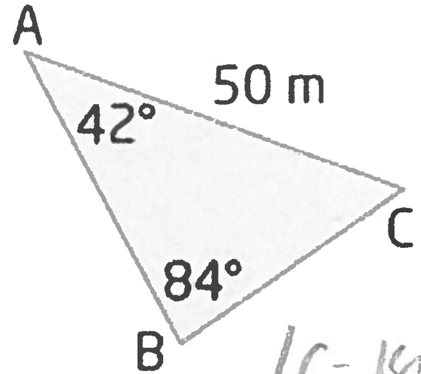
$\boxed{AB = 50\,m}$

$$\frac{45}{\sin 52°} = \frac{b}{\sin 10°}$$

$$b = \frac{45 \cdot \sin 10°}{\sin 52°}$$

$b = 10\,m$

b)



$\angle C = 180° - 84° - 42°$

$\angle C = 54°$

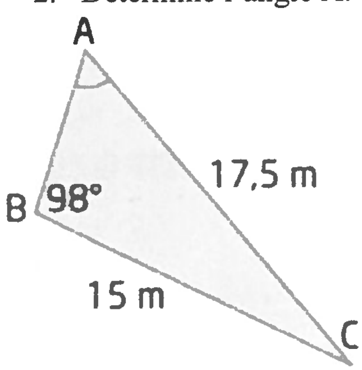
$$\frac{50}{\sin 84°} = \frac{c}{\sin 54°}$$

$$c = \frac{50 \cdot \sin 54°}{\sin 84°}$$

$c = 41\,m$

$\boxed{AB = 41\,m}$

2. Détermine l'angle A.



$$\frac{17{,}5}{\sin 98°} = \frac{15}{\sin A}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{15 \cdot \sin 98°}{17{,}5}\right) = \angle A$$

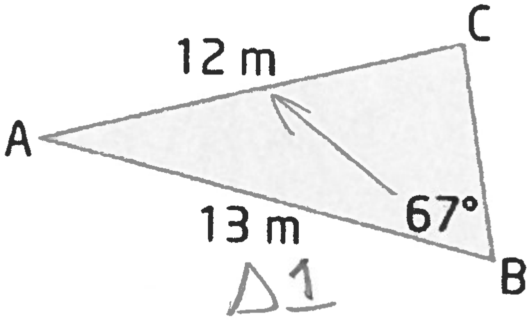
$\boxed{\angle A = 58°}$

$\angle B = 180° - 48° - 61°$

$\boxed{\angle B = 71°}$

3. Résous chaque triangle. (Détermine les angles et côté qui manquent)

a)



$13 \cdot \sin 67° \angle 12 \angle 13$

2 solutions

$\Delta 1$

$\frac{12}{\sin 67°} = \frac{13}{\sin C}$

$\sin^{-1}\left(\frac{13 \cdot \sin 67°}{12}\right) = \angle C$

$\boxed{\angle C_1 = 86°}$

$\angle A_1 = 180° - 67° - 86° = \boxed{27°}$

$\frac{12}{\sin 67°} = \frac{a}{\sin 27°}$

$\boxed{a_1 = 6 m}$

$\Delta 2$ $\angle C_2 = 180° - 86°$

$\boxed{\angle C_2 = 94°}$

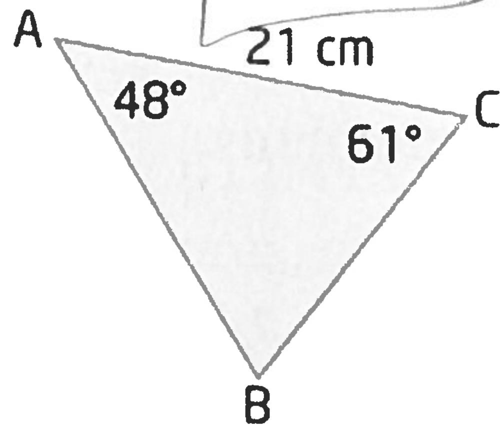
$\angle A_2 = 180° - 67° - 94°$

$\boxed{\angle A_2 = 19°}$

$\frac{12}{\sin 67°} = \frac{a}{\sin 19°}$

$\boxed{a_2 = 4 m}$

b)



$\frac{21}{\sin 71°} = \frac{c}{\sin 61°}$

$c = \frac{21 \cdot \sin 61°}{\sin 71°}$

$\boxed{c = 22 cm}$

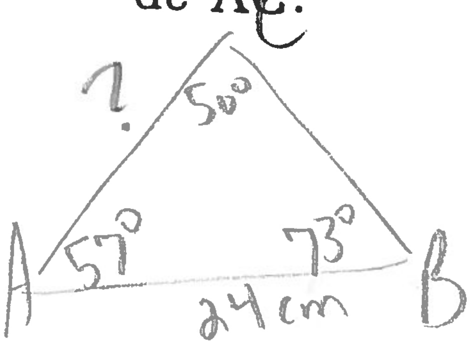
$\frac{21}{\sin 71°} = \frac{a}{\sin 48°}$

