Pré-Calcul 40S

Enseignante :
Mme. Layton
Nom de l'élève :

____

Pratique et Devoir d'Unité :

Les Fonctions Circulaires

Les Fonctions Circulaires (le cercle unitaire)

Pratique

Pratique Fonctions Circulaires Leçon 1

1. Trace chaque angle en position standard. Convertis les degrés en radians et les radians en degrés. Donne les mesures sous forme exacte et sous forme approximative (si nécessaire) au millième d'unité près.

a) 2,1 b) 5,8 c) $\frac{7\pi}{6}$ d) -1,7 e) $-\frac{2\pi}{3}$ f) $\frac{15\pi}{7}$ g) $\frac{-17\pi}{9}$

2. Pour chaque angle en position standard, détermine la mesure d'un angle positif et d'un angle négatif ayant le même côté terminal.

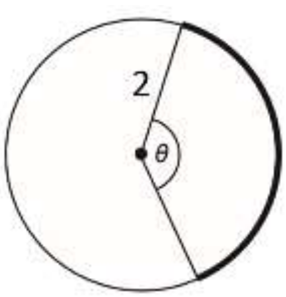
a) 270° b) $-\frac{5\pi}{4}$ c) 740° d) $\frac{11\pi}{5}$

3. Écris sous forme générale la mesure des angles ayant le même côté terminal que l'angle donné. Indique les angles coterminaux dans l'intervalle $-360° \leq \theta \leq 360°$ ou $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.

a) -500° b) 650° c) $\frac{9\pi}{4}$ d) $\frac{11\pi}{6}$

4. Une pizza de 15 pouces de diamètre est divisée en parts égales chacune ayant un angle au centre de 36°. Détermine la longueur de la croûte extérieure d'un morceau de pizza.

5. Détermine la mesure de l'angle en degré.



S = 3π

Pratique Fonctions Circulaires Leçon 2

1. Détermine la coordonnée manquant de tous les points du cercle unitaire qui satisfont la ou les conditions données. Fais un schéma et indique le ou les quadrants dans lesquels les points se situent.

a) $(-\frac{5}{8}, y)$

b) $(x, \frac{5}{13})$, situé dans le quadrant II

2. Détermine si les points se trouve sur le cercle unitaire

a) $(\frac{5}{13}, \frac{-12}{13})$

b) $(\frac{\sqrt{5}}{8}, \frac{7}{8})$

3. Détermine solutions générales pour les valeurs exactes suivantes.

cos$\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) sin$\theta = \frac{-1}{2}$

c) cos$\theta = \frac{1}{2}$

d) sin$\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Détermine les valeurs exactes pour les fonctions suivantes. (Évalue)

a) $tan\frac{7\pi}{4}$

b) $tan\frac{7\pi}{6}$

c) $tan\frac{5\pi}{3}$

d) sin$\frac{4\pi}{3}$

e) cos$\frac{5\pi}{6}$

5. Détermine les coordonnées pour les angles suivantes.

a) $P(\frac{3\pi}{4})$

b) $P(\frac{19\pi}{6})$

c) $P(\frac{-10\pi}{3})$

d) $P(\frac{5\pi}{4})$

e) $P(\frac{5\pi}{6})$

Pratique Fonctions Circulaires Leçon 3

1. Le point $B\left(-\frac{1}{3},\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ se trouve à l'intersection du cercle unitaire et du côté terminal d'un angle θ en position standard.

a) Fais un schéma qui représente la situation.

b) Détermine la valeur des six rapports trigonométriques de θ. Exprime tes réponses sous forme irréductible.

2. Le point D(-5, -12) se situe sur le côté terminal d'un angle θ en position standard. Quelle est la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique de θ ?

3. Détermine la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique.

a) $tan\frac{\pi}{2}$ b) $cosec\ \frac{7\pi}{6}$ c) sin(-300°) d) sec60°

4. Quelle est la valeur approximative de chaque rapport trigonométrique ? Arrondis tes réponses au dix-milième près. Justifie le signe de chaque réponse.

a) sin1,92 b) tan(-500°) c) sec85,4° d) cotan3

5. Détermine la mesure de tous les angles qui satisfont les conditions données. Inclus des schémas.

a) $cos\theta = 0{,}843$ et $-360° \leq \theta \leq 180°$.
Donne les mesures exactes.

b) sinθ = 0 et $0° \leq \theta \leq 180°$.
Donne les mesures exactes.

c) cotanθ = -2.777 et $-\pi \leq \theta \leq \pi$.
Indique tes réponses à 3 décimales près.

d) cosec$\theta = -\frac{2}{\sqrt{2}}$ et $-2\pi \leq \theta \leq \pi$.
Donne les mesures exactes.

