C) Les équations qui comportent une racine étrangère.

5. Quelles sont les restrictions sur les valeurs de n si l'équation $n - \sqrt{5-n} = -7$ présente des nombres réels ? Résous l'équation.

Pratique :

1. Détermine toute restriction sur les valeurs de y dans l'équation $-8 + \sqrt{\frac{3y}{5}} = -2$ si le radical est un nombre réel. Ensuite, résous l'équation.

$y \geq 0$

$-8 + \sqrt{\frac{3y}{5}} = -2$
$+8 \qquad\qquad +8$

$\left(\sqrt{\frac{3y}{5}}\right)^2 = (6)^2$

$\frac{3y}{5} \cdot 5 = 36 \cdot 5$

$3y = 180$

$y = 60$

Ver

$-8 + \sqrt{\frac{3 \cdot 60}{5}} = -2$

$-8 + \sqrt{36} = -2$

$-8 + 6 = -2$

$-2 = -2$

2. Résous l'équation $\sqrt{3+j} + \sqrt{2j-1} = 5$, où $j \geq \frac{1}{2}$.

$(\sqrt{2j-1})^2 = (5-\sqrt{3+j})^2 \rightarrow (5-\sqrt{3+j})(5-\sqrt{3+j})$

$2j-1 = 25 - 10\sqrt{3+j} + 3 + j$

$-j \quad -3 \quad -25 \qquad -25 \qquad -3-j$

$(j-29)^2 = (-10\sqrt{3+j})^2$

$j^2 - 58j + 841 = 100(3+j)$

$j^2 - 58j + 841 = 300 + 100j$

$j^2 - 158j + 541 = 0$

$j = \frac{-(-158) \pm \sqrt{(-158)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 541}}{2 \cdot 1}$

$j = \frac{158 \pm \sqrt{22800}}{2}$

$j = 3,50 \qquad j = 154,50$

3. Détermine les restrictions sur les valeurs de m dans $m - \sqrt{2m+3} = 6$ si l'équation présente des nombres réels. Ensuite, résous l'équation.

$2m+3 \geq 0$

$m \geq -3/2$

$(m-6)^2 = (\sqrt{2m+3})^2$

$m^2 - 12m + 36 = 2m + 3$

$m^2 - 14m + 33 = 0$

$(m-11)(m-3) = 0$

$m = 11 \quad m = 3$

Ver $m = 11$

$11 - \sqrt{2(11)+3} = 6$

$11 - \sqrt{25} = 6$

$6 = 6$

ver $m = 3$ X racine étrangère

$3 - \sqrt{2(3)+3} = 6$

$3 - 3 = 6$

$0 \neq 6$

Devoir Leçon 3 : Résous algébriquement les équations contenant des radicaux.

1. Élève au carré chaque expression. Détermine les restrictions de chaque expression.