$a = \frac{21 \cdot \sin 48°}{\sin 71°}$

$\boxed{a = 19 cm}$

4. Trace le triangle.

Dans le $\triangle ABC$, $\angle A = 57°$, $\angle B = 73°$ et $\overline{AB} = 24$ cm. Détermine la longueur de $\overline{AC}$.



$\angle C = 180° - 57° - 73°$

$\angle C = 50°$

$\frac{24}{\sin 50°} = \frac{b}{\sin 73°}$

$b = \frac{24 \cdot \sin 73°}{\sin 50°}$

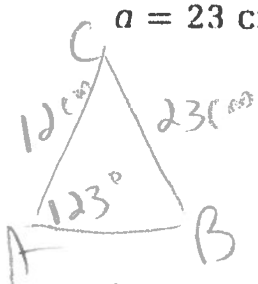
$b = 30 cm$

$\boxed{AC = 30 cm}$

5. Pour chaque triangle, détermine s'il y a une seule solution, s'il y a deux solutions ou s'il n'y a aucune solution et résous le triangle.

a)

Soit le $\triangle ABC$, où $\angle A = 123°$, $a = 23$ cm et $b = 12$ cm.



$a > b$ Une solution

$$\frac{23}{\sin 123°} = \frac{12}{\sin B}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{12 \cdot \sin 123°}{23}\right) = \angle B$$

$\angle B = 26°$

$\angle C = 180° - 123° - 26° = 31°$

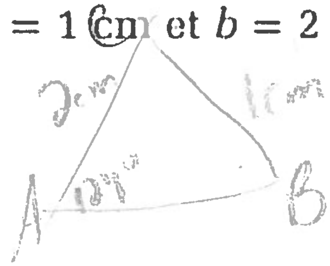
$$\frac{23}{\sin 123°} = \frac{c}{\sin 31°}$$

$$c = \frac{23 \cdot \sin 31°}{\sin 123°}$$

$c = 14$ cm

b)

Soit le $\triangle ABC$, où $\angle A = 124°$, $a = 1$ cm et $b = 2$ cm.



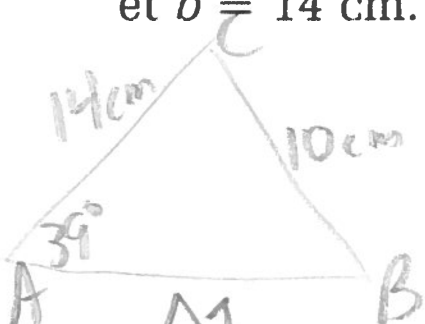
$a < b \sin B$

aucun solution

$1 < 2 \cdot \sin 124°$

c)

Soit le $\triangle ABC$, où $\angle A = 39°$, $a = 10$ cm et $b = 14$ cm.



$b \sin A < a < b$

$14 \sin 39° < 10 < 14$

2 solutions

$\Delta 1$

$$\frac{10}{\sin 39°} = \frac{14}{\sin B}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{14 \cdot \sin 39°}{10}\right) = \angle B$$

$\angle B_1 = 62°$

$\angle C_1 = 79°$

$$\frac{10}{\sin 39°} = \frac{c_1}{\sin 79°}$$

$$c_1 = \frac{10 \cdot \sin 79°}{\sin 39°}$$

$c_1 = 16$ cm

$\Delta 2$

$\angle B_2 = 180° - 62°$

$\angle B_2 = 118°$

$\angle C_2 = 23°$

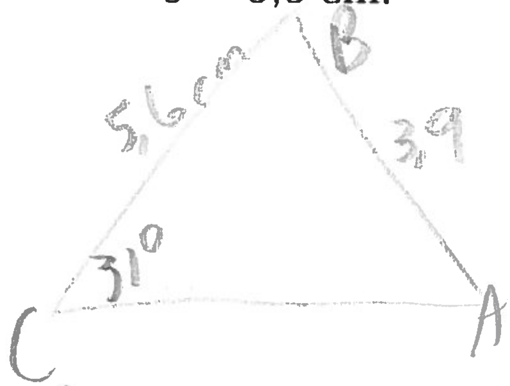
$$\frac{10}{\sin 39°} = \frac{c_2}{\sin 23°}$$

$$c_2 = \frac{10 \cdot \sin 23°}{\sin 39°}$$

$c_2 = 6$ cm

6. Détermine la longueur du côté inconnu et les mesures des angles inconnus dans chaque triangle. S'il y a deux solutions, donne les deux.

a) Dans le $\triangle ABC$, $\angle C = 31°$, $a = 5{,}6$ cm et $c = 3{,}9$ cm.