6. Soit le point P(θ) = $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ sur le cercle unitaire.

a) Détermine les coordonnées de $P(\theta + \frac{\pi}{2})$ et de $P(\theta - \frac{\pi}{2})$

b) Détermine les coordonnées de $P(\theta + \pi)$ et de $P(\theta - \pi)$.

Pratique Fonctions Circulaires Leçon 4

1. Résous chaque équation trigonométrique dans l'intervalle indiqué

a) $3cos\theta - 1 = cos\theta + 1$, où $-2\pi \leq \theta < 2\pi$

b) $4\sec x + 8 = 0$, où $180° \leq \theta < 360°$

c) $cos^2\theta - cos\theta - 2 = 0$, où $0 \leq \theta < 2\pi$

2. Sachant que $cos^2x - 1 = 0$, détermine la ou les valeurs de x dans l'intervalle $0 \leq x < 2\pi$. Donne les valeurs exactes.

b) Détermine la solution générale de $cos^2x - 1 = 0$ pour l'ensemble des nombres réels, où x est exprimés en radians.

3. Résous $sin2\theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ pour l'intervalle de $[-\pi, 2\pi]$

4. Détermine la solution générale en radians pour $sin\ \theta = 2cos\theta sin\theta$.

5. Détermine les solutions de l'équation trigonométrique $4sin^2x - 3 = 0$ dans l'intervalle $0° \leq x \leq 360°$.

6. Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0, 2\pi]$

a) $sin^2\theta + 6sin\theta - 2 = 0$

7. Résous $2sin^2\theta + sin\theta - 1 = 0$

Pour $\theta \in R$

Devoir Fonctions Circulaires

1. Un élève utilise la formule s = θr pour trouver la longueur de l'arc de cercle. Étant donné un angle au centre de 35° et un rayon de 6 cm, sa solution se trouve ci-dessous :

$$s = (35)(6)$$
$$s = 210 \text{ cm}$$

Explique pourquoi cette solution n'est pas bonne. Écris la bonne solution.

En utilisant la formule $s = \theta r$, la mesure de l'angle doit être en radians. — 0,5 point pour l'explication

$$35^\circ\left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{35\pi}{180} \quad \textbf{ou} \quad \frac{7\pi}{36}$$

1 point pour la conversion en radians

$$\begin{aligned} \therefore s &= \theta r \\ &= \frac{7\pi}{36}(6) \\ &= \frac{42\pi}{36} \text{ cm} \quad \textbf{ou} \quad \frac{7\pi}{6} \text{ cm} \quad \textbf{ou} \quad 3,665 \text{ cm} \end{aligned}$$

0,5 point pour la simplification

2 points

2.

Un angle au centre d'un cercle sous-tend un arc ayant une longueur de 5π cm.
Étant donné que le cercle a un rayon de 9 cm, trouve la mesure de l'angle au centre en degrés.

$$s = \theta r$$

$$5\pi = \theta(9)$$

0,5 point pour la substitution dans la bonne formule

$$\theta = \frac{5\pi}{9}$$

0,5 point pour avoir isolé θ

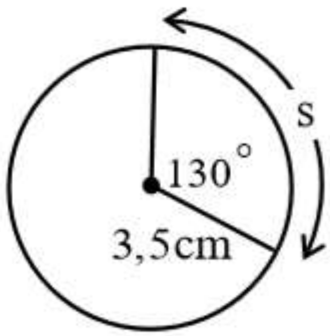
$$\begin{aligned} \theta \text{ (en degrés)} &= \frac{5\pi}{9} \bullet \frac{180^\circ}{\pi} \\ &= 100^\circ \end{aligned}$$

1 point pour la conversion en degrés

2 points

3. Utilise l'information du diagramme pour déterminer la longueur de l'arc « s ».

$$130^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{13\pi}{18}$$



$$s = \theta r$$

$$s = \frac{13\pi}{18}(3,5)$$

$$s = 7,941\ 248$$

$$s = 7,941 \text{ cm}$$

1 point pour la conversion
1 point pour la substitution

4. Détermine la longueur de l'arc sous-tendu par un angle au centre si le diamètre est 19 cm et l'angle au centre est 1,6 radian.

$$s = \theta r$$

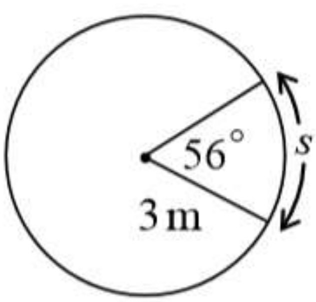
$$s = (1,6)(9,5)$$

$$s = 15,2 \text{ cm}$$

1 point

5.

