B) La Rationalisation du dénominateur

Rationaliser :

- Convertir une expression en un nombre rationnel sans changer sa valeur.
- Si le radical se trouve au dénominateur, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur par une quantité qui donnera un nombre rationnel au dénominateur.

$$\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}(\sqrt{3})}$$
$$= \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

Conjugués :

- Deux facteurs binomiaux dont le produit est une différence de carrés.
- Les binômes (a + b) et (a – b) sont des conjugués, car leur produit est $a^2 - b^2$.

$$\frac{5\sqrt{3}}{4-\sqrt{6}} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{4-\sqrt{6}}\right)\left(\frac{4+\sqrt{6}}{4+\sqrt{6}}\right)$$
$$= \frac{20\sqrt{3}+5\sqrt{18}}{4^2-(\sqrt{6})^2}$$
$$= \frac{20\sqrt{3}+5\sqrt{9(2)}}{16-6}$$
$$= \frac{20\sqrt{3}+15\sqrt{2}}{10}$$
$$= \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$$

1. Simplifie et rationalise chaque expression.

a) $\frac{\sqrt{24x^2}}{\sqrt{3x}}$, où $x > 0$

b) $\frac{4\sqrt{5n}}{3\sqrt{2}}$, où $n \geq 0$

c) $\frac{11}{\sqrt{5}+7}$

d) $\frac{4\sqrt{11}}{y\sqrt[3]{6}}$, où $y \neq 0$

Pratique :

1. Effectue les multiplications et simplifie le produit quand c'est possible.

a) $5\sqrt{3}(\sqrt{6})$

$5\sqrt{18} = 5\sqrt{9\cdot 2}$

$= 15\sqrt{2}$

b) $-2\sqrt[3]{11}(4\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{3})$

$-8\sqrt[3]{22} + 6\sqrt[3]{33}$

c) $(4\sqrt{2} + 3)(\sqrt{7} - 5\sqrt{14})$

$4\sqrt{14} - 20\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - 15\sqrt{14}$

$4\sqrt{14} - 15\sqrt{14} - 20\sqrt{4\cdot 7} + 3\sqrt{7}$

$= -11\sqrt{14} - 40\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = -11\sqrt{14} - 37\sqrt{7}$

d) $-2\sqrt{11c}(4\sqrt{2c^3} - 3\sqrt{3}$, où $c \geq 0$

$-8\sqrt{22c^4} + 6\sqrt{33c}$

$-8c^2\sqrt{22} + 6\sqrt{33c}$

2. Simplifie chaque quotient. Détermine les valeurs de la variable pour lesquelles l'expression est un nombre réel.

a) $\frac{2\sqrt{51}}{\sqrt{3}}$ $2\sqrt{17}$

b) $\frac{-7}{2\sqrt[3]{9p}} \cdot \frac{\sqrt[3]{9p}\cdot\sqrt[3]{9p}}{\sqrt[3]{9p}\cdot\sqrt[3]{9p}} = \frac{-7\sqrt[3]{81p^2}}{2\cdot 9p}$

$= \frac{-7\sqrt[3]{27\cdot 3p^2}}{18p} = \frac{-21\sqrt[3]{3p^2}}{18p}$

$= \frac{-7\sqrt[3]{3p^2}}{6p}$

c) $\frac{2}{3\sqrt{5} - 4} \cdot \frac{3\sqrt{5}+4}{3\sqrt{5}+4} = \frac{6\sqrt{5}+8}{29}$

$9\cdot 5 - 16$

d) $\frac{6}{\sqrt{4x}+1} \cdot \frac{\sqrt{4x}-1}{\sqrt{4x}-1}$

$\frac{6\sqrt{4x}-6}{4x-1}$

81
5

Devoir Leçon 2 : La Multiplication et la division des radicandes.

1. Développe et simplifie chaque expression.

a) $(8\sqrt{7}+2)(\sqrt{2}-3)$

$8\sqrt{14}-24\sqrt{7}+2\sqrt{2}-6$

b) $(4-9\sqrt{5})(4+9\sqrt{5})$

$16+\cancel{36\sqrt{5}}-\cancel{36\sqrt{5}}-81\sqrt{25}$

$16-405$

-389

c) $(\sqrt{3}+2\sqrt{15})(\sqrt{3}-\sqrt{15})$

$\sqrt{9}-\sqrt{45}+2\sqrt{45}-2\sqrt{225}$

$3-3\sqrt{5}+6\sqrt{5}-30$

$-27+3\sqrt{5}$

d) $4\sqrt{5}(\sqrt{3j}+8)-3\sqrt{15j}+\sqrt{5}$

$4\sqrt{15j}+32\sqrt{5}-3\sqrt{15j}+\sqrt{5}$

$\sqrt{15j}+33\sqrt{5}$

2. Effectue les divisions. Exprime tes réponses sous la forme la plus simple.

a) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{10}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