$5{,}6 \sin 31° < 3{,}9 < 5{,}6$ 2 solutions

$\Delta 1$

$$\frac{3{,}9}{\sin 31°} = \frac{5{,}6}{\sin A}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{5{,}6 \cdot \sin 31°}{3{,}9}\right) = \angle A_1$$

$$\boxed{\angle A_1 = 48°}$$

$$\boxed{\angle B_1 = 101°}$$

$$\frac{3{,}9}{\sin 31°} = \frac{b_1}{\sin 101°}$$

$$b_1 = \frac{3{,}9 \cdot \sin 101°}{\sin 31°}$$

$$\boxed{b_1 = 7{,}4 \text{ cm}}$$

$\Delta 2$

$\angle A_2 = 132°$

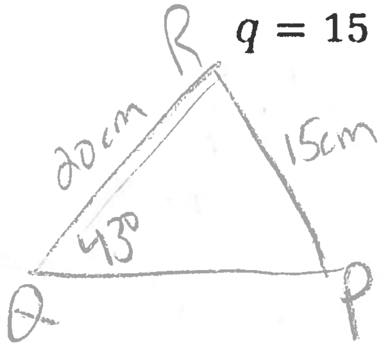
$\angle B_2 = 17°$

$$\frac{3{,}9}{\sin 31°} = \frac{b_2}{\sin 17°}$$

$$b_2 = \frac{3{,}9 \cdot \sin 17°}{\sin 31°}$$

$b_2 = 2{,}2$ cm

b) Dans le $\triangle PQR$, $\angle Q = 43°$, $p = 20$ cm et $q = 15$ cm.



$20 \sin 43° < 15 < 20$ 2 solutions

$\Delta 1$

$$\frac{15}{\sin 43°} = \frac{20}{\sin P}$$

$$\angle P = \sin^{-1}\left(\frac{20 \cdot \sin 43°}{15}\right)$$

$$\boxed{\angle P = 65°}$$

$$\boxed{\angle R = 72°}$$

$$\frac{15}{\sin 43°} = \frac{r}{\sin 72°}$$

$$r = \frac{15 \cdot \sin 72°}{\sin 43°}$$

$$\boxed{r = 21 \text{ cm}}$$

$\Delta 2$

$\angle P = 180° - 65° = 115°$

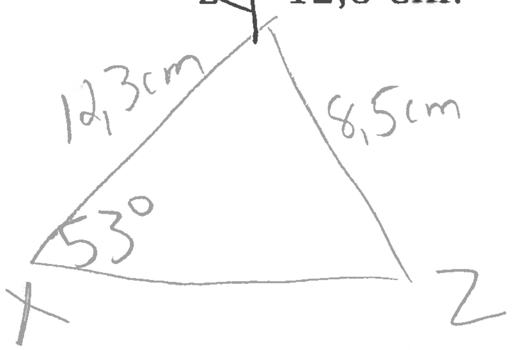
$\angle R = 22°$

$$\frac{15}{\sin 43°} = \frac{r}{\sin 115°}$$

$$r = \frac{15 \cdot \sin 22°}{\sin 43°}$$

$r = 8$ cm

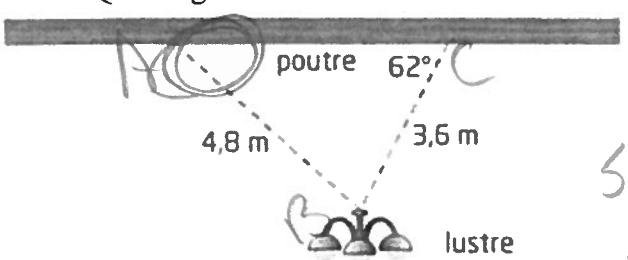
c) Dans le $\triangle XYZ$, $\angle X = 53°$, $x = 8{,}5$ cm et $z = 12{,}3$ cm.



