Pré-Calcul 40S

Enseignante :
Mme. Layton

Nom de l'élève :

____

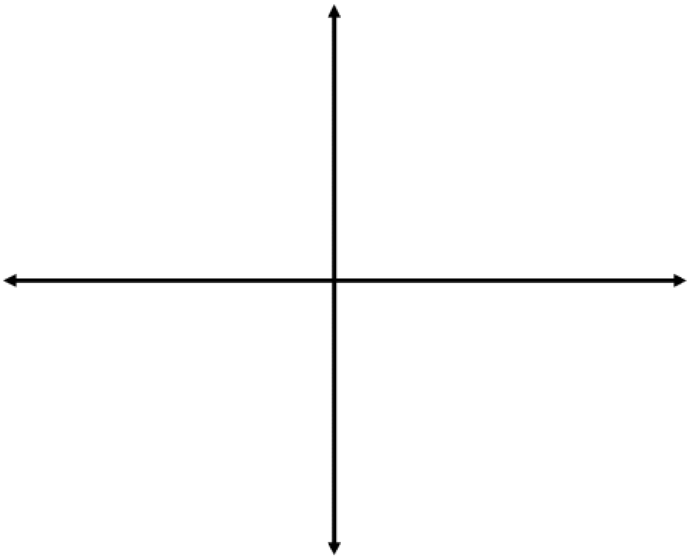
Note d'Unité :

Les Fonctions Rationnelles

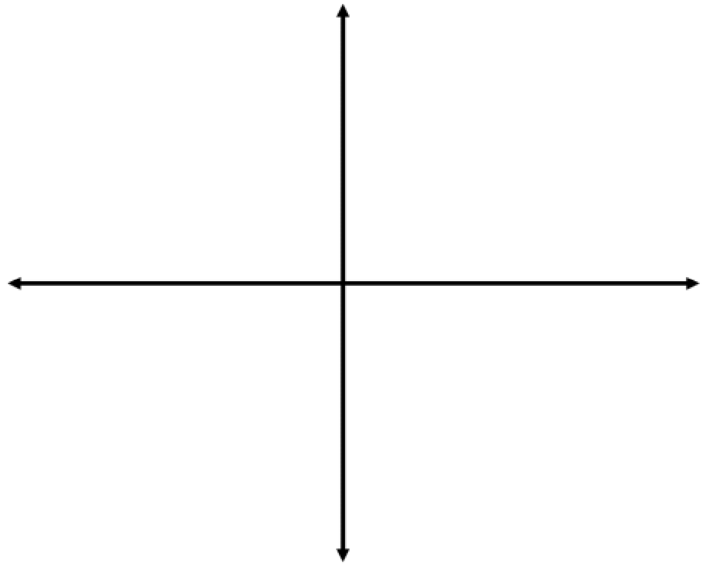
Les Opérations sur les Fonctions

Pratique Fonctions Rationnelles Leçon 1

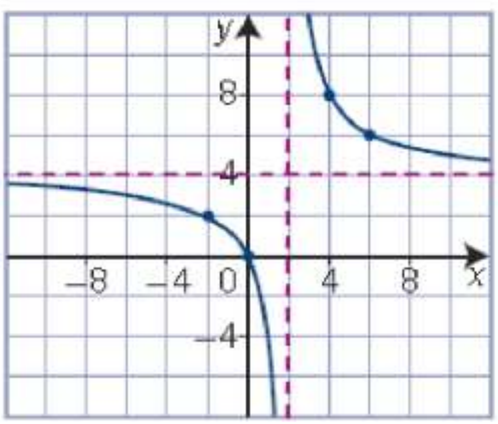
1. Trace le graphique $y = \frac{4x+8}{2x-4}$.



2. Si f(x) = 2x – 3, trace le graphique $y = \frac{1}{f(x)}$.



2. Écris l'équation de la fonction sous la forme $y = \frac{a}{x-h} + k$.



3. Détermine le domaine et l'image de la fonction rationnelle : $f(x) = \frac{4}{x^2+2}$.

Domaine : ______________________________Image : ________________________________

4. Détermine le domaine et l'image de la fonction rationnelle : $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$.

Domaine : ______________________________Image : ________________________________

5. Détermine le domaine et l'image de la fonction rationnelle : $f(x) = \frac{2}{(x-3)(x+2)}$.

Domaine : ______________________________Image : ________________________________

6. Détermine les asymptotes de l'équation suivante.

$$f(x) = \frac{2}{x-1} + 3$$

7. Détermine les asymptotes de l'équation suivante.

$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2-4}$$

8. Détermine les asymptotes de l'équation suivante.

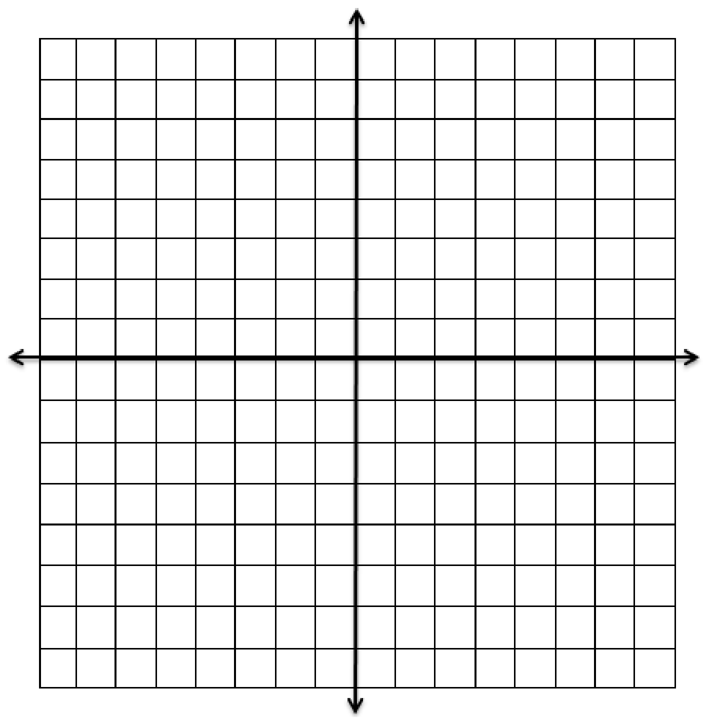
$$f(x) = \frac{-6x+1}{3x-1}$$

9. Détermine les asymptotes de l'équation suivante.

$$f(x) = \frac{-1}{x+2}$$

10. Trace le graphique de la fonction f(x) et détermine l'ordonnée à l'origine.

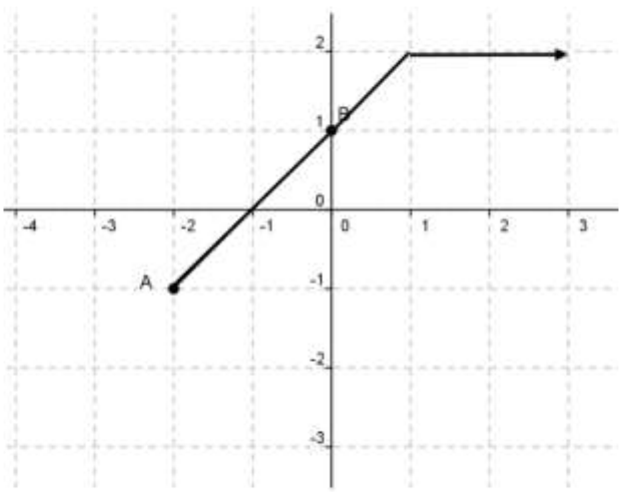
$$f(x) = \frac{4}{(x-2)(x+2)}$$

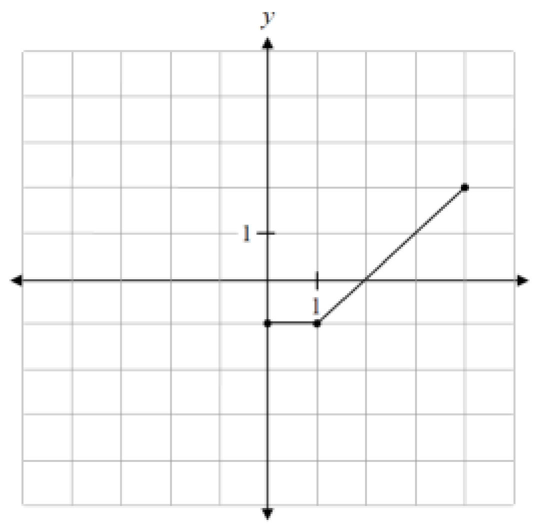


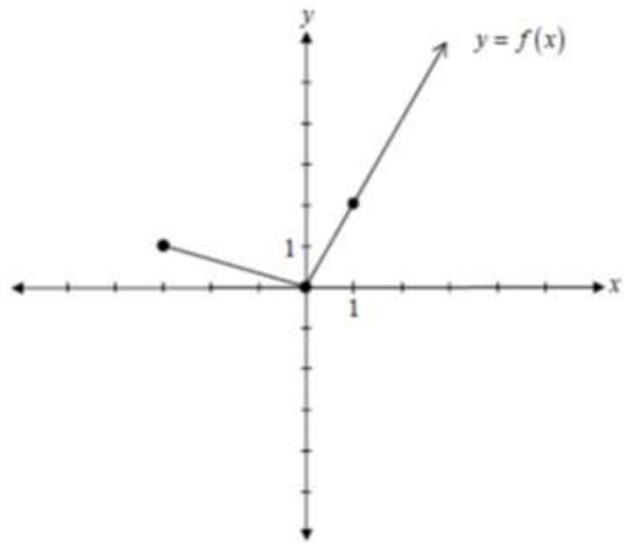
Pratique Fonctions Rationnelles Leçon 2

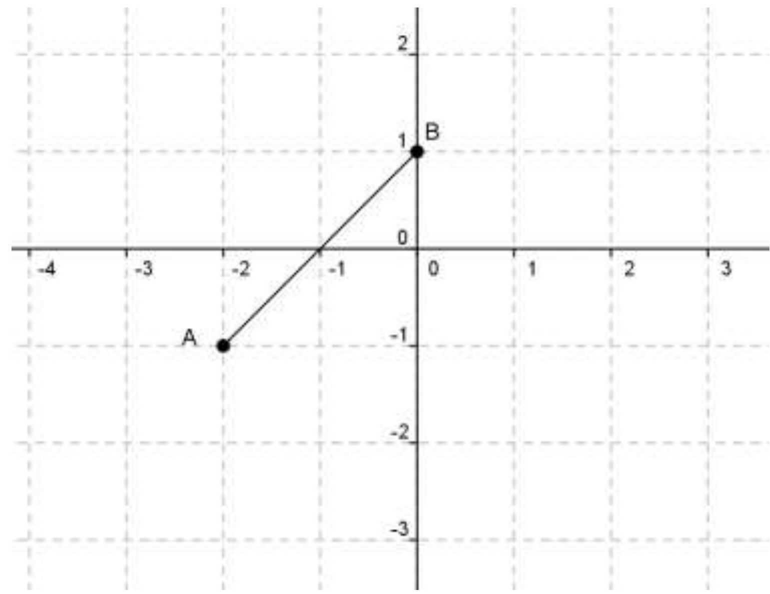
1. Le point (4, 2) se trouve sur le graphique y = f(x). Détermine le point qui se trouve sur le graphique $y = \frac{1}{f(x)}$.

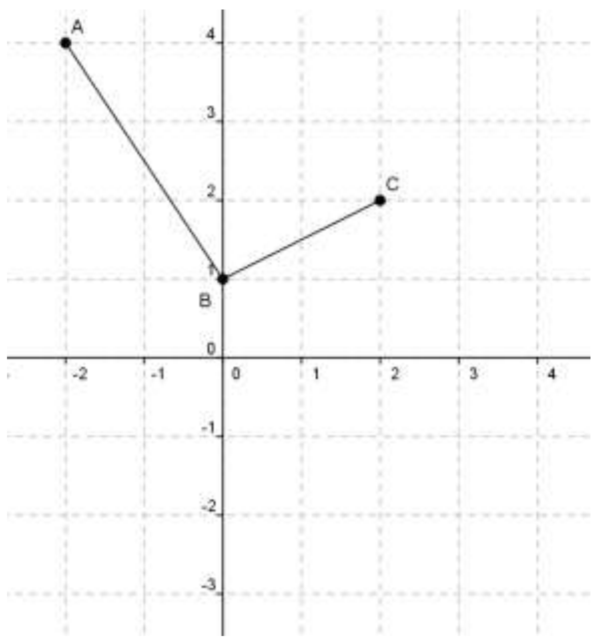
2. Étant donné les graphiques de f(x) ci-dessous. Trace les graphiques de $y = \frac{1}{f(x)}$.

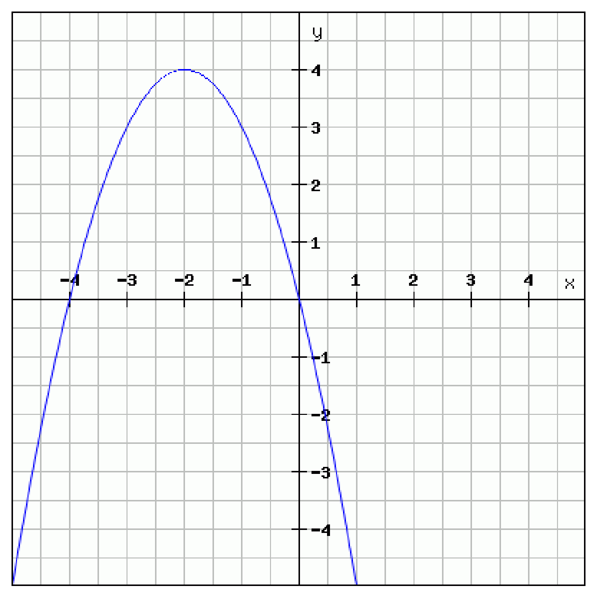










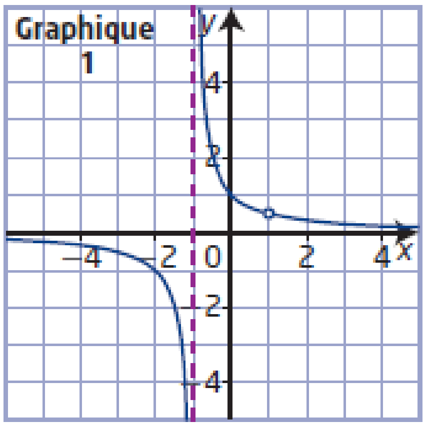


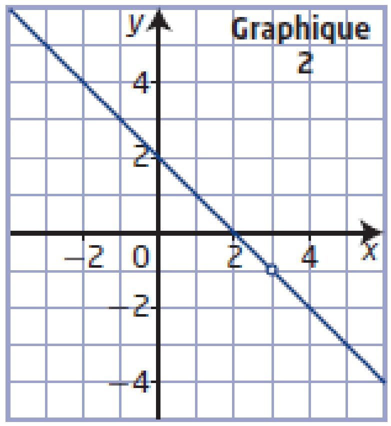
3. Si une fonction y = f(x) n'a pas d'abscisse qu'est-ce que ça veut dire au sujet de la fonction $y = \frac{1}{f(x)}$?

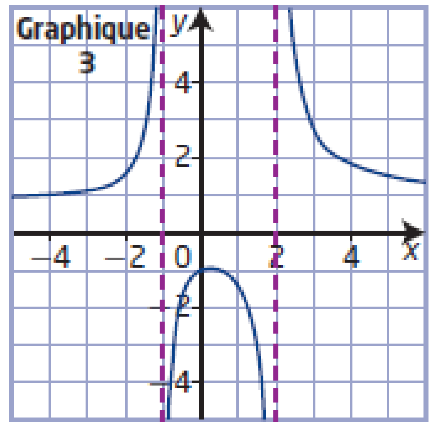
Pratique Fonctions Rationnelles Leçon 3

1. Associe l'équation de chaque fonction rationnelle au graphique le plus approprié. Explique tes choix.

$K(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^2 - x - 2}$ $\qquad$ $L(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 1}$ $\qquad$ $M(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{3 - x}$



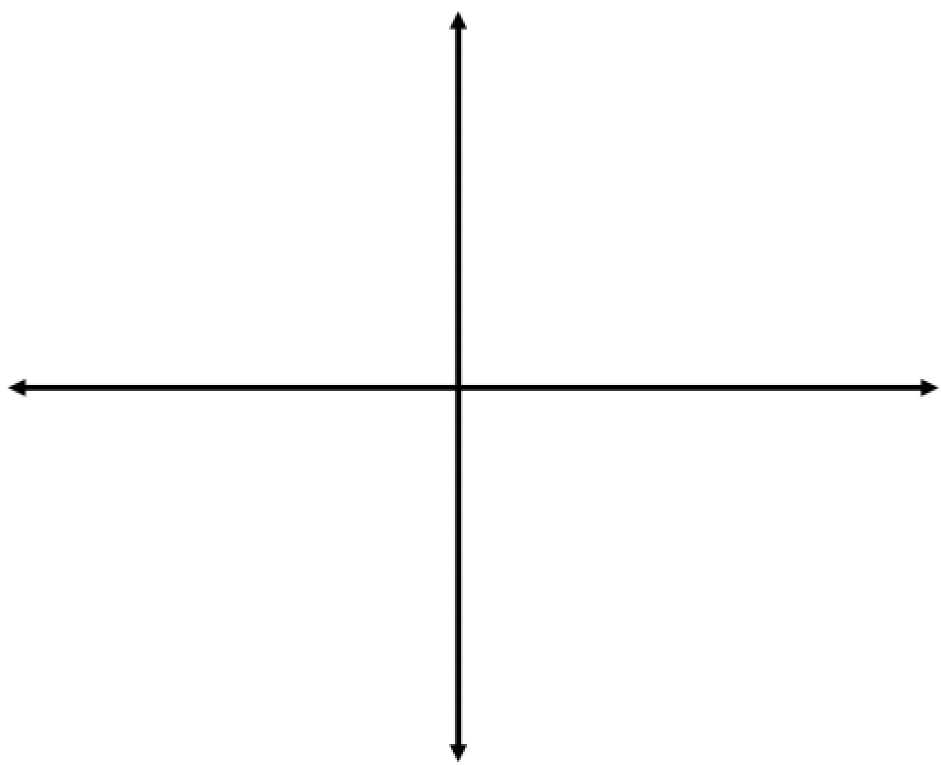




__________ $\qquad$ __________ $\qquad$ __________

2. Trace le graphique et détermine le domaine et image.

$$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

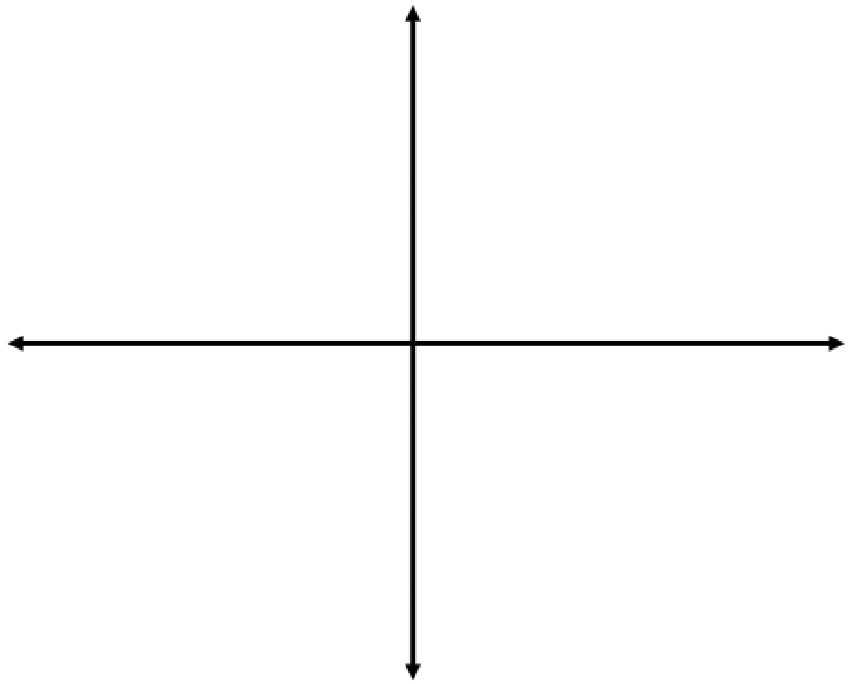


Domaine :