Utilise l'information présentée dans le diagramme pour déterminer la valeur de la longueur de l'arc « s », étant donné que l'angle au centre est 56°.



$$\theta = 56^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\theta = \frac{56\pi}{180} \text{ ou } \frac{14\pi}{45}$$

$$s = \theta r$$

$$s = \left(\frac{14\pi}{45}\right)(3\,\text{m})$$

$$s = \frac{14\pi}{15}\,\text{m ou } 2,932\,\text{m}$$

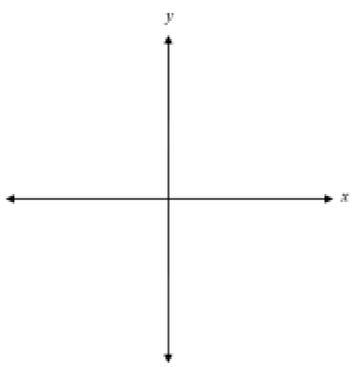
1 point pour la conversion
1 point pour la substitution

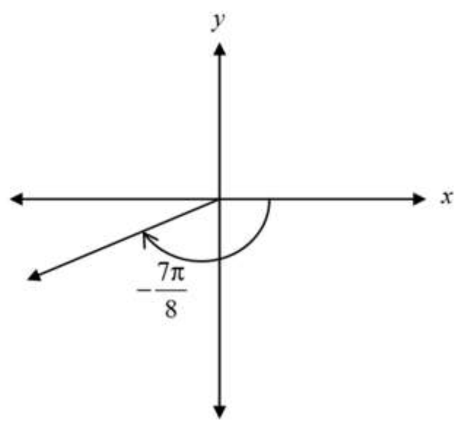
6. Considère l’arc dessiné sur chaque cercle. Quel arc se rapproche le plus d’une mesure de 3 radians?

d)

7.

Dessine l’angle $-\dfrac{7\pi}{8}$ en position normale.





1 pt pour l’angle tracé dans le QIII et approprié

8. Lequel des angles suivants se termine dans le quadrant III?

a) 3 radians b) $\dfrac{7\pi}{5}$ radians c) -210° d) 500°

b)

9. Un pendule de 40 cm de long oscille à l’intérieur d’un angle de 60°. La longueur de l’arc décrit par le pendule est de :

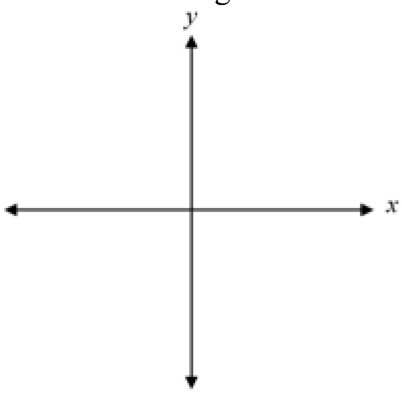
a) $\dfrac{40\pi}{3}$ cm b) $\dfrac{120}{\pi}$ cm c) $\dfrac{20\pi}{3}$ cm d) 2 400 cm

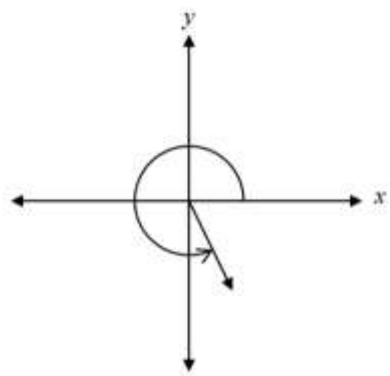
a)