$12{,}3\sin 53° > 8{,}5 < 12{,}3$

Δ n'existe pas

7. Un lustre est suspendu à une poutre à l'aide de deux chaînettes. Une chaînette mesure 3,6 m de longueur et forme un angle de 62° avec la poutre. L'autre chaînette mesure 4,8 m de longueur. Quel angle la seconde chaînette forme-t-elle avec la poutre ?



$$\frac{4{,}8}{\sin 62°} = \frac{3{,}6}{\sin A}$$

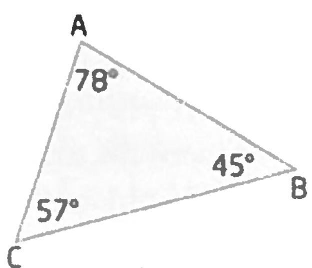
$$\sin^{-1}\left(\frac{3{,}6 \cdot \sin 62°}{4{,}8}\right) = \angle A$$

$$\angle A = 41°$$

La seconde angle de la chainette avec la poutre est 41°.

8. Explique pourquoi tu ne peux pas utiliser la loi des sinus pour résoudre ces triangles.

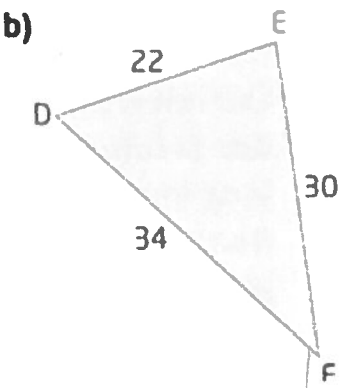
a)



Il n'y a pas un mesure d'un côté.

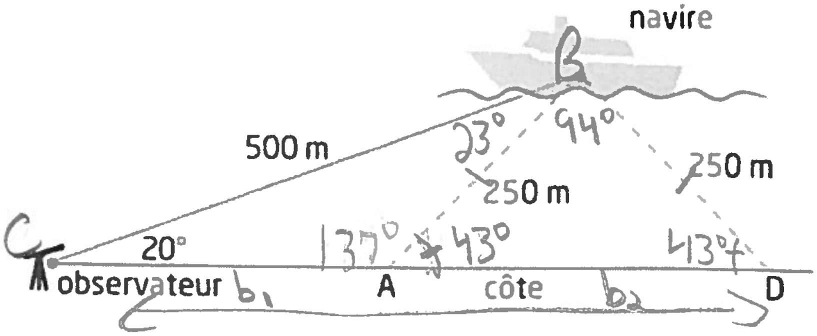
Un côté et son angle opposé est necessaire pour la loi de sinus.

b)



Il n'y a pas un angle, alors on n'a pas a côté et l'angle opposé à lui. Ce qui est necessaire pour la loi de sinus.

9. La Garde côtière canadienne, région du Pacifique, a la responsabilité de patrouiller plus de 27 000 km de côtes. Le projecteur rotatif d'un navire de la Garde côtière peut éclairer jusqu'à une distance maximale de 250 m. Un observateur sur la rive se trouve à 500 m du navire et sa ligne de vision forme un angle de 20° avec la côte. Quelle est la longueur de côte qui est éclairée par le projecteur du navire ?



$$\frac{250}{\sin 20^\circ} = \frac{500}{\sin A}$$

$\angle A_1 = 43^\circ$

$\angle A_2 = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$

$$\frac{250}{\sin 20^\circ} = \frac{b_1}{\sin 23^\circ}$$

$b_1 = 286\text{m}$

$$\frac{250}{\sin 43^\circ} = \frac{b_2}{\sin 94^\circ}$$

$b_2 = 366\text{m}$

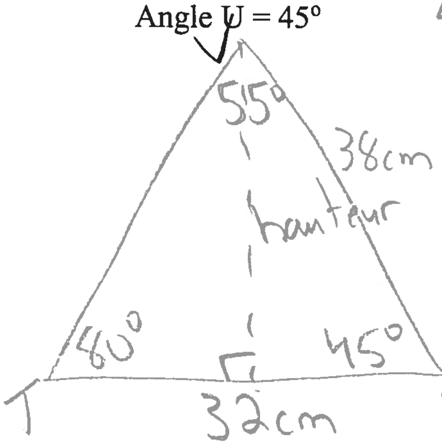
longueur $= 286\text{m} + 366\text{m}$

$= 652\text{m}$

La longueur du cote qui est éclaircée par le projecteur du navire est 652m.

10. Détermine l'aire du $\Delta\, TUV$, au centimètre carré près.

Côté TU = 32 cm
Angle T = 80°
Angle U = 45°



$\angle V = 55^\circ$

$$\frac{32}{\sin 55^\circ} = \frac{t}{\sin 80^\circ}$$

$t = 38\text{cm}$

$$38 \cdot \sin 45^\circ = \frac{\text{opp}}{38} \cdot 38$$

opp = hauteur = 27cm

$$\text{Aire } \Delta TUV = \frac{bh}{2} \qquad A = \frac{32\text{cm} \cdot 27\text{cm}}{2} = 432\ \text{cm}^2$$