Image :

3. Trace le graphique h(x).
   h(x) = $\frac{f(x)}{g(x)}$ et détermine le domaine et l'image.

f(x) = x – 3
g(x) = $x^2 - 2x - 3$



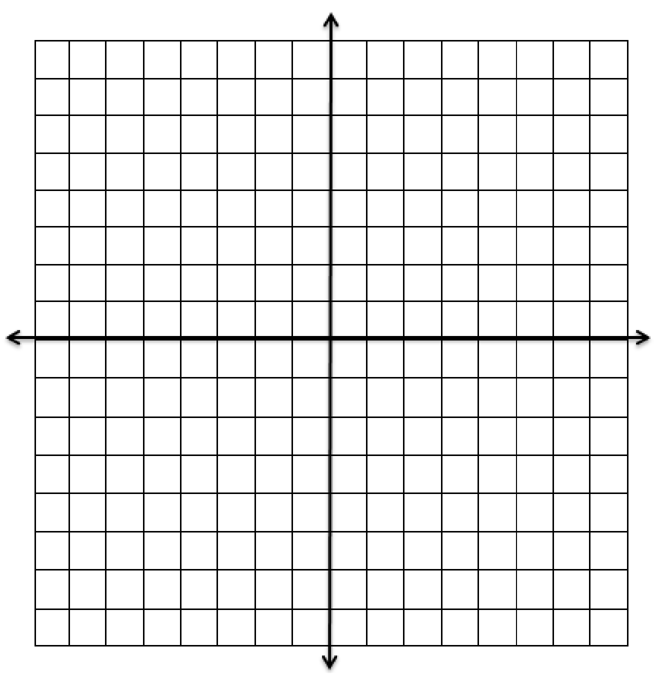
Domaine :

Image :

4. Trace les graphiques des fonctions rationnelles suivantes. Détermine le domaine et l'image.

a)

$$y = \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 4}$$

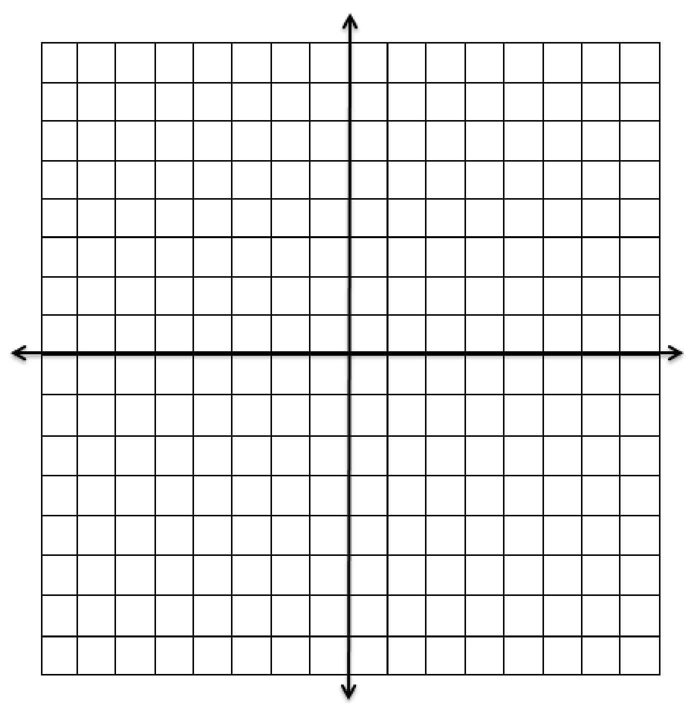


Domaine : ______________________________

Image : ______________________________

b)

$$y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$$

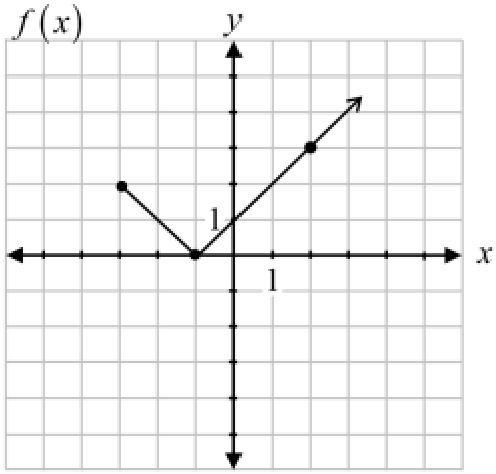


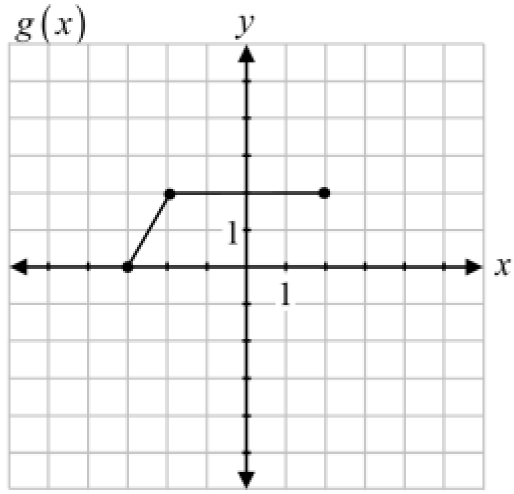
Domaine : ______________________________

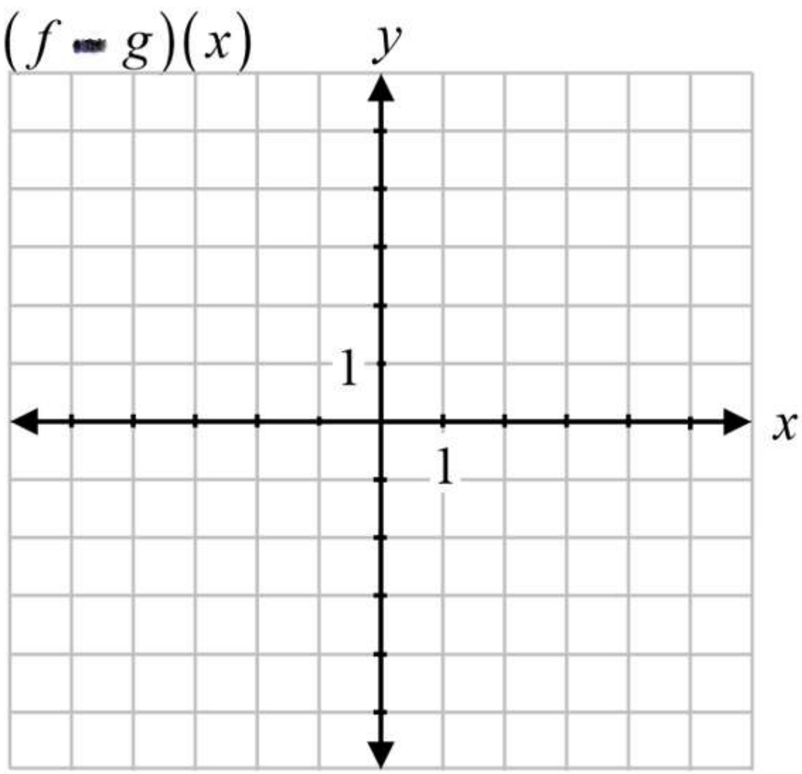
Image : ______________________________

Pratique Opérations sur les Fonctions Leçon 1

1. Soit les graphiques de f(x) et de g(x), trace le graphique de (f – g)(x). /2

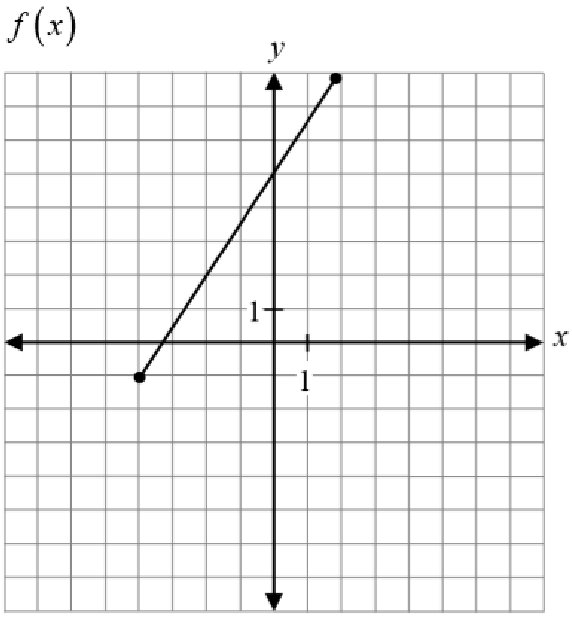


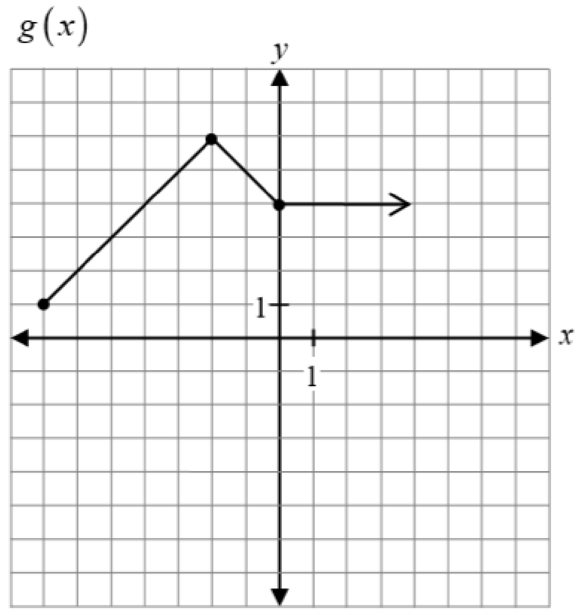


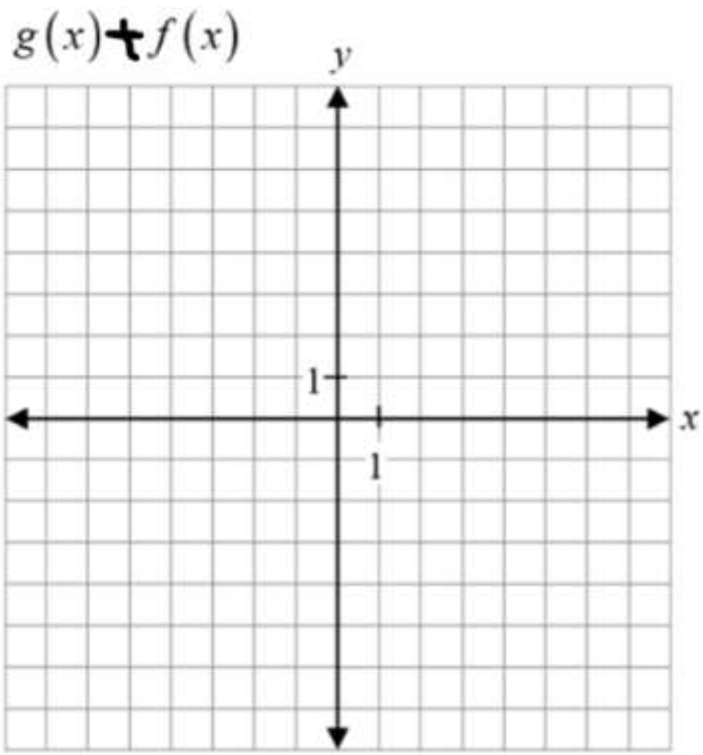


2. Détermine l'équation de h(x) = f(x) + g(x), si f(x) = x^2 + 2 et g(x) = 2x – 1

3. Étant donné les graphiques de f(x) et de g(x), trace le graphique de g(x) + f(x)





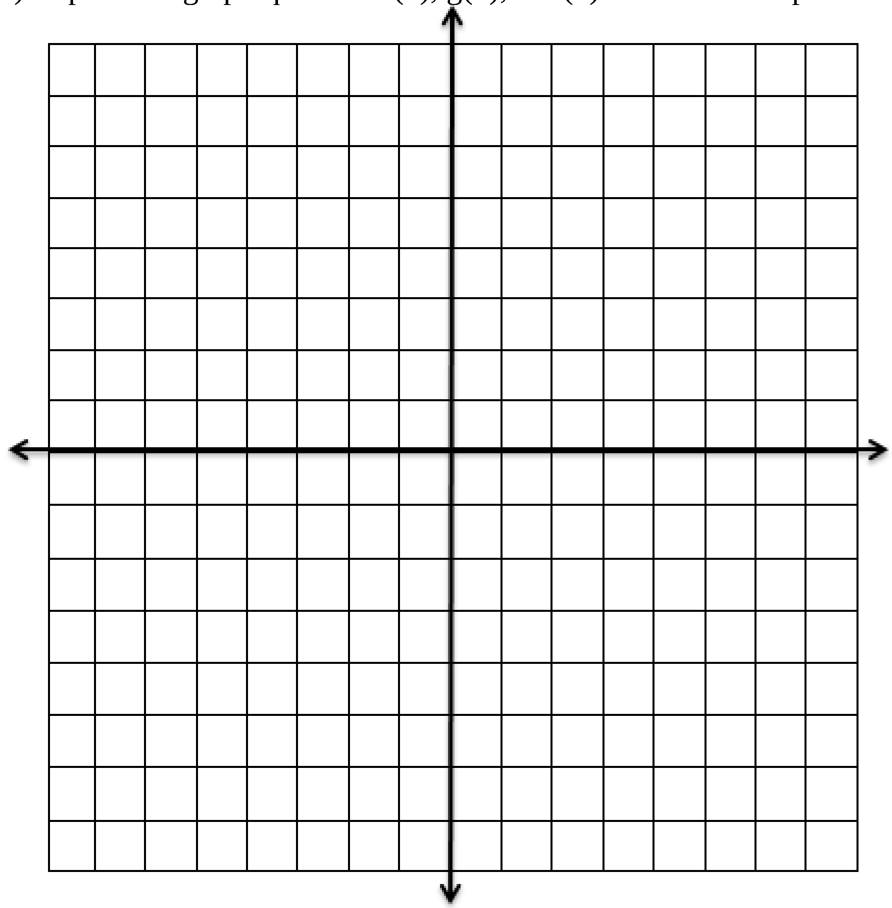


4. L'équation de h(x) = f(x) + g(x), si f(x) = 4x – 2 et h(x) = x^2 + 2x – 26 détermine l'équation de g(x).

5. Soit les fonctions $f(x) = 2x$ et $g(x) = x - 5$.

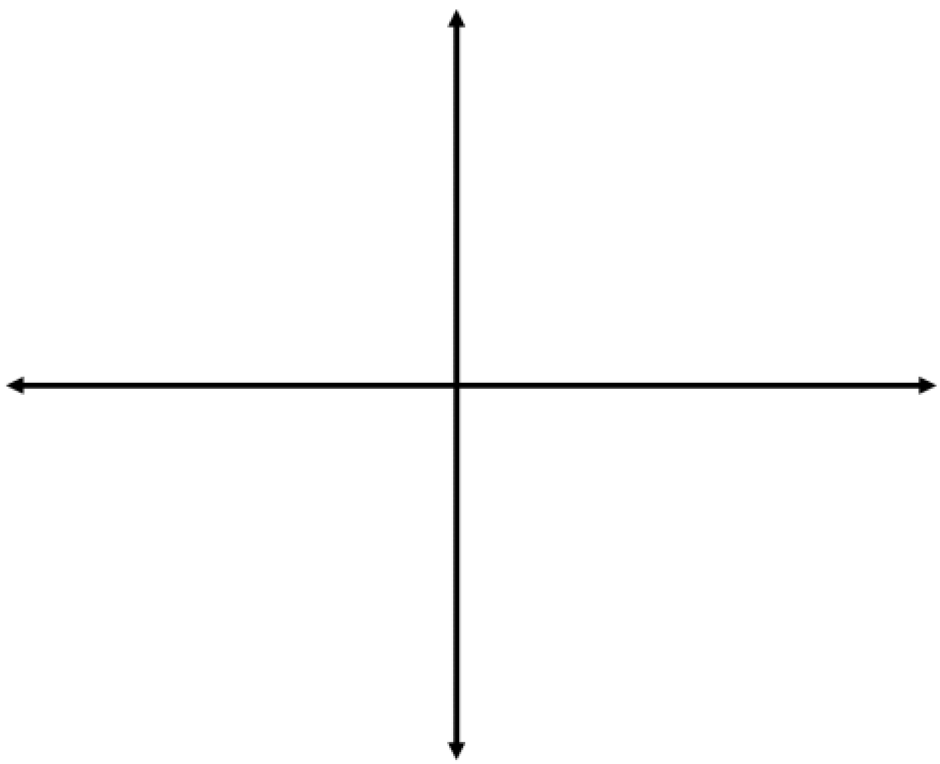
a) Détermine l'équation de la fonction $h(x) = (f - g)(x)$ ou $f(x) - g(x)$.

b) Représente graphiquement $f(x)$, $g(x)$, et $h(x)$ dans le même plan cartésien.