a) $(\sqrt{3z})^2 = 3z$

$z \geq 0$

b) $(\sqrt{x-4})^2 = x-4$

$x \geq 4$

c) $(-4\sqrt{9-2t})^2$

$16(9-2t)$

$= 144 - 32t$

$9-2t \geq 0$ $\quad \frac{9}{2} \geq t$

2. Résous chaque équation. Vérifie tes solutions et indique toute racine étrangère.

a) $(\sqrt{2x})^2 = (3)^2$

$2x = 9$

$x = 9/2$

$x \geq 0$

vér

$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{2}} = 3$

$\sqrt{9} = 3$

$3 = 3$ ✓

b) $(7)^2 = (\sqrt{5-2x})^2$

$49 = 5 - 2x$

$44 = -2x$

$-22 = x$

$5 - 2x \geq 0$

$\frac{5}{2} \geq x$

vér

$7 = \sqrt{5 - 2 \cdot 5/2}$

$7 \neq \sqrt{0}$

racine étrangère

c) $2 - \sqrt{y} = -4$

$-2 \qquad -2$

$(-\sqrt{y})^2 = (-6)^2$

$y = 36$

vér

$2 - \sqrt{36} = -4$

$2 - 6 = -4$

$-4 = -4$ ✓

3. Soit l'équation $k + 4 = \sqrt{-2k}$. Indique si l'une ou l'autre de ses racines, k = -8 ou k = -2, est étrangère.

$-8 + 4 = \sqrt{-2 \cdot -8}$

$-4 \neq 4$

$k = -8$ racine étrangère

$-2 + 4 = \sqrt{-2 \cdot -2}$

$2 = 2$ ✓

4. Isole le radical, puis résous l'équation algébriquement. Indique les restrictions.

a) $-3\sqrt{n-1} + 7 = -14$

$-3\sqrt{n-1} = -21$

$(\sqrt{n-1})^2 = (7)^2$

$n - 1 = 49$

$n = 50$

$n - 1 \geq 0$

$n \geq 1$

b) $-7 - 4\sqrt{2x-1} = 17$

$+7 \qquad +7$

$-4\sqrt{2x-1} = 24$

$(\sqrt{2x-1})^2 = (-6)^2$

$2x - 1 = 36$

$x = \frac{37}{2}$

$2x - 1 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{2}$

vér

$-7 - 4\sqrt{2 \cdot \frac{37}{2} - 1} = 17$

$-7 - 4 \cdot 6 = 17$

$-7 - 24 \neq 17$

racine étrangère

5. Résous chaque équation.

a) $\left(\sqrt{m^2-3}\right)^2=(5)^2$

$m^2-3=25$

$\sqrt{m^2}=\sqrt{28}$

$m=2\sqrt{7}$

$\sqrt{28}=\sqrt{4\cdot 7}$

ver

$\sqrt{(2\sqrt{7})^2-3}=5$

$\sqrt{28-3}=5$

$5=5$ ✓

b) $\sqrt{\dfrac{j+1}{3}}+5j=3j-1$

$\left(\sqrt{\dfrac{j+1}{3}}\right)^2=(-2j-1)^2$

$\dfrac{j+1}{3}=4j^2+4j+1$

$j+1=12j^2+12j+3$

$0=12j^2+11j+2$

$0=(4j+1)(3j+2)$

$j=-\frac{1}{4}$ ✗ racine étrangère

$j=-\frac{2}{3}$

$2\cdot 12=24$

$8\cdot 3$

$3j^2+8j+8j+2$

ver $j=-\frac{1}{4}$

$\sqrt{\dfrac{-\frac{1}{4}+1}{3}}=-2\left(-\frac{1}{4}\right)-1$

$\sqrt{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}}=\frac{2}{4}-1$

$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}-\frac{2}{2}$

$\frac{1}{2}\neq-\frac{1}{2}$

ver $j=-\frac{2}{3}$

$\sqrt{\dfrac{-\frac{2}{3}+\frac{3}{3}}{3}}=-2\left(-\frac{2}{3}\right)$

$\sqrt{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}=\frac{4}{3}-\frac{3}{3}$

$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ ✓

c) $\left(5\sqrt{\dfrac{j}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{200}\right)^2$

$25\dfrac{j}{2}=200$

$25j=400$

$j=16$

ver

$5\sqrt{\dfrac{16}{2}}=\sqrt{200}$

$5\sqrt{8}=\sqrt{100\cdot 2}$

$10\sqrt{2}=10\sqrt{2}$ ✓

d) $\sqrt{5r-9}-3=\sqrt{r+4}-2$

$\left(\sqrt{5r-9}\right)^2=\left(\sqrt{r+4}+1\right)^2$

$5r-9=r+4+2\sqrt{r+4}+1$

$4r-14=2\sqrt{r+4}$

$(2r-7)^2=\left(\sqrt{r+4}\right)^2$

$4r^2-28r+49=r+4$

$4r^2-29r+45=0$

$4r^2-20r-9r+45=0$

$4r(r-5)-9(r-5)=0$

$(4r-9)(r-5)=0$

$r=\frac{9}{4}$ racine étrangère

$r=5$ ✓

ver $r=5$

$\sqrt{5\cdot 5-9}-3=\sqrt{5+\dots}$

$1=1$ ✓

ver $r=\frac{9}{4}$

$\sqrt{5\cdot\frac{9}{4}-9}-3\dots$

$\sqrt{\frac{45}{4}-\frac{36}{4}}-3=\dots$

$\frac{3}{2}-3=\frac{5}{2}-\dots$

6. Voici comment Jonas a résolu l'équation $3 + \sqrt{x + 17} = x$. A-t-il raison ? Explique ton raisonnement et indique la solution juste, s'il y a lieu.

La solution de Jonas :

$$3 + \sqrt{x + 17} = x$$
$$\sqrt{x + 17} = x - 3$$
$$(\sqrt{x + 17})^2 = x^2 - 3^2$$
$$x + 17 = x^2 - 9$$
$$0 = x^2 - x - 26$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 104}}{2}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{105}}{2}$$

Non le $x-3$ devient un facteur au carré, alors Jonas aura du faire $(x-3)(x-3)$

$x+17 = x^2 - 6x + 9$

$0 = x^2 - 7x - 8$

$0 = (x-8)(x+1)$

$x = 8$ $x = -1$

vér $x = 8$

$3 + \sqrt{8+17} = 8$

$3 + 5 = 8$ ✓

$x = -1$ racine étrangère

$3 + \sqrt{-1+17} = -1$

$3 + 4 \neq -1$

7. La vitesse v, en mètres à la seconde, de l'eau projetée pour combattre un incendie est égale à la racine carrée du double du produit de la hauteur maximale h, en mètres, et de l'accélération gravitationnelle. Au niveau de la mer, l'accélération gravitationnelle est de 9,8 m/s^2.

a) Écris la formule qui modélise la relation entre la vitesse et la hauteur de l'eau. (2)

$V = \sqrt{2h \cdot a}$ $a = 9{,}8$ $V = \sqrt{19{,}6h}$

b) L'eau est projetée à une vitesse de 30 m/s. Quelle hauteur le jet d'eau devrait-il atteindre ? (2)

$(30)^2 = (\sqrt{19{,}6h})^2$

$900 = 19{,}6h$

$h = 45{,}9\text{ m}$

c) Le service des incendies doit acheter une pompe qui permet à l'eau d'atteindre une hauteur minimale de 60 m. Une publicité affirme qu'une pompe peut projeter l'eau à une vitesse de 35 m/s. Cette pompe répond-elle aux exigences du service des incendies ? Justifie ta réponse. (3)

$V = \sqrt{19{,}6 \cdot 60}$

$V = \sqrt{1176}$

$V = 34{,}3\text{ m/s}$

ou

$(35)^2 = (\sqrt{19{,}6h})^2$

$1225 = 19{,}6h$ $h = 62{,}5\text{ m}$

Une pompe qui peut projeter l'eau à une vitesse de 35 m/s peut atteindre environ 62,5 m qui est plus que la hauteur minimal de 60m.