S = θr $60^\circ = \dfrac{\pi}{3}$

S = $\dfrac{\pi}{3}$x 40

10. Trace l'angle de 5 radians en position normale.

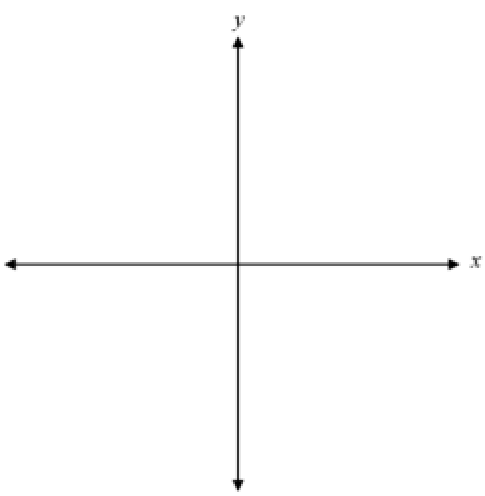


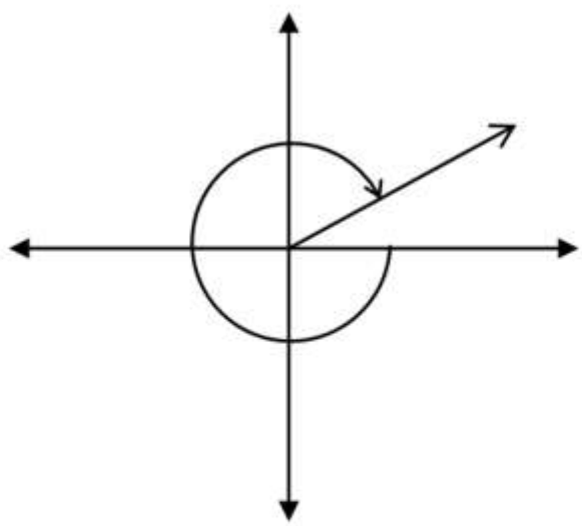


0,5 pour quadrant et 0,5 pour l'angle approprié

11.

Trace l'angle -320° en position normale.





0,5 pour quadrant et 0,5 pour l'angle approprié

12.

Convertis $-\dfrac{13\pi}{5}$ en degrés.

$-\dfrac{13\pi}{5}\times\dfrac{180^{\circ}}{\pi}$

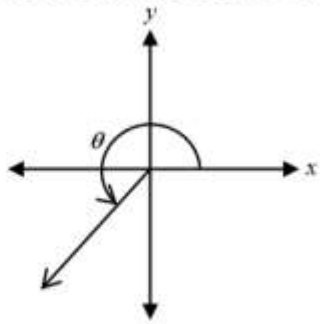
-468°

1 point

13.

L'angle θ, mesurant $\frac{5\pi}{4}$, est tracé en position normale tel qu'illustré ci-dessous.

Détermine les mesures de tous les angles dans l'intervalle $[-4\pi, 2\pi]$ qui sont coterminaux avec θ.



$\theta = -\dfrac{3\pi}{4}$ 0,5 point

$\theta = -\dfrac{11\pi}{4}$ 0,5 point

1 point

14.

Trouve l'angle coterminal de $\dfrac{27\pi}{5}$ dans l'intervalle $\left[-360^\circ, 0^\circ\right[$.

Méthode 1

$$\frac{27\pi}{5}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 27\left(36^\circ\right)$$
$$= 972^\circ$$

1 point pour la conversion en degrés

$$972^\circ - \left(360^\circ\right)(3) = -108^\circ$$

0,5 point pour l'angle coterminal
0,5 point pour le bon domaine

2 points

Méthode 2

$-\frac{3\pi}{5}$ est un angle coterminal de $\frac{27\pi}{5}$.

$-\frac{3\pi}{5} \bullet \frac{180^\circ}{\pi} = -108^\circ$

0,5 point pour l'angle coterminal
0,5 point pour le bon domaine

1 point pour la conversion en degrés

2 points

15.

Détermine deux angles coterminaux, un positif et un négatif, avec l'angle $\frac{5\pi}{6}$.

$\frac{17\pi}{6}$ et $-\frac{7\pi}{6}$

0,5 point pour un angle coterminal positif
0,5 point pour un angle coterminal négatif

1 point

16.

Un angle coterminal pour $\theta = \frac{11\pi}{3}$ dans le domaine $-2\pi \leq \theta \leq 0$ serait :

a) $-\frac{5\pi}{3}$ b) $-\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{5\pi}{3}$

b)

17.

Détermine les angles coterminaux avec $\frac{2\pi}{3}$ dans l'intervalle $[-2\pi, 4\pi]$.