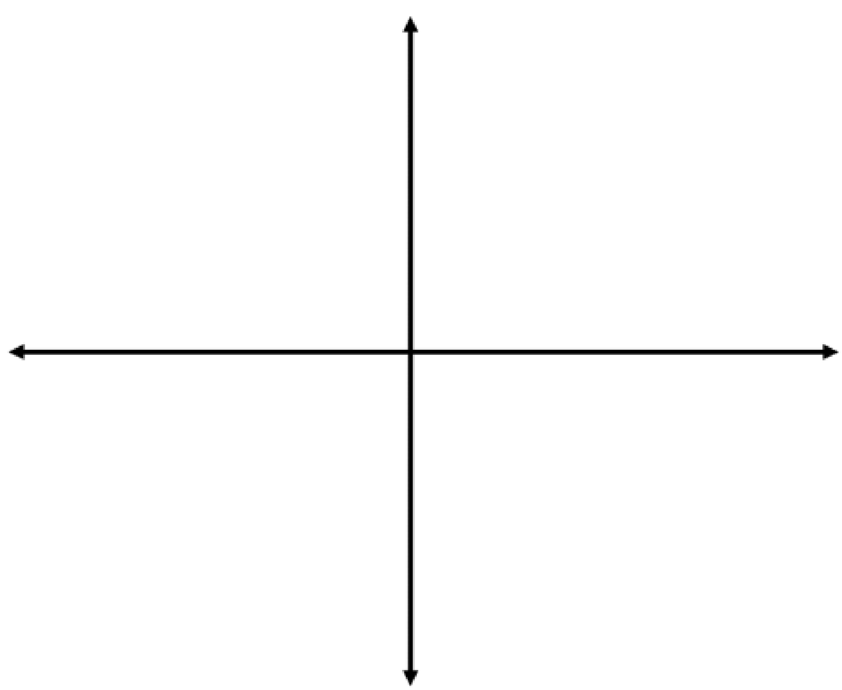


Pratique Opérations sur les Fonctions Leçon 2

1. Étant donné que f(x) = x – 3 et g(x) = x^2 – 2x – 3, trace le graphique de y = $\frac{f(x)}{g(x)}$.



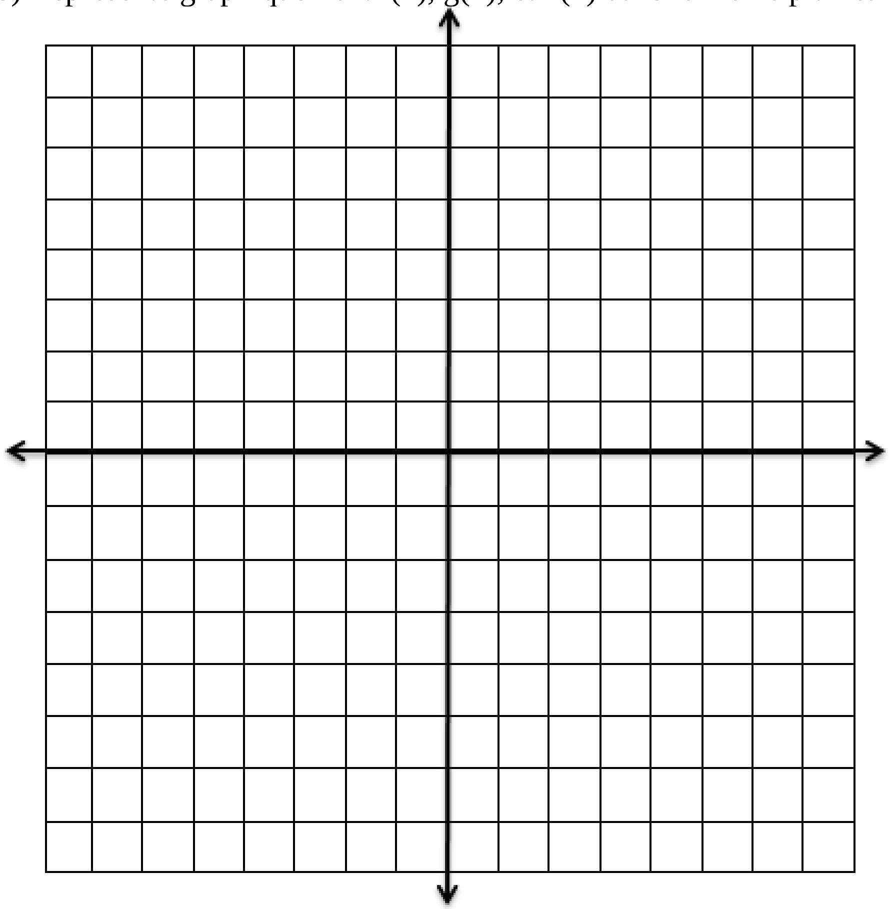
2. Étant donné que f(x) = (x – 1) et g(x) = (x + 3), trace le graphique de y = f(x)g(x).



3. Soit f(x) = x + 2 et g(x) = $x^2 + 9x + 14$.

a) Détermine l'équation de la fonction $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

b) Représente graphiquement f(x), g(x), et h(x) dans le même plan cartésien.

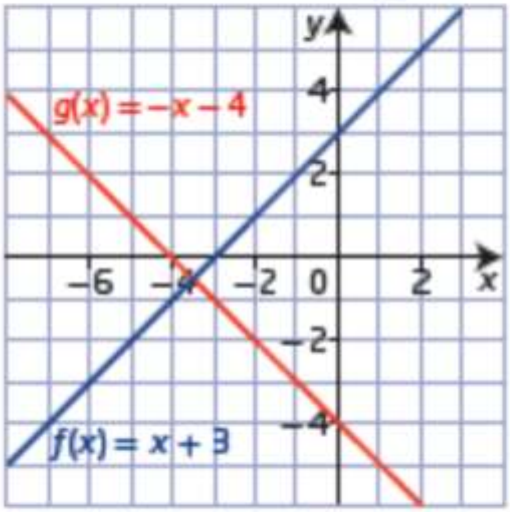


c) Indique le domaine et l'image de h(x).

4. Si h(x) = f(x)g(x), et h(x) = $25x^2 - 9$, détermine g(x) et f(x).

Pratique Opérations sur les Fonctions Leçon 3

1. À partir des graphiques de f(x) et de g(x) évalue :



a) g(-5) – f(-6)

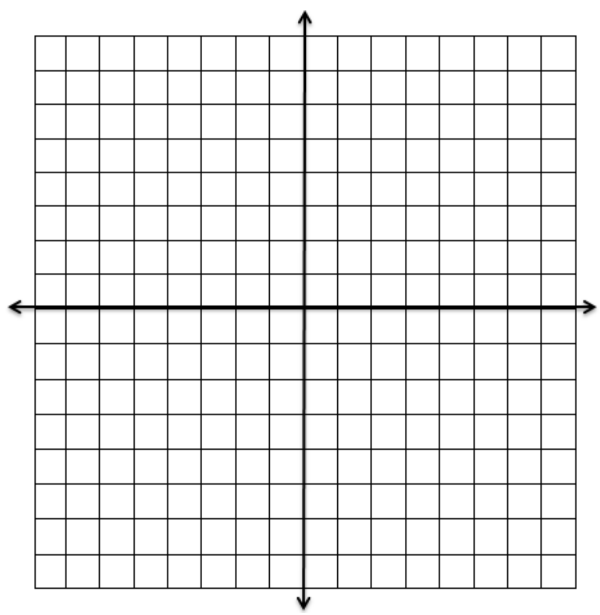
b) (f·g)(1)

c) g(f(-1))

d) $\frac{g(-4)}{f(-2)}$

e) f(x) = -1; x =

2. Soit f(x) = $x^2 - 2$ et g(x) = $\sqrt{x-2}$.



Trace le graphique de f(g(x)).

Indique le domaine et l'image.

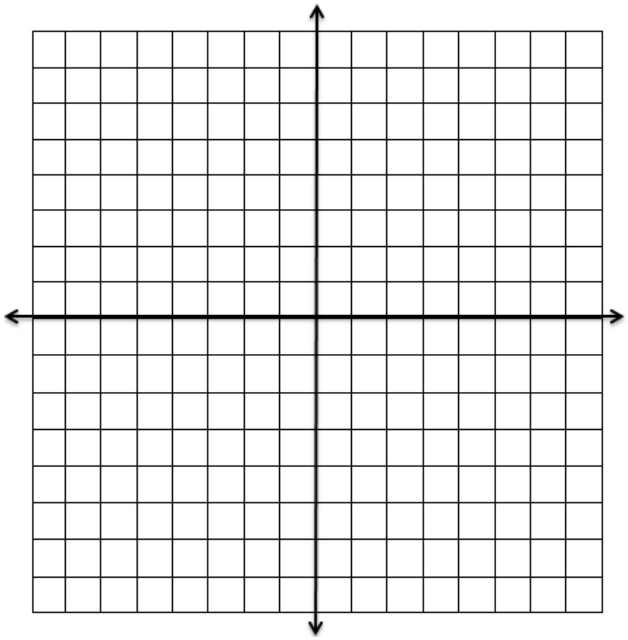
Domaine : ______________________________

Image : ________________________________

3. Sachant que h(x) = f(g(x)), détermine f(x) et g(x).

$$h(x) = \sqrt{x^3 + 1}$$

4. Soit les fonctions $f(x) = 2x$ et $g(x) = \sqrt{4-x}$. Trace le graphique de g(f(x)).

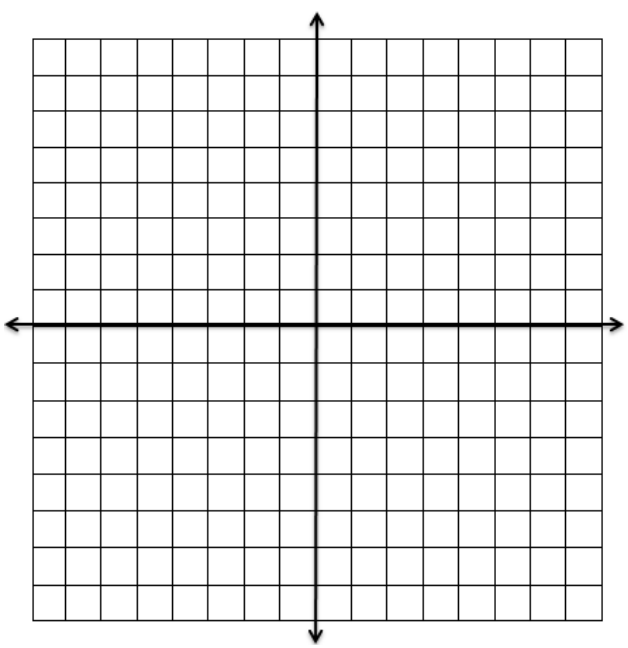


Indique le domaine et l'image.

Domaine : ______________________________

Image : ________________________________

5. Soit les fonctions $f(x) = x^2 + 2$ et $g(x) = \sqrt{x-6}$. Trace le graphique de g(f(x)).



Indique le domaine et l'image.

Domaine : ______________________________

Image : ________________________________

6. Sachant que $f(x) = |x|$ et g(x) = x + 1, évalue f(g(-11)) par deux méthodes.

Quelle méthode préfères-tu ? Pourquoi ? Utilise cette méthode pour le résoudre.

Devoirs Fonctions Rationnelles

1.

Écris l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction $f(x) = \dfrac{x-3}{x-2}$.

$y = 1$ 1 point pour l'équation de l'asymptote horizontale

1 point

2.

Identifie le domaine et l'image de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$$

Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$ 1 point pour le domaine

ou

$(-\infty, \infty)$

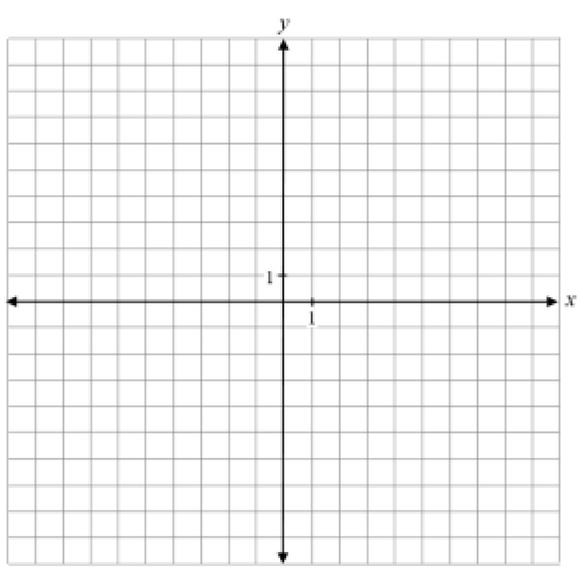
Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 < y \leq 3\}$ 1 point pour l'image

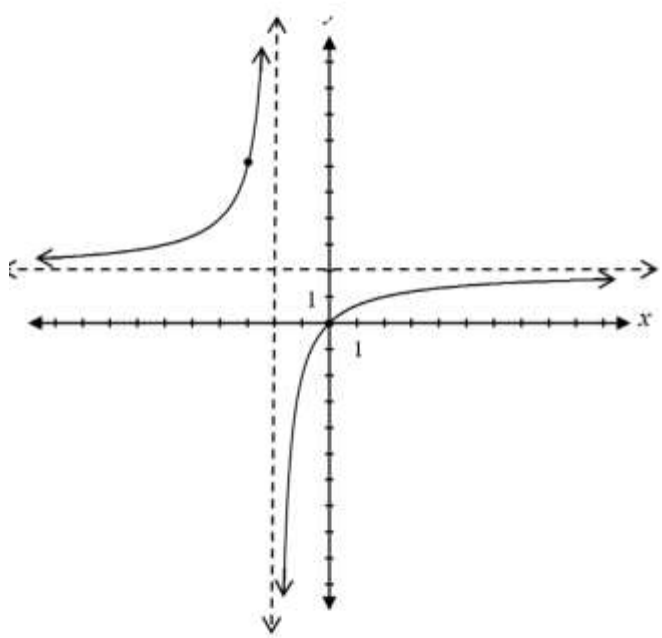
ou

$]0, 3]$

2 points

3. Trace le graphique de y = $\frac{2x}{x+2}$.

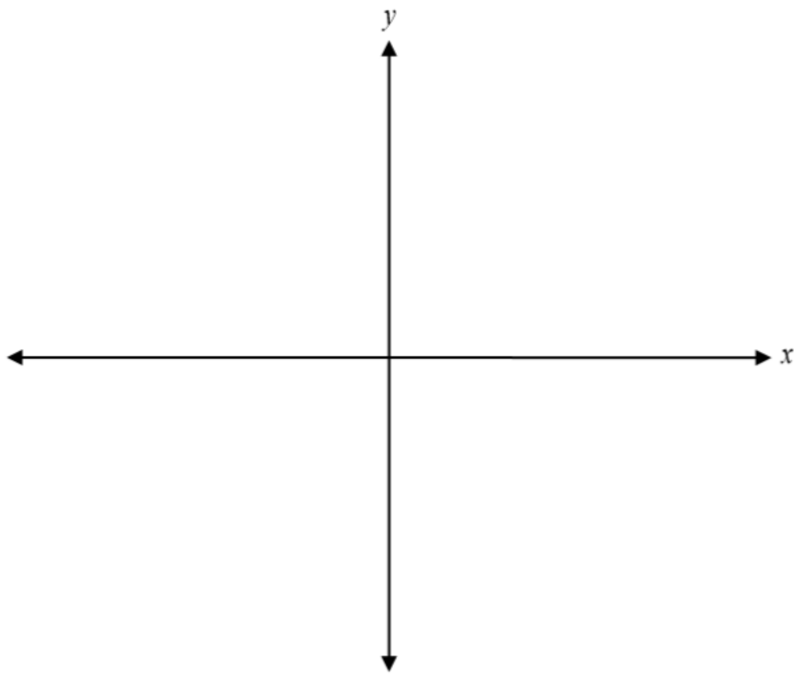


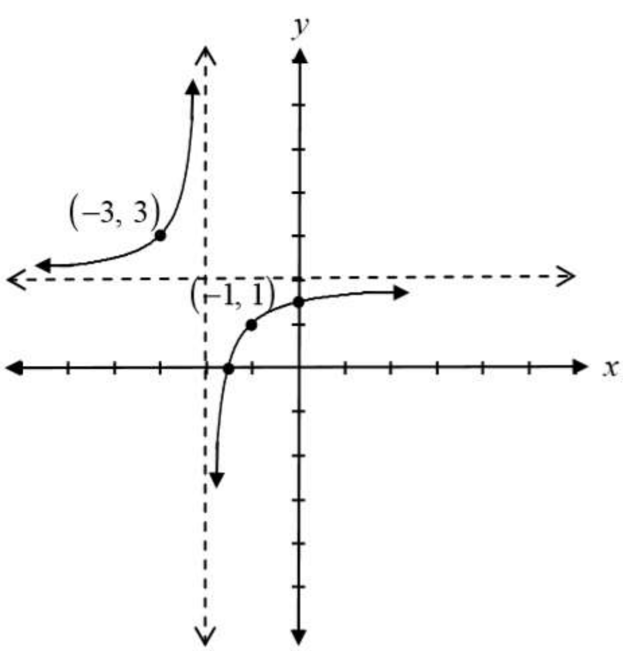


1 point pour l'asymptote horizontale à $y = 2$
1 point pour l'asymptote verticale à $x = -2$
0,5 point pour le graphique à gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à droite de l'asymptote verticale