b) $\frac{-2\sqrt{12}}{4\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{4}}{2} = -1$

c) $\frac{-\sqrt{21}}{\sqrt{7m}}$, où m > 0

$= -\sqrt{\frac{3}{m}}$

3. Simplifie l'expression.

$\frac{9\sqrt{432p^5}-7\sqrt{27p^5}}{\sqrt{33p^4}}$, où p > 0

tous ÷ $3p^4$

$\frac{9\sqrt{144p}-7\sqrt{9p}}{\sqrt{11}}$

$\frac{108\sqrt{p}-21\sqrt{p}}{\sqrt{11}} = \frac{87\sqrt{p}}{\sqrt{11}}$

4. Rationalise le dénominateur

a) $\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{15x}}$, où x > 0

$= -\frac{1}{\sqrt{5x}} \cdot \frac{\sqrt{5x}}{\sqrt{5x}}$

$= -\frac{\sqrt{5x}}{5x}$

b) $20\sqrt[3]{\frac{6t}{5}} = \frac{20\sqrt[3]{6t}}{\sqrt[3]{5}}$

$\frac{20\sqrt[3]{6t}}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

$= 20\sqrt[3]{150} = 4\sqrt[3]{150}$

5. Rationalise le dénominateur, puis simplifie l'expression.

a) $\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{6}+8}$ $\cdot \frac{\sqrt{6}-8}{\sqrt{6}-8}$

$\frac{7\sqrt{12}-8\sqrt{2}}{\sqrt{36}-64}$

$= \frac{7\sqrt{4 \cdot 3}-8\sqrt{2}}{6-64}$

$= \frac{14\sqrt{3}-8\sqrt{2}}{58}$

b) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{13}}{\sqrt{3}-\sqrt{13}}$ $\cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{13}}{\sqrt{3}+\sqrt{13}}$

$= \frac{3+2\sqrt{39}+13}{3-13}$

$= \frac{16+2\sqrt{39}}{-10} = \frac{8+\sqrt{39}}{-5}$ ou $-\frac{8-\sqrt{39}}{5}$

c) $\frac{-\sqrt{7}}{\sqrt{5n}-2\sqrt{2}}$ $\cdot \frac{\sqrt{5n}+2\sqrt{2}}{\sqrt{5n}+2\sqrt{2}}$

$\frac{-\sqrt{35n}-2\sqrt{14}}{5n-8}$

d) $\frac{4r}{\sqrt{6r}+9}$ $\cdot \frac{\sqrt{6r}-9}{\sqrt{6r}-9}$

$= \frac{4r\sqrt{6r}-36r}{6r-81}$

6. Jenny essaie de rationaliser le dénominateur de l'expression $\frac{4}{3-2\sqrt{2}}$. Son travail apparaît ci-dessous.

a) Repère, explique et corrige toute erreur.

b) Vérifie ta solution corrigée.

La solution de Jenny :

$$\frac{4}{3-2\sqrt{2}} = \left(\frac{4}{3-2\sqrt{2}}\right)\left(\frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}\right)$$
$$= \frac{12+8\sqrt{4(2)}}{9-8}$$
$$= 12+16\sqrt{2}$$

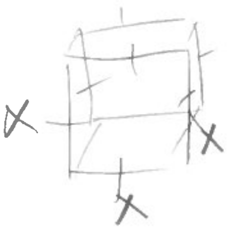
Jenny a multiplié le numérateur de 4 par le 2 dans la racine carré. Elle avait besoin de multiplier le 4 par le 2 à l'extérieur de la racine carré,

$= \frac{12+8\sqrt{2}}{9-8} = 12+8\sqrt{2}$

7. Soit un cube et son modèle réduit. Le rapport du volume du modèle au volume du cube est de : 1 : 4.

Réponds aux questions suivantes. Exprime tes réponses à l'aide de radicaux sous forme simplifiée.

a) Quelle est la longueur d'arête du cube réel si son volume est de 192 mm^3 ?



$\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{x^3}$

$\sqrt[3]{64 \cdot 3} = x$

$4\sqrt[3]{3} = x$

La longueur de l'arête du cube réel est $4\sqrt[3]{3}$

b) Quelle est la longueur d'arête du modèle réduit ?

$\frac{192}{4} = 48$ = volume du cube du modèle réduit.

$\sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{x^3}$

$\sqrt[3]{8 \cdot 6} = x$

$x = 2\sqrt[3]{6}$

La longueur de l'arête du cube réduit est $2\sqrt[3]{6}$

c) Quel est le rapport de la longueur d'arête du cube à la longueur d'arête du modèle réduit ?

$$\frac{4\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{6}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt[3]{4}}{\cancel{2}} = \sqrt[3]{4}$$

Le rapport entre les deux est $\sqrt[3]{4}$.