$-\frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}$

1 point (0,5 point pour chaque angle coterminal)

1 point

18. a) Convertis en $\frac{\pi}{7}$ degrés. Exprime ta réponse à 3 décimales près.

$$\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{7}} \boldsymbol{x} \, \frac{\mathbf{180^o}}{\boldsymbol{\pi}} = \mathbf{25,714^o}$$

b) Un cercle unitaire est divisé en sections égales où chaque section a un angle au centre de $\frac{\pi}{7}$. Combien de sections peut-on obtenir ?

$$\frac{2\pi}{\#\text{sections}} = \frac{\pi/7}{1\,\text{section}}$$

$$2\pi \div \frac{\pi}{7}$$

$$2\pi \cdot \frac{7}{\pi} = 14 \text{ sections}$$

c) Donne un angle co-terminal négatif et positif pour $\frac{\pi}{7}$ radians.

$$\frac{\pi}{7} \pm 2\pi$$

$$\frac{\pi}{7} \pm \frac{14\pi}{7}$$

$$-\frac{13\pi}{7}, \quad \frac{15\pi}{7}$$

19. Est-ce que le point $\left(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ Se trouve sur le cercle unitaire ?

Justifie ta réponse.

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\text{Membre de gauche} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$= \frac{9}{16} + \frac{3}{16}$$

$$= \frac{12}{16}$$

0,5 point pour la substitution

$\frac{12}{16} \neq 1 \therefore$ le point ne se trouve pas sur le cercle unitaire — 0,5 point pour la justification

20. Ton compagnon de classe, Léo, était absent pour un de ses cours de mathématiques. Explique à Léo comment déterminer la valeur du rapport de la cosécante d'un angle en position normale étant donné que P(-3, -4) est un point sur le côté terminal de l'angle.

Méthode 1

- Place le point $(-3,-4)$ sur le plan cartésien.
- Dessine un triangle rectangle en reliant le point $(-3,-4)$ à l'axe des x et à l'origine.
- L'angle créé entre l'axe des x et la ligne qui relie le point avec l'origine (le côté terminal) est θ. — 0,5 point
- Détermine la longueur du côté terminal en utilisant le théorème de Pythagore. — 0,5 point
- Une fois que tu as les longueurs des trois côtés du triangle, trouve $\sin\theta$. — 0,5 point
- Inverse la valeur du rapport du sinus pour trouver $\csc\theta$. — 0,5 point

2 points

Méthode 2

- Détermine la valeur de r en utilisant le théorème de Pythagore. — 0,5 point
- Détermine la valeur du rapport du $\sin\theta \left(\sin\theta = \dfrac{y}{r}\right)$. — 0,5 point
- Identifie le bon quadrant. — 0,5 point
- Inverse la valeur du rapport du sinus pour trouver $\csc\theta$. — 0,5 point

2 points

21.

Le côté terminal d'un angle θ, en position normale, coupe le cercle unitaire dans le quadrant IV au point $P\left(\frac{\sqrt{5}}{4}, y\right)$. Détermine la valeur de $\sin\theta$.

Méthode 1

Le point $P(\theta)$, qui se trouve sur le cercle unitaire, a les coordonnées $(\cos\theta, \sin\theta)$.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$	0,5 point pour avoir montré que $y = \sin\theta$
$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2 + \sin^2\theta = 1$	0,5 point pour la substitution
$\sin^2\theta = 1 - \frac{5}{16}$	
$\sqrt{\sin^2\theta} = \sqrt{\frac{11}{16}}$	
$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour avoir isolé $\sin\theta$
$\sin\theta = -\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour une valeur de sinus négative qui se trouve dans le quadrant IV

2 points

Méthode 2

$\left(\sqrt{5}\right)^2 + y^2 = 4^2$	0,5 point pour la substitution
$5 + y^2 = 16$	
$y^2 = 11$	
$y = \pm\sqrt{11}$	0,5 point pour avoir isolé y
$\sin\theta = -\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour avoir utilisé la valeur de y afin de trouver la valeur de $\sin\theta$ 0,5 point pour une valeur de sinus négative qui se trouve dans le quadrant IV

2 points

22.

Étant donné que le point $A(-3,\ 5)$ est sur le côté terminal d'un angle θ, identifie la valeur de $\cot\theta$.

a) $-\frac{3}{5}$ b) $-\frac{5}{3}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) $-\frac{5}{4}$

a)

23.