3 points

4. Trace le graphique de $y = \frac{2x+3}{x+2}$.

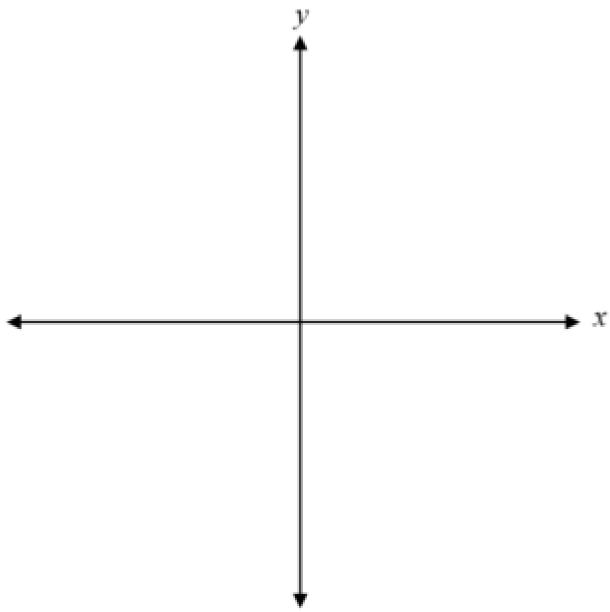




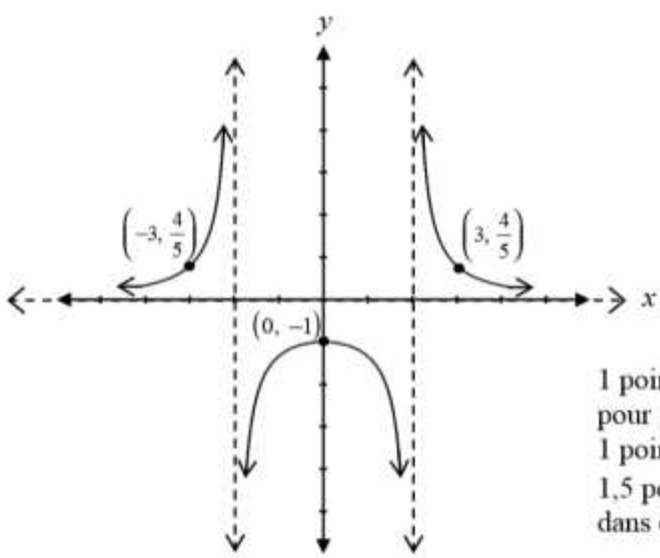
1 point pour l'asymptote verticale
1 point pour l'asymptote horizontale
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale

3 points

5. Trace le graphique de la fonction f(x) et détermine l'ordonnée à l'origine. $y = \frac{4}{(x-2)(x+2)}$.



Ordonnée à l'origine : ________________________________



1 point pour les asymptotes verticales (0,5 point pour $x = 2$; 0,5 point pour $x = -2$)
1 point pour l'asymptote horizontale à $y = 0$
1,5 point pour la forme (0,5 point pour la forme dans chaque section)

ordonnée à l'origine : ___−1___

0,5 point pour l'ordonnée à l'origine

4 points

6. Explique à quoi ressemble le graphique d'une fonction rationnelle près d'une asymptote verticale.

Le graphique se rapproche de l'infini (positif ou négatif) à mesure qu'il se rapproche de l'asymptote.

ou

1 point

Le graphique se rapproche de l'asymptote, mais ne la touche pas.

7. La fonction f(x) est transformée.

Une nouvelle fonction, y = $\frac{1}{f(x)}$, est formée et elle n'a aucune asymptote verticale.

Quelle conclusion peut-on former au sujet de la fonction originale f(x) ?

Si $f(x)$ n'a pas d'abscisses à l'origine, la transformation n'aurait aucune asymptote verticale.

ou

$f(x)$ ne peut pas être égal à zéro.

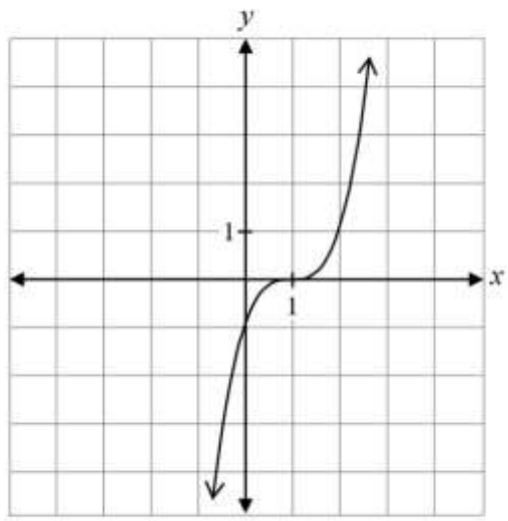
ou

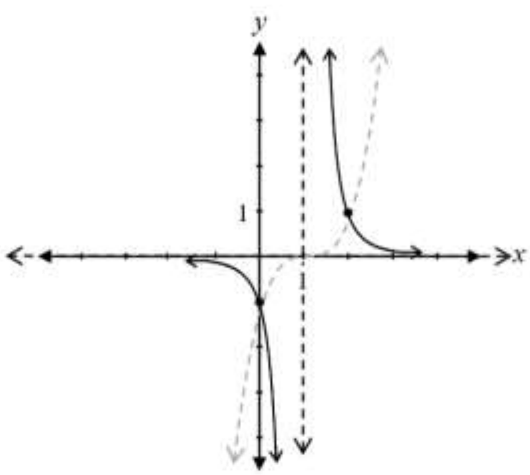
$f(x) \neq 0$

1 point pour la conclusion

1 point

8. Étant donné le graphique de y = f(x) ci-dessous, trace le graphique de y = $\frac{1}{f(x)}$.





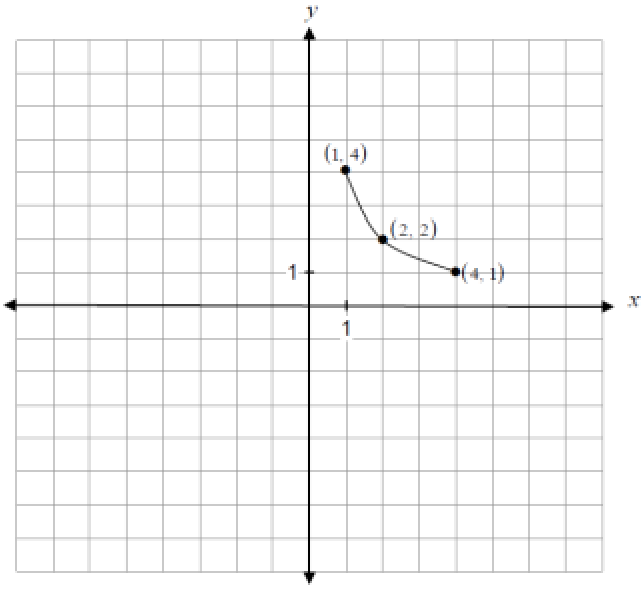
1 point pour l'asymptote verticale à $x = 1$
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale

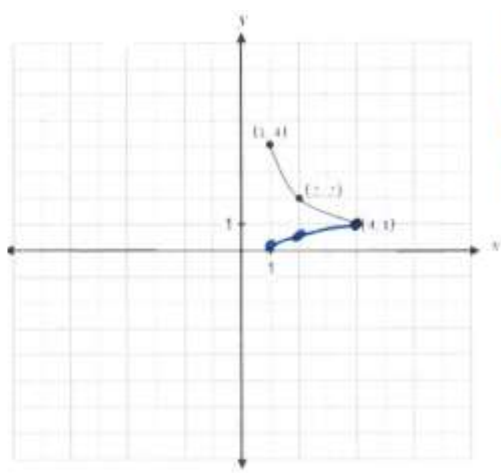
2 points

9. Un point sur le graphique de y = f(x) est (a, b). Trouve un point sur le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$.

$(\boldsymbol{a}, \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b}})$

10. Soit le graphique de la fonction y = f(x) ci-dessous. Trace un graphique clairement étiqueté de $y = \frac{1}{f(x)}$.

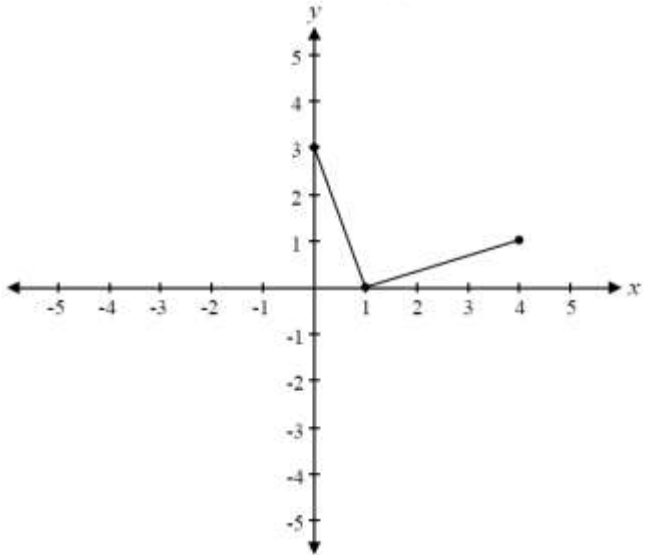


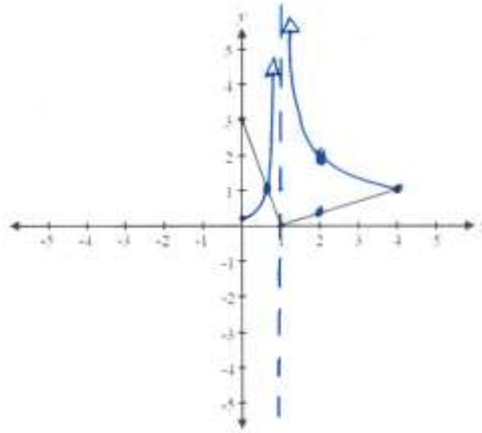


$(1,4) \rightarrow (1, \frac{1}{4})$
$(2,2) \rightarrow (2, \frac{1}{2})$
$(4,1) \rightarrow (4, 1)$

11. Soit le graphique de la fonction y = f(x).

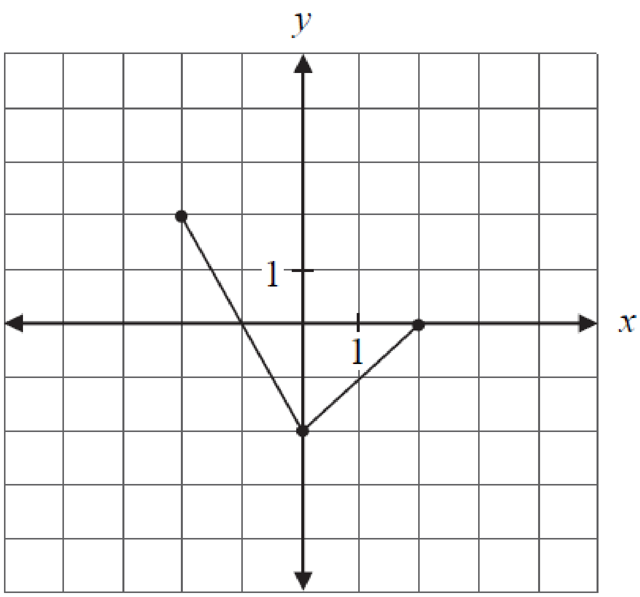
Trace un graphique clairement étiqueté de $y = \frac{1}{f(x)}$.

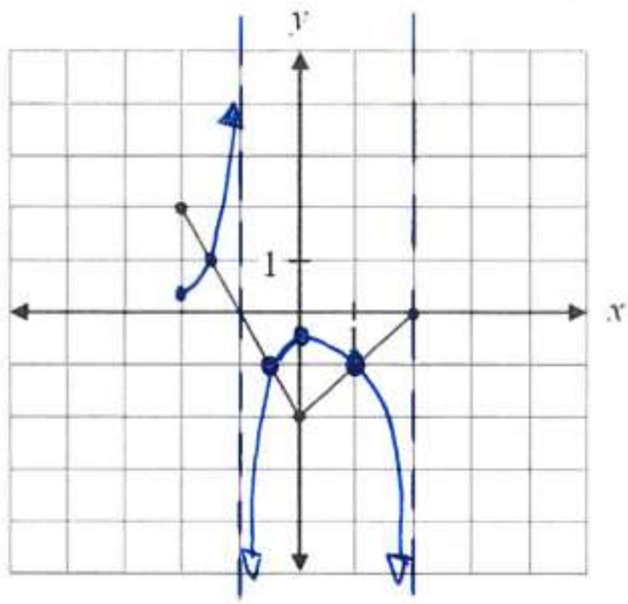




12. Soit le graphique de la fonction y = f(x) ci-dessous.

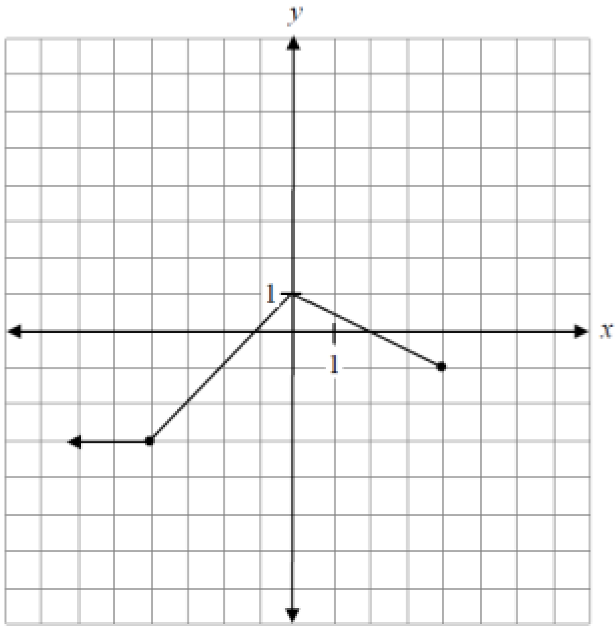
Trace un graphique clairement étiqueté de $y = \frac{1}{f(x)}$.

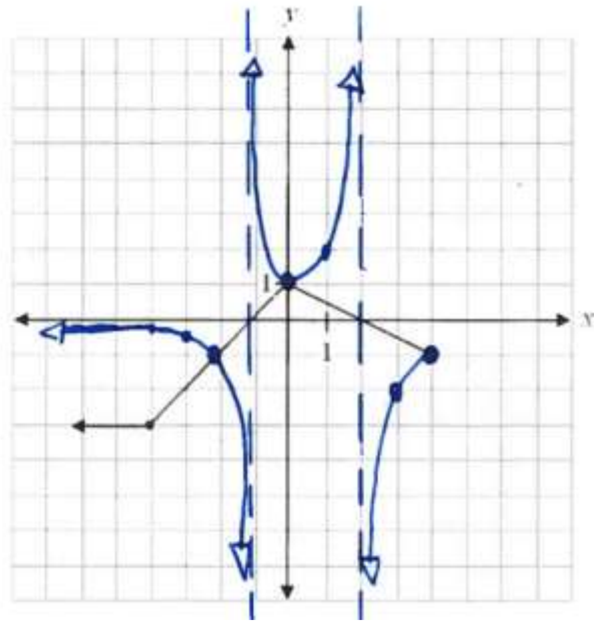




13. Le graphique de la fonction y = f(x) est représenté ci-dessous.

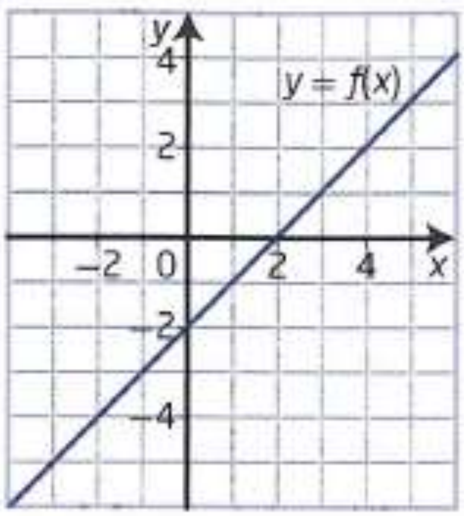
Trace un graphique clairement étiqueté de $y = \frac{1}{f(x)}$.



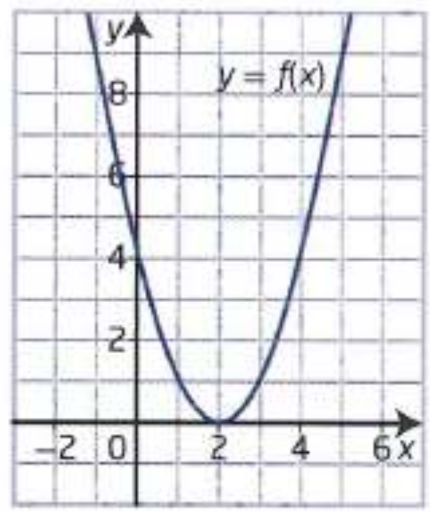


14. Trace les graphiques de $y = \dfrac{1}{f(x)}$ pour chacune des fonctions suivantes.

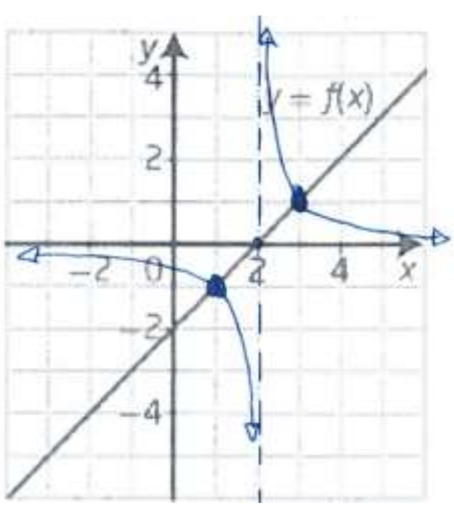
a)



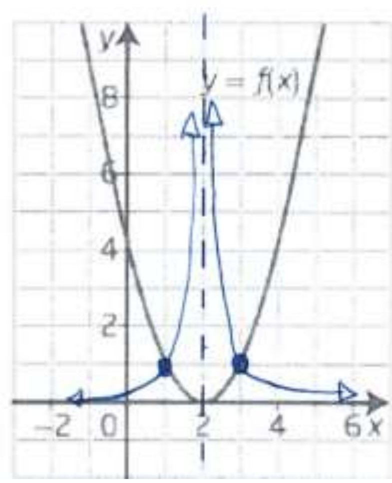
b)

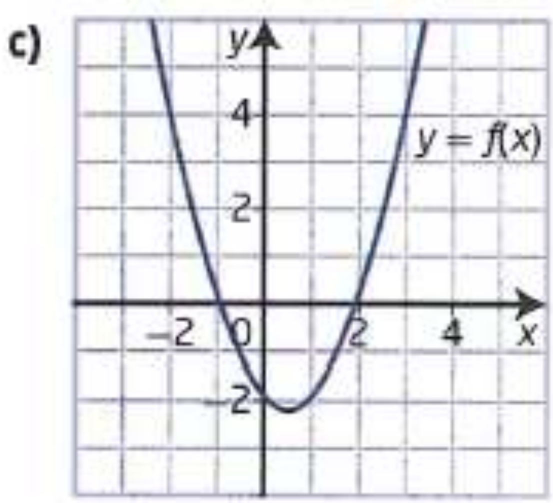


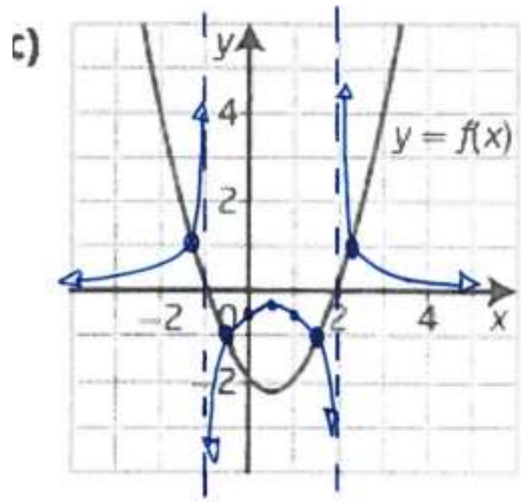
a)



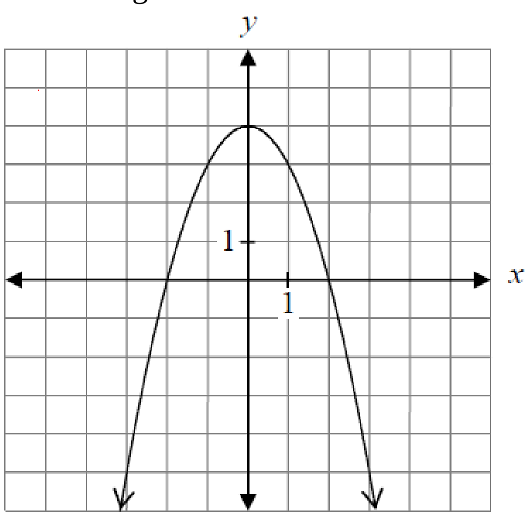
b)

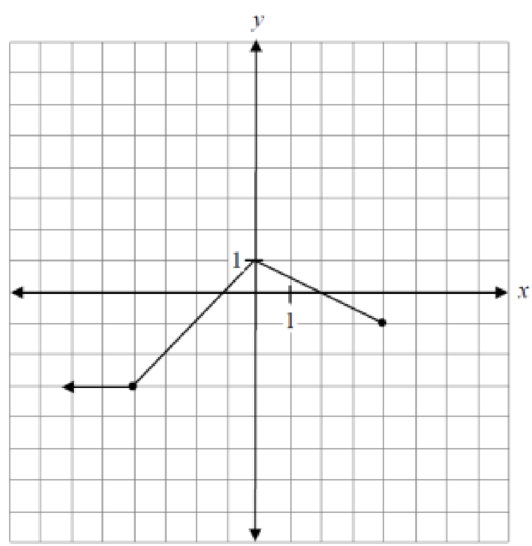






15. Trace les graphiques de $y = \dfrac{1}{f(x)}$ pour les fonctions f(x) suivants et détermine le domaine et image.



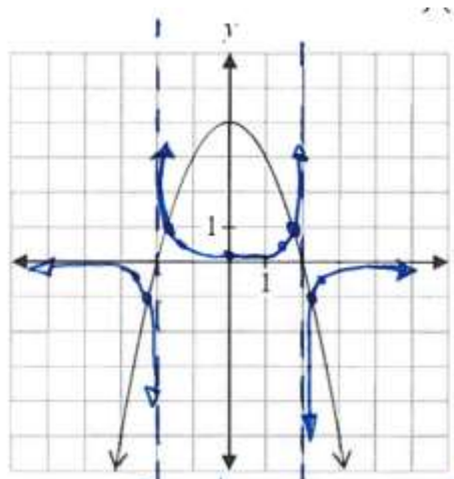


Domaine : ___________________________

Image : ______________________________

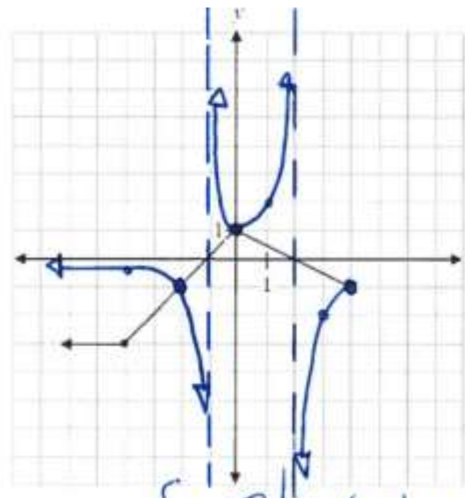
Domaine : ______________________________

Image : _______________________________



Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2 ; x \neq 2\}$

Image : $]-\infty, 0[\cup [\frac{1}{4}, +\infty[$

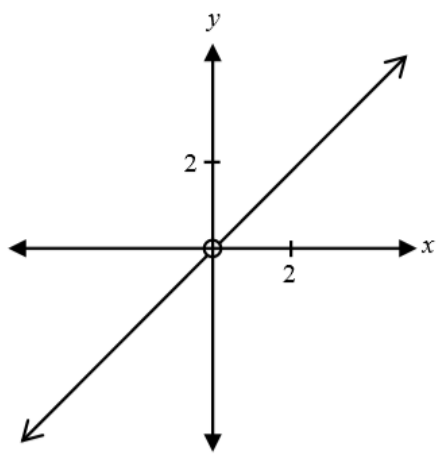


Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1 ; x \neq 2\}$

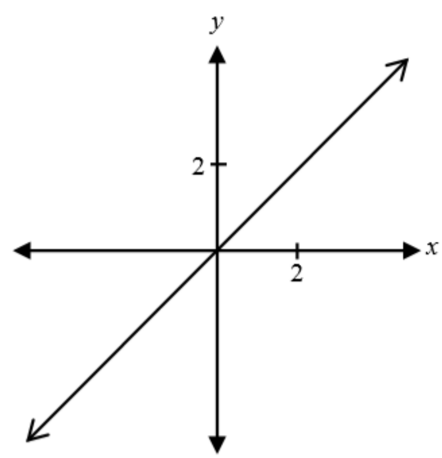
Image : $]-\infty, 0[\cup [1, \infty[$

16. Identifie le graphique de la fonction $y = \frac{x}{x}$.

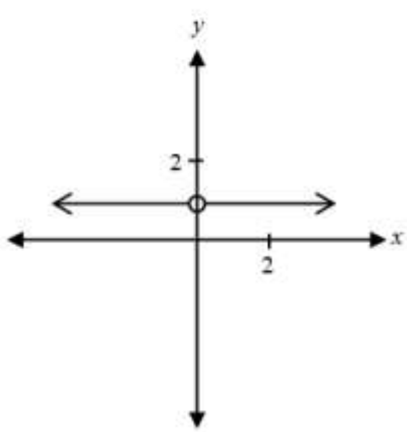
a)



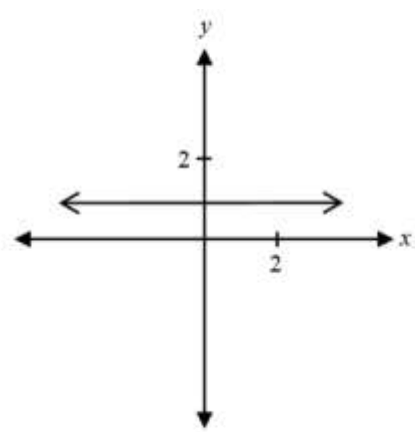
b)



c)

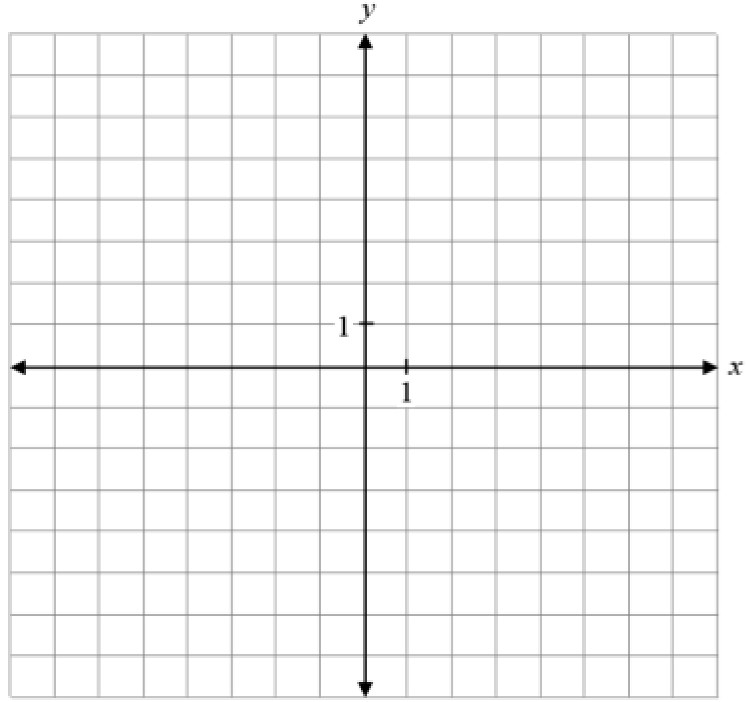


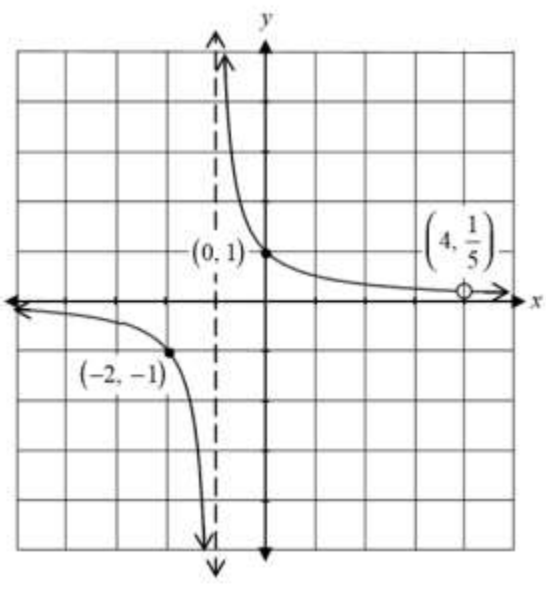
d)



c)

17. Trace le graphique de $f(x) = \frac{x-4}{x^2-3x-4}$.





$$f(x) = \frac{x-4}{x^2-3x-4}$$
$$= \frac{x-4}{(x-4)(x+1)}$$
$$= \frac{1}{x+1} \text{ avec un point de discontinuité à } x = 4$$

point de discontinuité : $f(4) = \frac{1}{5}$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité à $\left(4, \frac{1}{5}\right)$

ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{0-4}{(0)^2 - 3(0) - 4}$

$$= \frac{-4}{-4}$$
$$= 1$$

1 point pour l'asymptote verticale à $x = -1$
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale
1 point pour le point de discontinuité à $x = 4$

3 points

18. Le graphique d'une fonction rationnelle, f(x), a un point de discontinuité où x = 2 et une asymptote où x = 4. Écris une équation possible pour f(x).

Une équation possible est :

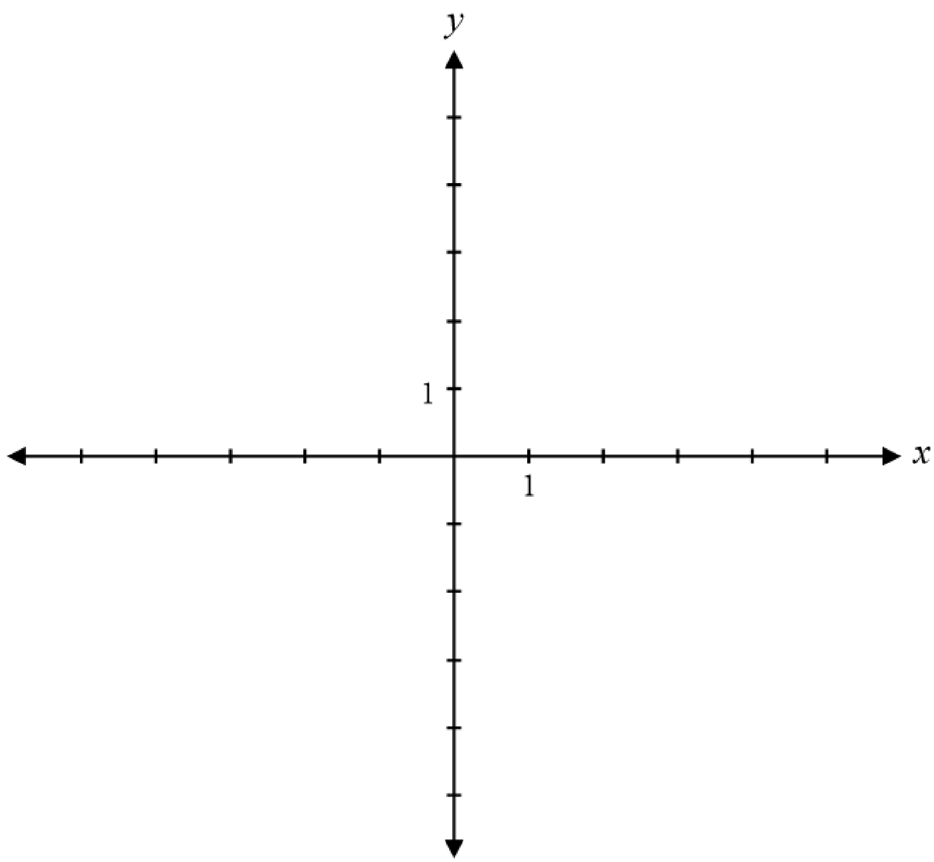
$$f(x) = \frac{x-2}{(x-2)(x-4)}$$

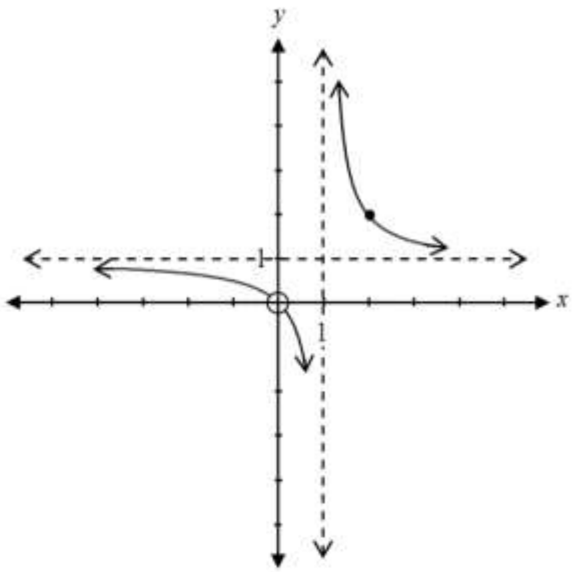
1 point pour $\frac{x-2}{x-2}$ (un point de discontinuité où $x = 2$)

1 point pour $x - 4$ au dénominateur (une asymptote où $x = 4$)

2 points

19. Trace le graphique de $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x}$.





$$f(x) = \frac{x^2}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x}{x-1} \text{ avec un point de discontinuité où } x = 0$$

point de discontinuité : $f(0) = \frac{0}{0-1} = 0$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité à $(0, 0)$.

divise :

$$\begin{array}{r} 1 \\ x-1\overline{)x+0} \\ \underline{x-1} \\ 1 \end{array}$$

ou

$$f(x) = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

$\therefore f(x) = \frac{1}{x-1} + 1$

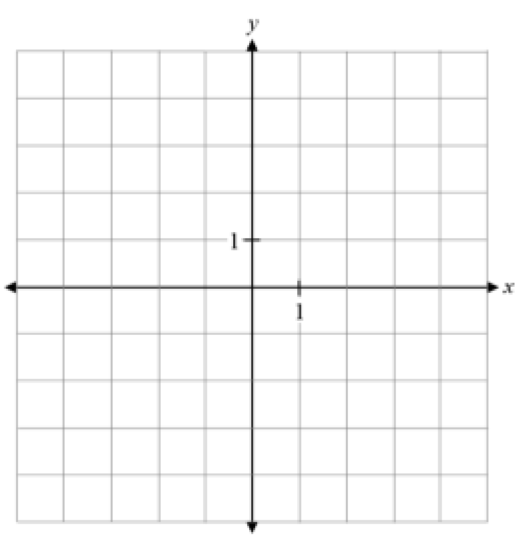
$\therefore$ il y a une asymptote horizontale à $y = 1$.

$\therefore$ il y a une asymptote verticale à $x = 1$.

1 point pour l'asymptote verticale à $x = 1$
1 point pour l'asymptote horizontale à $y = 1$
1 point pour le point de discontinuité à $(0, 0)$ ou un point de discontinuité conséquent au graphique
0,5 point pour le graphique à gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à droite de l'asymptote verticale

4 points

20. Trace le graphique de $f(x) = \frac{x-2}{(2x-3)(x-2)}$.



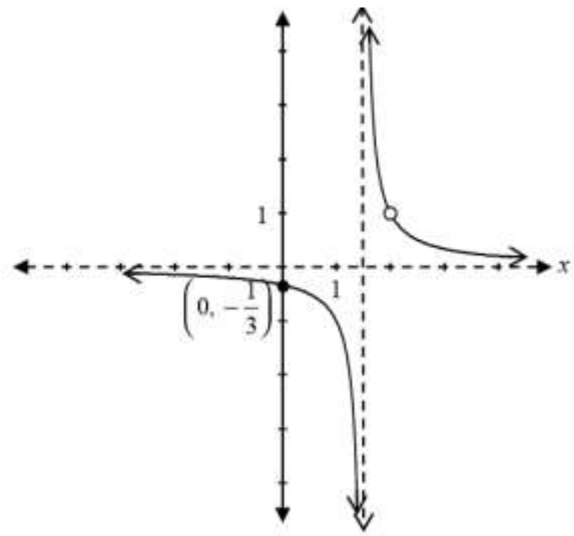
a)

$$f(x) = \frac{x-2}{(2x-3)(x-2)}$$
$$= \frac{1}{2x-3} \text{ avec un point de discontinuité à } x = 2$$

point de discontinuité : $f(2) = 1$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité à $(2, 1)$

ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{0-2}{(2(0)-3)(0-2)}$
$$= -\frac{2}{6}$$
$$= -\frac{1}{3}$$



1 point pour l'asymptote horizontale à $y = 0$

1 point pour l'asymptote verticale à $x = \frac{3}{2}$

0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale

0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale

1 point pour le point de discontinuité à $(2, 1)$; (0,5 point pour $x = 2$; 0,5 point pour $y = 1$)

4 points

21. Lequel des énoncés suivants est vrai concernant les deux fonctions ci-dessous ?

$$f(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \qquad g(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{(x+2)(x-2)}$$

a) Les deux ont un point de discontinuité (trou) quand $x = 2$.

b) Les deux ont la même asymptote verticale.

c) Les deux ont la même asymptote horizontale.

d) Les deux ont la même ordonnée à l'origine.

a)

22. Associe chaque fonction avec la bonne description.

a) Le graphique de cette fonction a une asymptote verticale à $x = -1$.

b) Le graphique de cette fonction a un point de discontinuité (trou) à $x = 3$.

c) Le graphique de cette fonction a une asymptote horizontale à $y = 4$.

d) Le domaine de cette fonction est $x \in \mathbb{R}$.

Place la lettre qui convient dans la colonne.

$f(x) = \dfrac{4}{x^2+1}$ ________

$g(x) = \dfrac{4x}{x+3}$ ________

$h(x) = \dfrac{4(x-3)(x+2)}{(x-3)}$ ________

$k(x) = \dfrac{4(x-3)}{(x+3)(x+1)}$ ________

d), c), b), a)

23. Détermine les coordonnées du point de discontinuité (trou) du graphique de la fonction

$$y = \frac{(2-x)(x-3)}{(x-2)}.$$

$x \neq 2$

$y = -(x-3)$

$y = -(2-3)$

$y = 1$

$(2, 1)$

1 point pour le point de discontinuité (trou) à $(2, 1)$

(0,5 point pour $x = 2$; 0,5 point pour la coordonnée y conséquente)

1 point

24.

Explique comment le graphique de $y = \dfrac{3(x-1)}{(x-1)}$ est différent du graphique de $y = 3$.

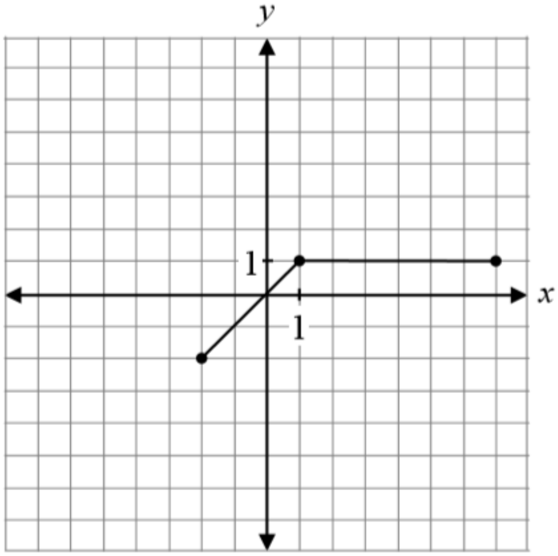
Il y a un point de discontinuité (trou) quand $x = 1$ sur le graphique de $y = \dfrac{3(x-1)}{(x-1)}$.

1 point

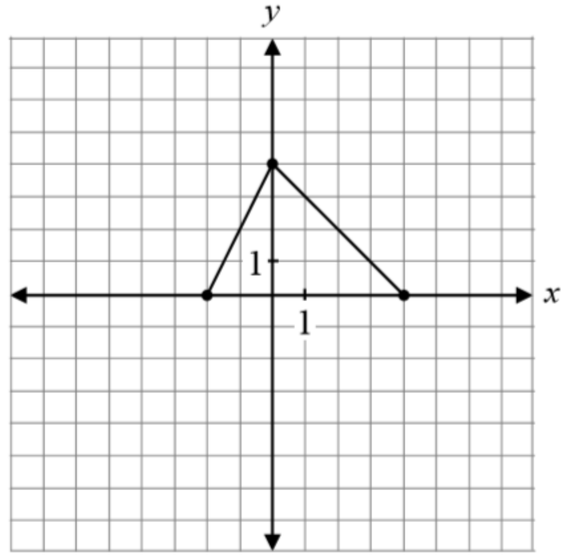
Devoirs Opérations sur les Fonctions

1. Étant donné les graphiques suivants :

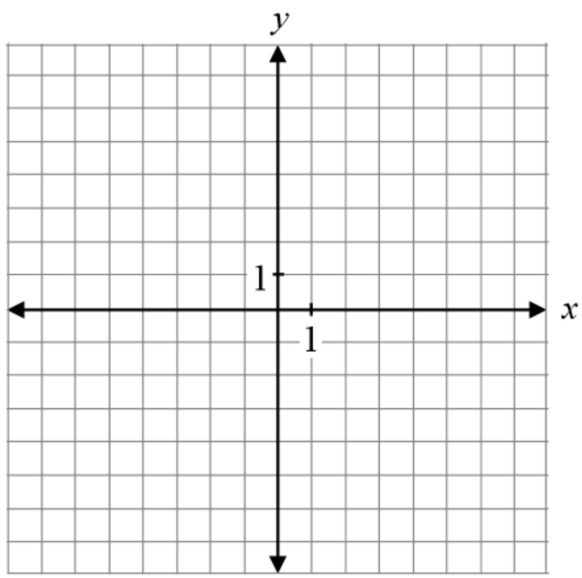
$f(x)$

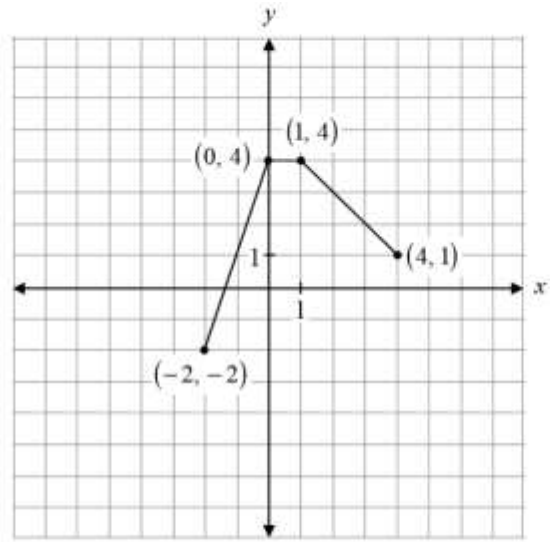


$g(x)$



Trace le graphique de f(x) + g(x).

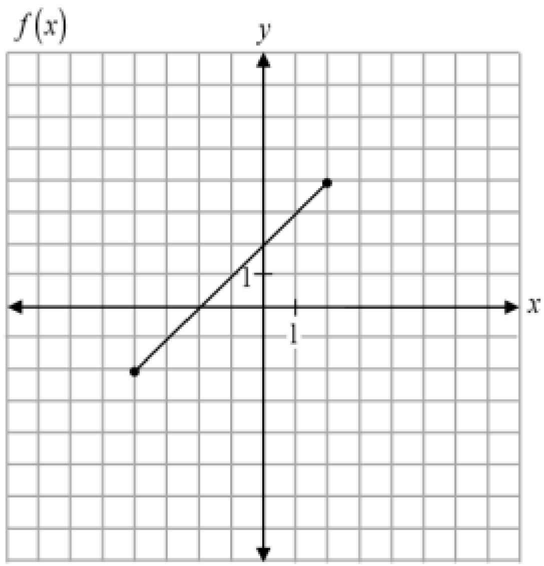


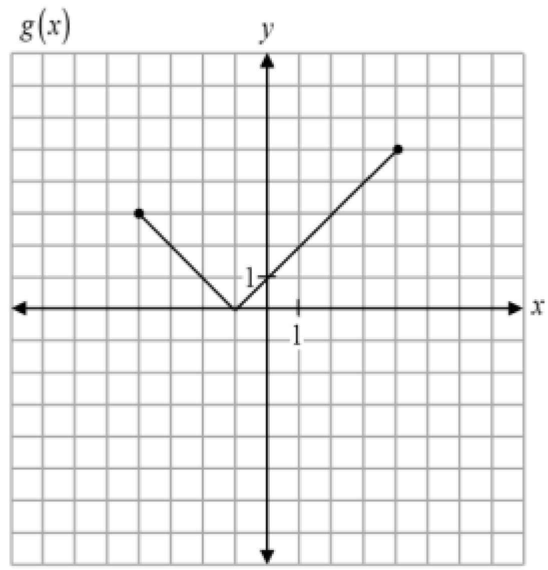


2 points (0,5 point pour chaque point où le graphique change de direction)
$[(-2, -2); (0, 4); (1, 4); (4, 1)]$

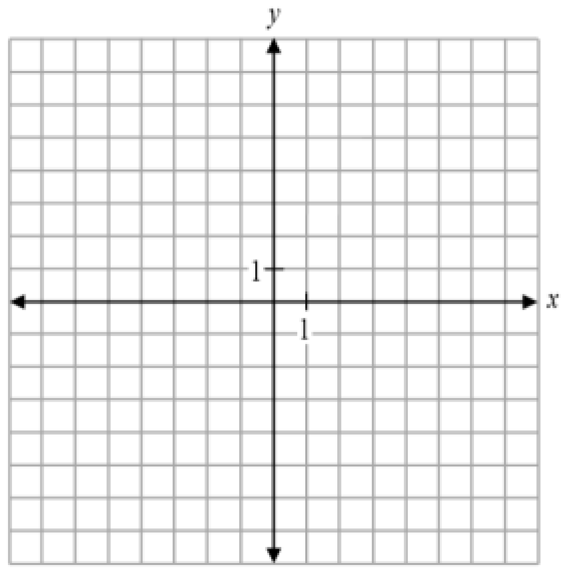
2 points

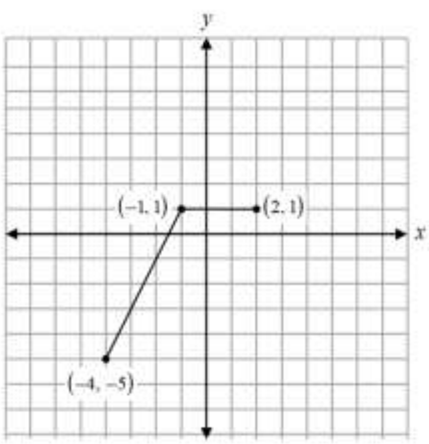
2. Étant donné les graphiques de f(x) et g(x) ci-dessous,





Trace le graphique de y = f(x) – g(x).



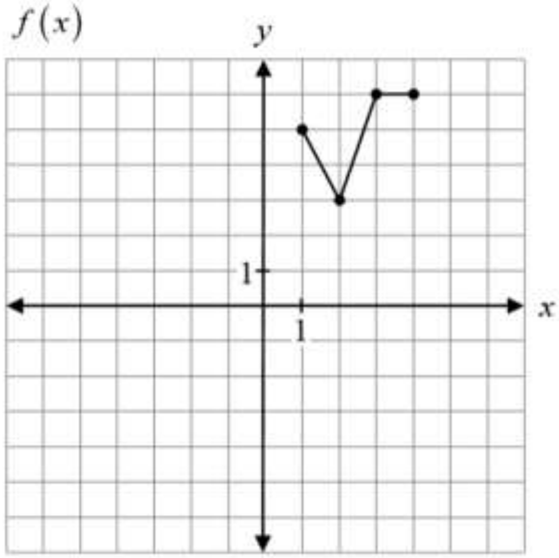


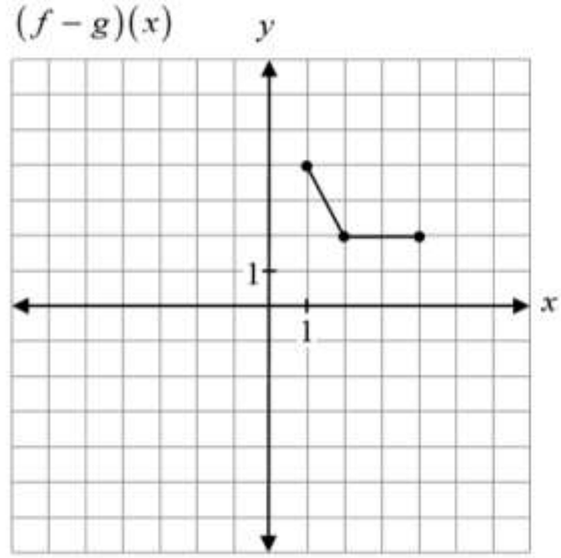
x	$f(x)$	$g(x)$	$f(x)-g(x)$
-4	-2	3	-5
-2	0	1	-1
-1	1	0	1
0	2	1	1
2	4	3	1

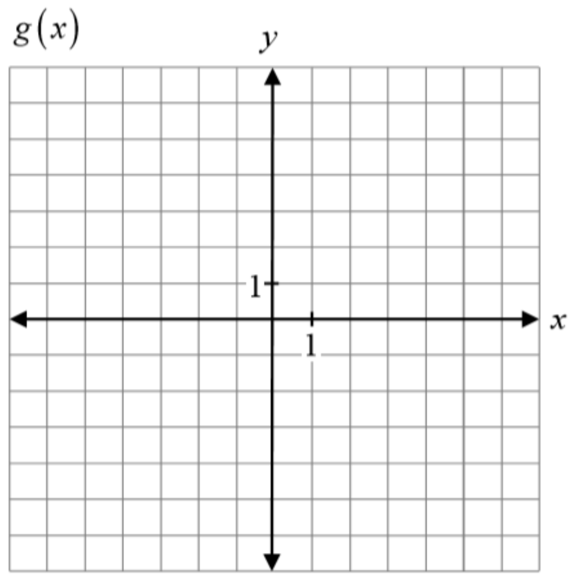
1 point pour la soustraction de $f(x)-g(x)$
1 point pour le domaine restreint

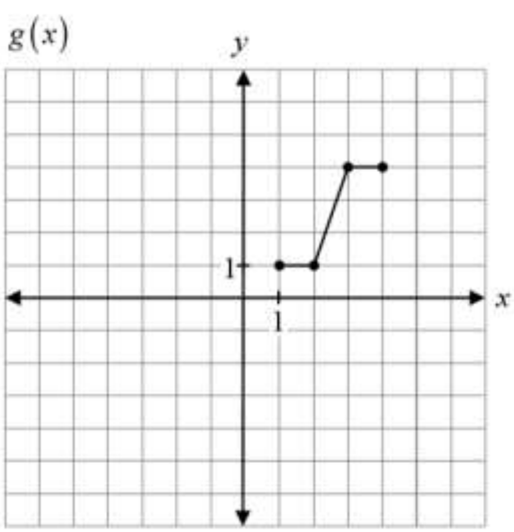
2 points

3. Étant donné les graphiques de f(x) et de (f – g)(x), trace le graphique de g(x).









1 point pour la soustraction de $f(x)-(f-g)(x)$
1 point pour la forme qui représente l'opération donnée

2 points

4. L'abscisse à l'origine est de 4 dans le cas de f(x) et de 4 également dans le cas de g(x). Benjamin en conclu que l'abscisse à l'origine de f(x) + g(x) est de 8. Es-tu d'accord avec Benjamin ? Justifie ta réponse.

Non, je ne suis pas d'accord avec Benjamin.

Benjamin a additionné les abscisses à l'origine au lieu d'additionner les ordonnées à l'origine.

Si l'abscisse à l'origine de $f(x)$ est de 4, alors $y = 0$.

Si l'abscisse à l'origine de $g(x)$ est de 4, alors $y = 0$.

$\therefore$ l'abscisse à l'origine de $f(x) + g(x)$ est de 4.

1 point pour la justification

1 point

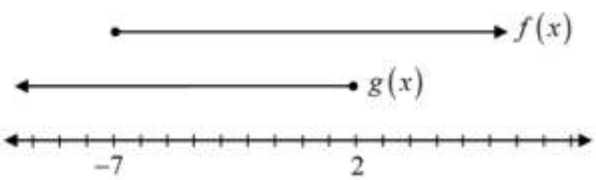
5.

Le domaine de $f(x)$ est $x \leq 2$. Le domaine de $g(x)$ est $x \geq -7$.

Exprime le domaine de $f(x) + g(x)$.

Justifie ta réponse.

$f(x)$ et $g(x)$ ont des domaines restreints; par conséquent, les deux domaines doivent être pris en considération.



La solution se trouve là où les deux domaines se chevauchent.

$\{x | x \in \mathbb{R},\ -7 \leq x \leq 2\}$ ou $[-7, 2]$

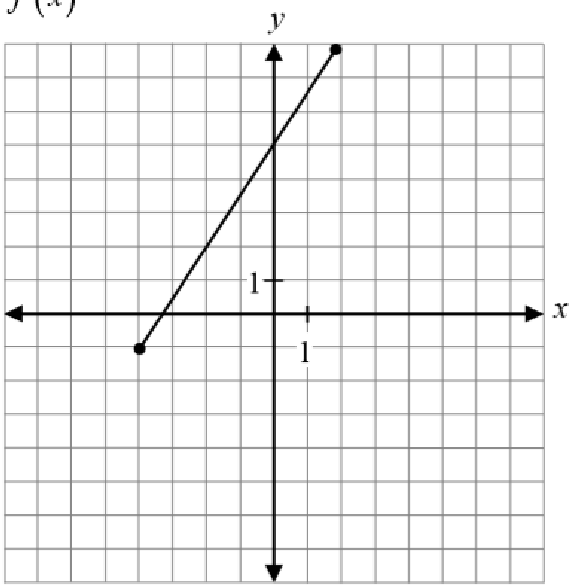
1 point pour la justification

1 point pour le domaine

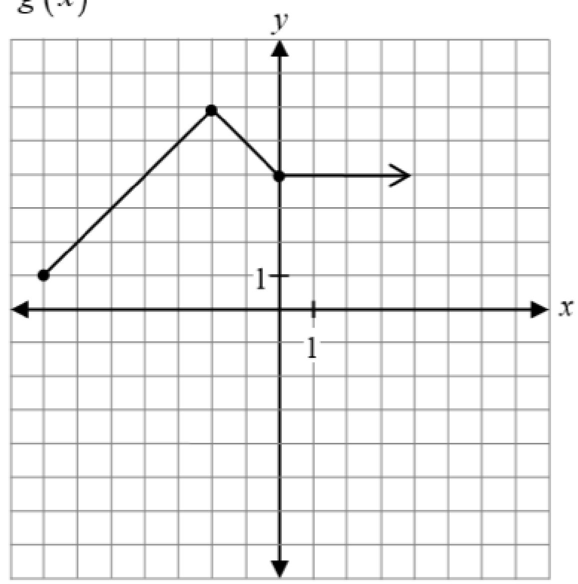
2 points

6. Étant donné les graphiques de f(x) et de g(x), trace le graphique de g(x) – f(x).

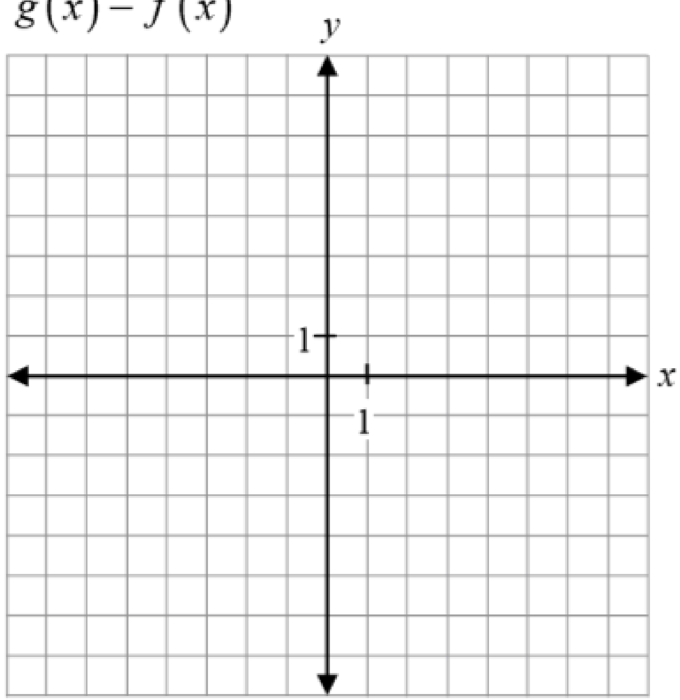
$f(x)$



$g(x)$



$g(x) - f(x)$

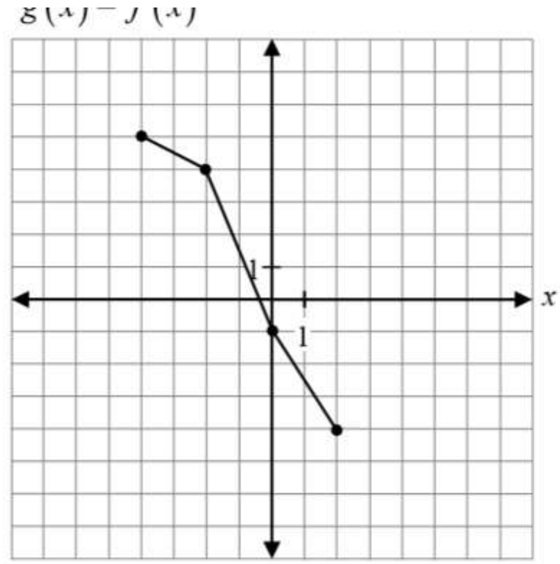


x	$g(x)$	$f(x)$	$(g-f)(x)$
-4	4	-1	5
-2	6	2	4
0	4	5	-1
2	4	8	-4

1 point pour la soustraction de $g(x) - f(x)$

1 point pour avoir restreint le domaine sur le graphique

2 points



7.

Étant donné les fonctions $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = x + 1$, détermine le domaine de $\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

Domaine : $x \in \mathbb{R}$ où $x \neq 1$ et $x \neq -1$ 1 point (0,5 point pour $x \neq 1$; 0,5 point pour $x \neq -1$)

1 point

8.

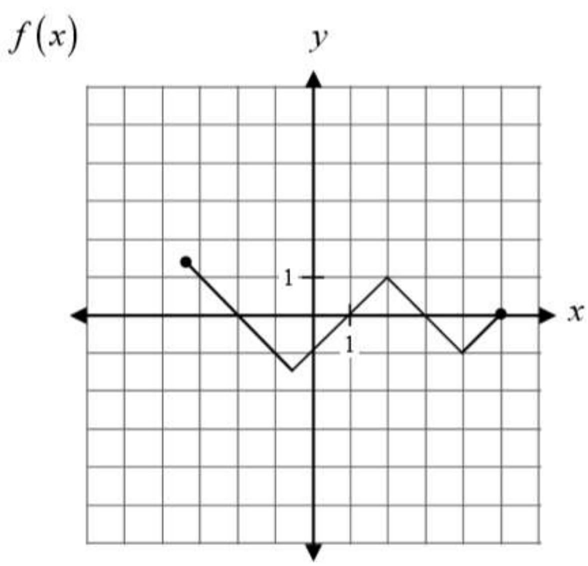
Soit $f(x) = 3$ et $g(x) = x + 2$, détermine le domaine et l'image de $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

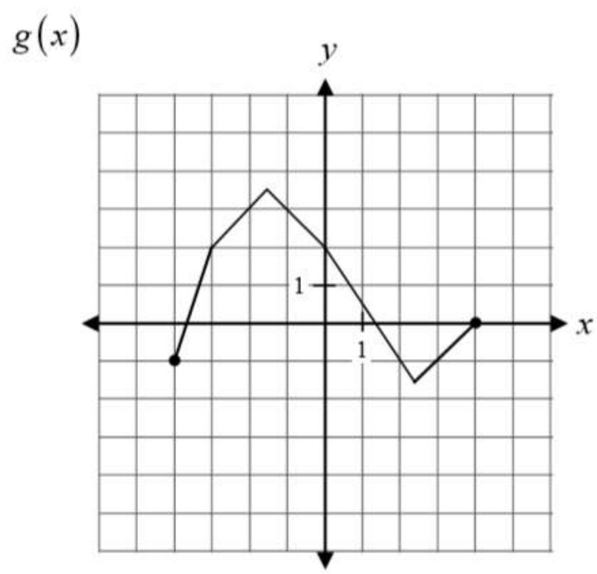
Le domaine : $\{x \mid x \in \mathbb{R},\ x \neq -2\}$ 1 point pour le domaine

L'image : $\{y \mid y \in \mathbb{R},\ y \neq 0\}$ 1 point pour l'image

2 points

9. Étant donné les graphiques suivants :





a) Détermine la valeur de $[f \bullet g](0)$.

a) $f(0) = -1$
$g(0) = 2$

$[f \bullet g](0) = (-1)(2)$
$= -2$

1 point pour la valeur de $[f \bullet g](0)$

1 point

b) Détermine la valeur de $g(f(4))$.

b) $f(4) = -1$
$g(-1) = 3$

0,5 point pour $f(4)$
0,5 point pour $g(f(4))$ conséquente avec la valeur de $f(4)$

1 point

c) Détermine une valeur de k où $f(k) = 1$.

c) $k = 2$ **ou** $k = -3$

1 point pour une valeur de k

1 point

10.

Étant donné que $h(x) = 2x^2 + 5x - 3$ et que $h(x) = f(x) \bullet g(x)$, détermine $f(x)$ et $g(x)$.

$f(x) = 2x - 1$
$g(x) = x + 3$

1 point pour deux bons facteurs de $h(x)$

1 point

D'autres réponses sont possibles.

11.

Si $f(x) = x^3$ et $g(x) = 2x - 3$, quelle est la valeur de $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$?

$$f(-1) = (-1)^3$$
$$= -1$$

0,5 point pour la substitution de $f(x)$ et de $g(x)$

$$g(-1) = 2(-1) - 3$$
$$= -5$$

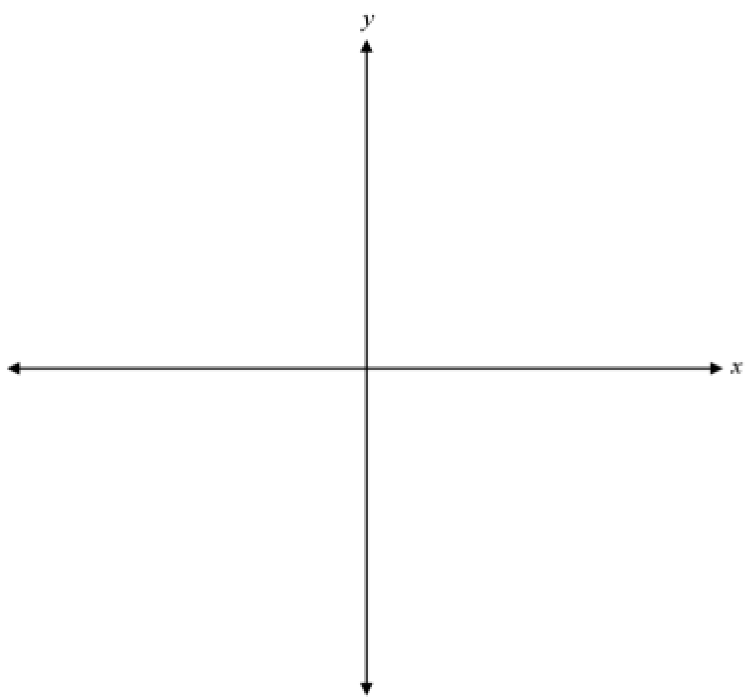
$$\left(\frac{f}{g}\right)(-1) = \frac{-1}{-5}$$
$$= \frac{1}{5}$$

0,5 point pour l'évaluation de $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$

1 point

12. Trace le graphique de h(x) = f(x) * g(x), f(x) = (x + 1)(x – 5) et g(x) = $(x – 2)^2$.

Identifie les abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine

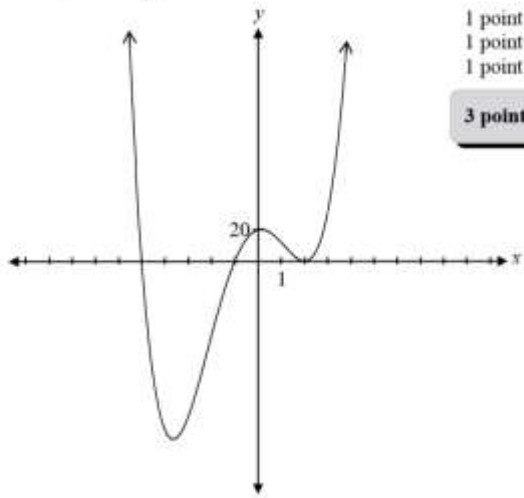


les abscisses à l'origine : ________________________________

l'ordonnée à l'origine : ________________________________

Les abscisses à l'origine : -5, -1 et 2

L'ordonnée à l'origine : 20



1 point pour les abscisses à l'origine
1 point pour l'ordonnée à l'origine
1 point pour la multiplicité d'un zéro à $x = 2$

3 points

13.

Si $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ et $g(x) = x - 2$, quel est le domaine de $f(x) \bullet g(x)$?

$f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

Domaine : $x \in \mathbb{R},\ x \neq 2$

$g(x) = x - 2$

Domaine : $x \in \mathbb{R}$

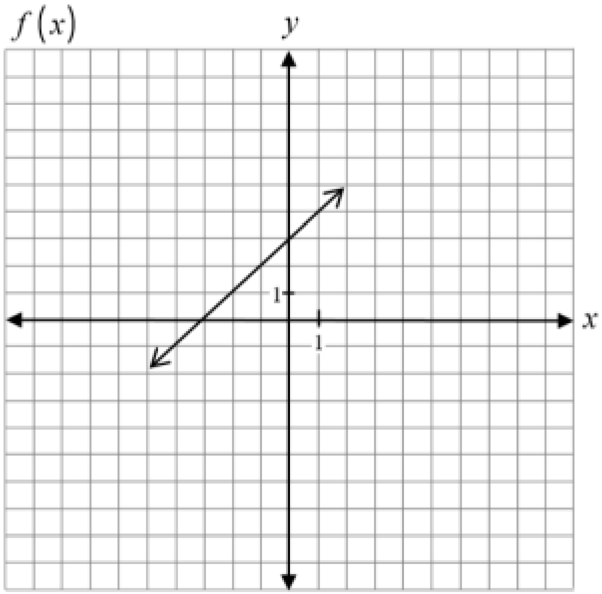
Domain de $f(x) \bullet g(x) : \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2\}$

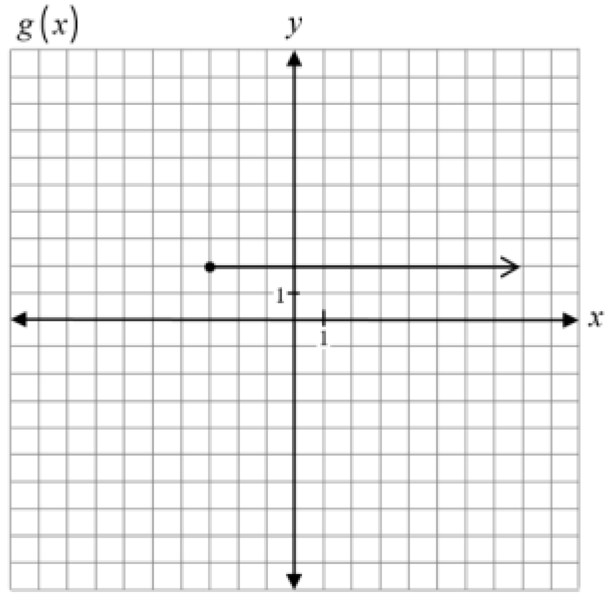
1 point pour le domaine de $f(x) \bullet g(x)$

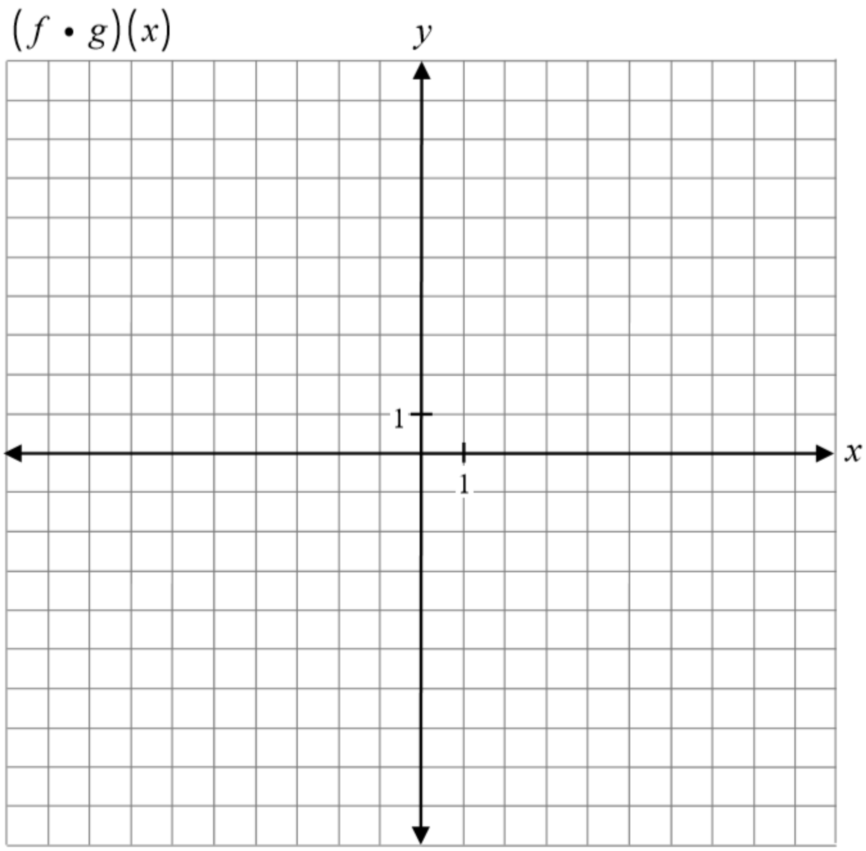
1 point

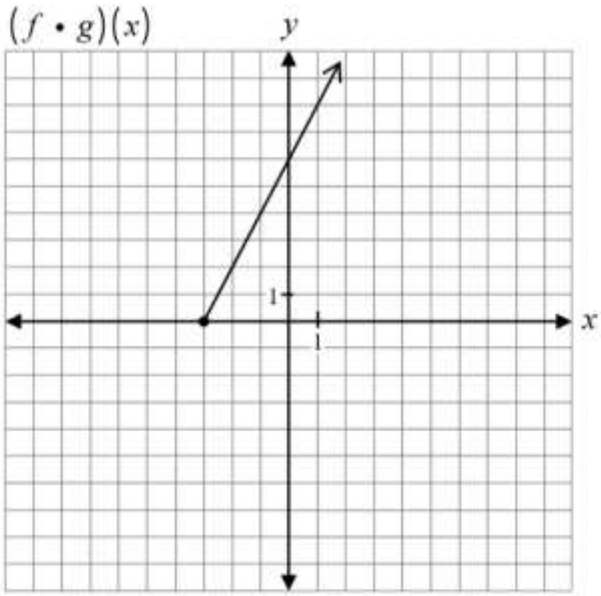
14.

Étant donné les graphiques de $f(x)$ et de $g(x)$, trace le graphique de $(f \bullet g)(x)$.


f(x)
y
x
1
1


g(x)
y
x
1
1

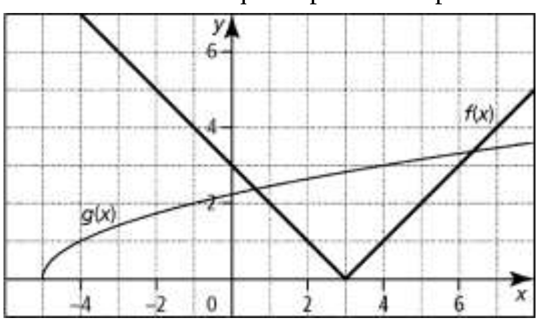

(f • g)(x)
y
x
1
1



1 point pour l'opération de la multiplication
1 point pour le domaine restreint

2 points

15. Évalue chaque expression à partir des graphiques de $f(x)$ et de $g(x)$.

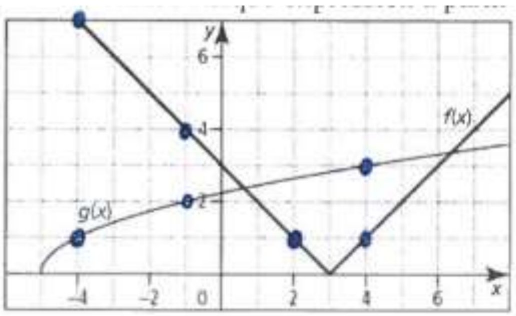


a) $f(2) \cdot g(-4)$

b) f(-3) ÷ g(4)

c) $(f \cdot g)(4)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$



a) $(f+g)(4)$

$1+3$

$=4$

b) $(f-g)(-1)$

$4-2$

$=2$

c) $f(2)+g(-4)$

$1+1$

$=2$

d) $g(-1)-f(-1)$

$2-4$

$=-2$

e) f(x) = 7, x =

$x=-4$

f) g(x) = 3, x =

$x=4$

16. Soit f(x) = 3 et g(x) = x + 2, détermine le domaine et l'image de $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

Domaine : ____________________________

Image : ___________________________

Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2\}$

Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 0\}$

$$h(x) = \frac{3}{x+2}$$

17. Étant donné les fonctions f(x) = $x^2 - 1$ et g(x) = x + 1, détermine le domaine et l'image de $\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

Domaine : ____________________________

Image : ___________________________

Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm 1\}$

Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq \frac{-1}{2},\ y \neq 0\}$

$$h(x) = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

18. Étant donné que h(x) = $2x^2 + 5x - 3$ et que h(x) = f(x) · g(x), détermine f(x) et g(x).

$$h(x) = (2x-1)(x+3)$$

$$f(x) = 2x - 1 \qquad g(x) = x + 3$$

19. Si h(x) = f(x)g(x) et f(x) = 2x + 5, quelle est l'équation de g(x) si h(x) = $10x^2 + 13x - 30$?

$$h(x) = f(x)g(x) \rightarrow g(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$$

$$\frac{10x^2+13x-30}{2x+5} = \underline{\underline{5x-6}}$$

20. Soit h(x) = g(x)/f(x) et f(x) = 2x + 5, quelle est l'équation de g(x) si h(x) = 6x + 15 ?

$h(x)f(x) = g(x)$

$(6x+15)(2x+5) = g(x)$

$12x^2 + 60x + 75 = g(x)$

21. Soit h(x) = f(x)/g(x) et f(x) = 3x – 1, détermine l'équation de g(x) si h(x) = $\frac{3x-1}{x+7}$

$g(x) = \frac{f(x)}{h(x)} = \frac{3x-1}{\left(\frac{3x-1}{x+7}\right)}$

$g(x) = 3x-1\left(\frac{x+7}{3x-1}\right)$

$g(x) = \underline{x+7}$

22.

Étant donné que $f(x) = \{(1, 3), (2, 5), (3, 4), (4, 2)\}$, trouve $f(f(3))$.

$f(f(3)) = f(4)$ 0,5 point pour $f(3) = 4$

$= 2$ 0,5 point pour $f(4) = 2$

1 point

23.

Étant donné $f(x) = \sqrt{x - 2}$ et $g(x) = 3x$, écris l'équation pour $h(x) = f(g(x))$.

Quelles sont les restrictions sur le domaine de $h(x)$?
Explique ton raisonnement.

$$h(x) = \sqrt{3x - 2}$$

1 point pour $h(x) = f(g(x))$

$$\begin{aligned} 3x - 2 &\geq 0 \\ 3x &\geq 2 \\ x &\geq \frac{2}{3} \end{aligned}$$

0,5 point pour avoir identifié la restriction

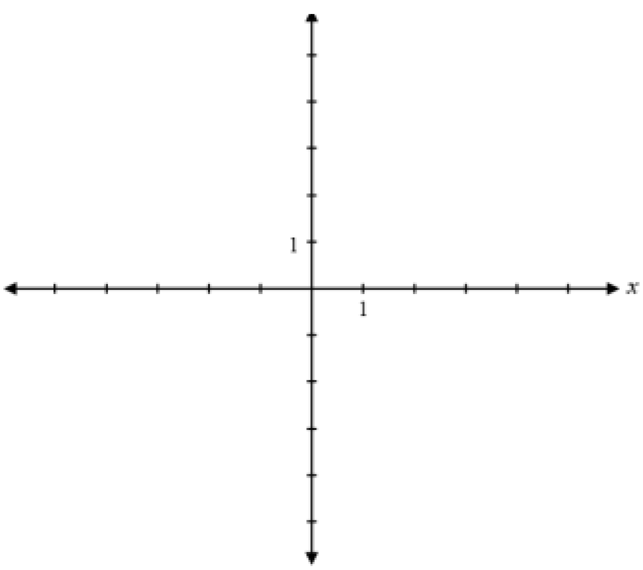
Comme il n'est pas possible de calculer la racine carré d'un nombre négatif, le domaine est restreint à $x \geq \frac{2}{3}$.

0,5 point pour l'explication

2 points

24.

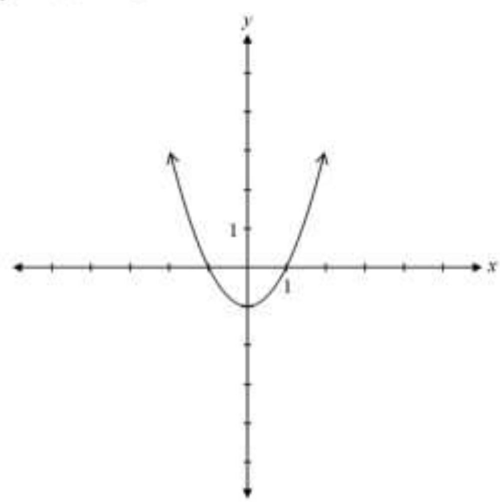
Soit $f(x) = x - 1$ et $g(x) = x^2$, écris l'équation de $y = f(g(x))$ et trace le graphique.



$$f(g(x)) = x^2 - 1$$

ou

$$y = x^2 - 1$$

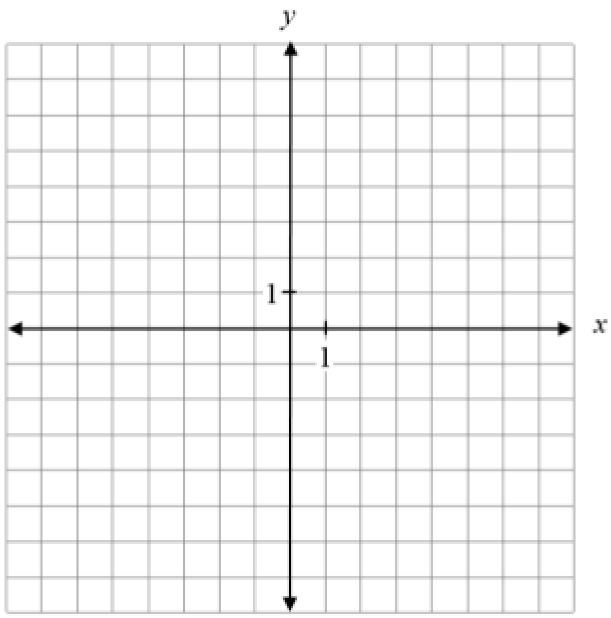


1 point pour la composition

1 point pour le graphique conséquent

25.

Étant donné que $f(x) = x^2 - 1$ et que $g(x) = \sqrt{x+1}$, trace le graphique de $y = f(g(x))$ et indique son domaine.



Domaine : ___________________________________

Méthode 1

$f(x) = x^2 - 1$

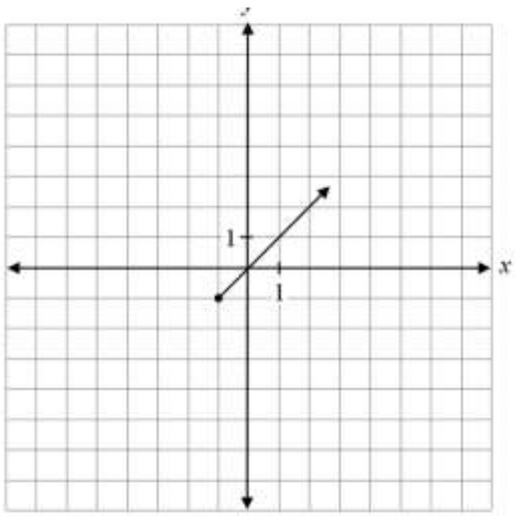
Domaine : $x \in \mathbb{R}$

$g(x) = \sqrt{x+1}$

Domaine : $[-1, \infty[$

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= \left(\sqrt{x+1}\right)^2 - 1 \\ &= x + 1 - 1 \\ &= x \end{aligned}$$

1 point pour avoir déterminé la fonction $f(g(x))$



1 point pour le graphique de la fonction composée

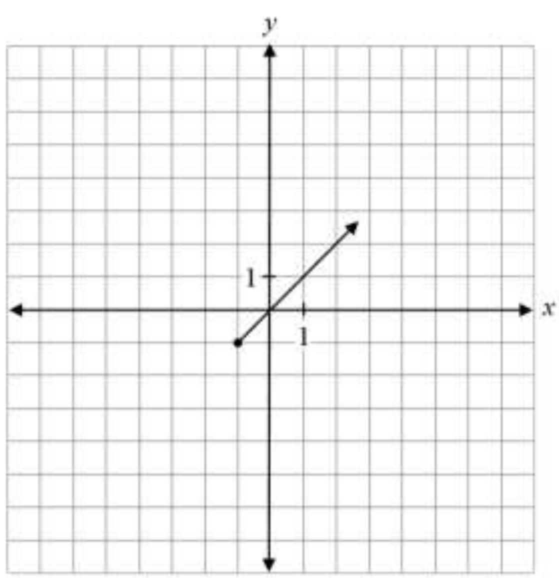
Domaine de $f(g(x))$: $[-1, \infty[$ **ou** $\{x | x \geq -1, x \in \mathbb{R}\}$ 1 point pour le domaine spécifié

3 points

Méthode 2

x	$g(x)$	$f(g(x))$
-2		
-1	0	-1
0	1	0
1		1
2		2
3	2	3

1 point pour le tableau de valeurs



1 point pour le graphique de la fonction composée

Domaine de $f(g(x))$: $[-1, \infty[$ **ou** $\{x | x \geq -1, x \in \mathbb{R}\}$ 1 point pour le domaine spécifié

3 points

26.

Étant donné les deux fonctions suivantes, $f(x) = \sqrt{x-1}$ et $g(x) = x^2 + 1$, évalue $g(f(3))$.

Méthode 1

$$\begin{aligned} f(3) &= \sqrt{3-1} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

0,5 point pour $f(3)$

$$\begin{aligned} g(\sqrt{2}) &= (\sqrt{2})^2 + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

0,5 point pour une valeur conséquente de $g(f(3))$

1 point

Méthode 2

$$g(f(x)) = (\sqrt{x-1})^2 + 1$$

0,5 point pour $g(f(x))$

$$\begin{aligned} &= x - 1 + 1 \\ &= x \end{aligned}$$

$$g(f(3)) = 3$$

0,5 point pour avoir évalué $g(f(3))$

1 point

27.

Étant donné $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = x + 1$:

a) Écris l'équation de $y = f(g(x))$.

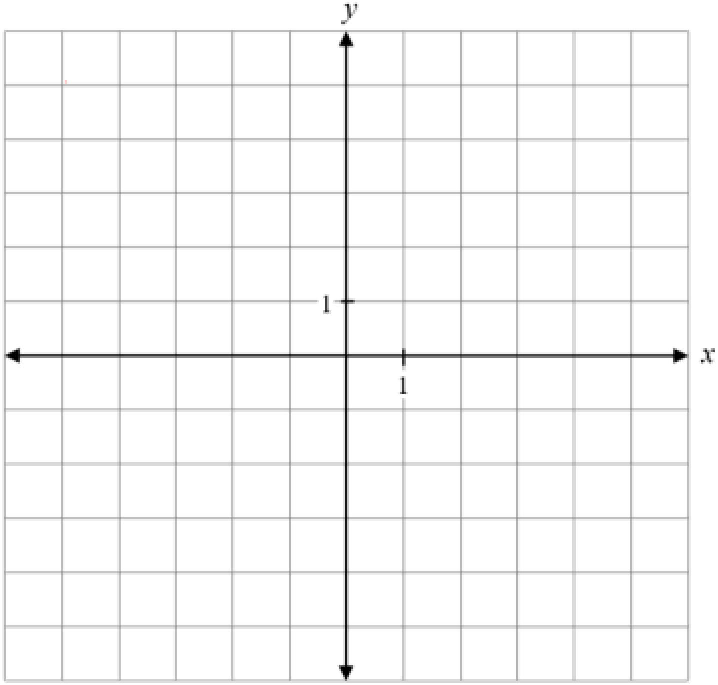
a) $f(g(x)) = (x+1)^2 - 2(x+1) - 3$

1 point pour la composition

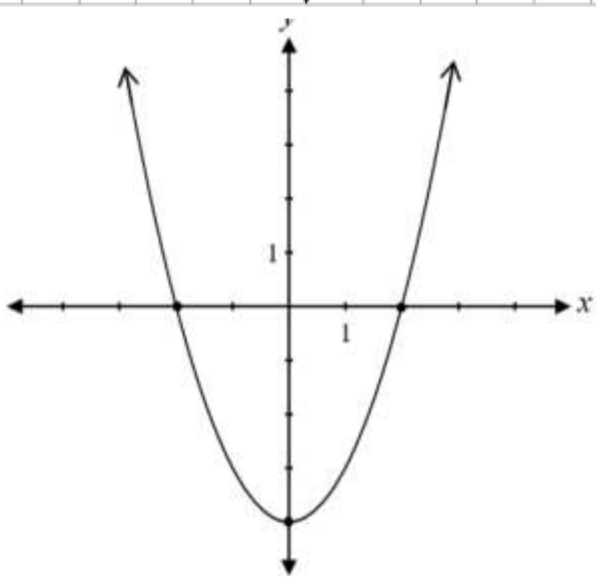
$$\begin{aligned} &= x^2 + 2x + 1 - 2x - 2 - 3 \\ &= x^2 - 4 \end{aligned}$$

1 point

b) Trace le graphique de $y = f\left(g\left(x\right)\right)$.



b)



1 point pour le graphique (0,5 point pour les abscisses à l'origine; 0,5 point pour l'ordonnée à l'origine)

1 point

28.

a) Étant donné les fonctions $f\left(x\right) = \sqrt{4 + x}$ et $g\left(x\right) = \left|3x - 6\right|$, évalue $f\left(g\left(-5\right)\right)$.

a) $g(-5) = |3(-5) - 6|$

$g(-5) = 21$ 1 point pour $g(-5)$

$f(21) = \sqrt{4+21}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ 1 point pour la valeur conséquente de $f(g(-5))$

2 points

b) Est-il possible d'évaluer $g(f(-5))$?

Justifie ta réponse.

b) Non, parce que $f(x)$ n'est pas défini lorsque $x = -5$ 1 point pour la justification

ou

$f(-5) = \sqrt{4+(-5)}$

$f(-5) = \sqrt{-1}$

1 point

$f(-5)$ est non défini, parce que tu ne peux pas évaluer la racine carrée d'un nombre négatif.

29.

Étant donné les fonctions $f(x) = x + 2$ et $g(x) = \dfrac{1}{x-5}$:

a) Détermine l'équation de la fonction composée $f(g(x))$ et son domaine.

f(g(x)) = ____

a) $f\left(g(x)\right) = \dfrac{1}{x-5} + 2$

ou

$f\left(g(x)\right) = \dfrac{2x-9}{x-5}$

domaine : $\{x \in \mathbb{R},\ x \neq 5\}$

1 point pour la composition

1 point pour le domaine

2 points

b) Détermine l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de $f\left(g(x)\right)$.

abscisse à l'origine : ___________________

ordonnée à l'origine : __________________

b) abscisse à l'origine : $\dfrac{9}{2}$

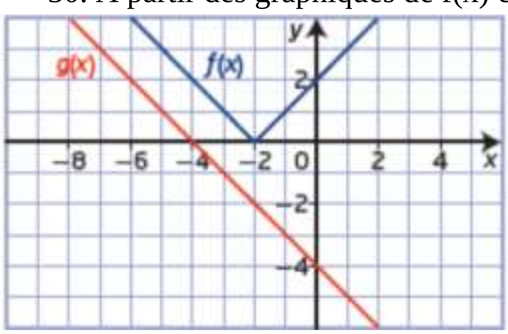
ordonnée à l'origine : $\dfrac{9}{5}$

0,5 point pour l'abscisse à l'origine

0,5 point pour l'ordonnée à l'origine

1 point

30. À partir des graphiques de f(x) et de g(x), évalue chaque composée.



a) f(g(-4))
g(-4) = 0
f(0) = 2
f(g(-4)) = 2

b) f(g(0))
g(0) = -4
f(-4) = 2
f(g0)) = 2

c) g(f(-2))
f(-2) = 0
g(0) = -4
g(f(-2)) = -4

d) g(f(-3))
f(-3) = 1
g(1) = -5
g(f(-3))= -5

31. Sébastien et Christine ont déterminé l'équation de f(g(x)), où $f(x) = x^2 + x - 6$ et $g(x) = x^2 + 2$. Qui a raison ? Explique ton raisonnement.

Le travail de Sébastien :

$$
\begin{aligned}
(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
&= (x^2 + 2)^2 + x - 6 \\
&= x^4 + 4x^2 + 4 + x - 6 \\
&= x^4 + 4x^2 + x - 2
\end{aligned}
$$

Le travail de Christine :

$$
\begin{aligned}
(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
&= (x^2 + 2)^2 + (x^2 + 2) - 6 \\
&= x^4 + 4x^2 + 4 + x^2 + 2 - 6 \\
&= x^4 + 5x^2
\end{aligned}
$$

Sébastien n'a pas substitué la valeur de g(x) pour chacune des valeurs de x pour f(x).

Christine a raison!!