Si θ se termine dans le quadrant II et $\csc\theta = \frac{3}{2}$, détermine la valeur exacte de $\tan\theta$.

$\csc\theta = \frac{r}{y}$

$x^2 + y^2 = r^2$

$x^2 + 2^2 = 3^2$ 0,5 point pour avoir identifié $y = 2, r = 3$

$x^2 = 5$

$x = \pm\sqrt{5}$ 0,5 point pour avoir isolé x

$\tan\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ 1 point pour $\tan\theta$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur

2 points

24.

Étant donné que $\cot\theta = -\frac{2}{5}$, et que θ se trouve dans le quadrant IV, détermine la valeur exacte de $\sin\theta$.

$P(2, -5)$

$r^2 = (2)^2 + (-5)^2$ 0,5 point pour la substitution de $x = 2,\ y = -5$

$r^2 = 4 + 25$ 0,5 point pour avoir isolé r

$r = \sqrt{29}$

$\sin\theta = \frac{-5}{\sqrt{29}}$ 1 point pour $\sin\theta$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

2 points

25.

Explique comment trouver la valeur exacte de $\sec\left(\frac{19\pi}{6}\right)$.

Trouve la valeur exacte de $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)$.

Ensuite, prend l'inverse de la valeur de $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)$.

1 point pour $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)$

1 point pour l'inverse

2 points

26. Détermine les coordonnées d'un point (x,y) sur le cercle unitaire si $\theta = 30^o$ et qu'il est en position normale

$P(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$

Si $\theta = 30^\circ$, alors les coordonées de $P(\theta)$ sont $\left(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ\right)$.

ou

$P\left(30^\circ\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

1 point pour la réponse en forme coordonnée

1 point

27.

Le point $P(\theta)$ se trouve sur le cercle unitaire. Quelles sont les coordonnées de ce point si $\theta = 300^\circ$?

a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

d) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d)

28.

Le point $P(\theta)$ se trouve sur le cercle unitaire. Quelles sont les coordonnées du point P si $\theta = 120^\circ$?

a) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

a)

29.

Trouve la valeur exacte de l'expression suivante :

$$\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) \bullet \sec\left(\frac{4\pi}{3}\right) \bullet \tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-2)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$= 1$

1 point pour $\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\sec\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

3 points

30.

Évalue :

$$\csc\left(\frac{11\pi}{6}\right)+\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{3}\right)$$

$$=(-2)+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$$
$$=-2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$
$$=-1$$

1 point pour $\csc\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\cos\left(\frac{23\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

3 points

31.

Évalue :

$$\left(\sin\frac{11\pi}{3}\right)\left(\sec\frac{11\pi}{6}\right)$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=-1$$

1 point pour $\sin\frac{11\pi}{3}$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\sec\frac{11\pi}{6}$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

2 points

32.

Évalue et simplifie $\sec\left(\frac{5\pi}{6}\right) \cdot \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

$\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$\frac{2}{3}$

1 point pour $\sec\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

1 point pour $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour la valeur; 0,5 point pour le quadrant)

2 points

33.

La solution générale de l'équation $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ est :

a) $\left.\begin{array}{l}\theta = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ \theta = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\end{array}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$

c) $\left.\begin{array}{l}\theta = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \\ \theta = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\end{array}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$

b) $\left.\begin{array}{l}\theta = \frac{\pi}{3} + \pi k \\ \theta = \frac{5\pi}{3} + \pi k\end{array}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$

d) $\left.\begin{array}{l}\theta = \frac{2\pi}{3} + \pi k \\ \theta = \frac{4\pi}{3} + \pi k\end{array}\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$

c)

34.

Étant donné l'équation $2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$, vérifie que $\theta = \frac{\pi}{2}$ est une solution.

$$\begin{aligned}
\text{Membre de gauche } &= 2\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^2 - 3\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) + 1 \\
&= 2(1)^2 - 3(1) + 1 \\
&= 0 \\
&= \text{ Membre de droite}
\end{aligned}$$

1 point pour la vérification

1 point

35.

Explique pourquoi l'équation $\sec\theta = \frac{1}{4}$ n'a aucune solution.

La valeur de $\sec\theta$ ne peut pas être entre -1 et 1.

1 point

ou

La valeur de $\cos\theta$ ne peut pas être plus que 1.

36. Gina a bien commencé à répondre la question suivante. Complète sa solution.

Question : Résous l'équation suivante. Trouve toutes les valeurs réelles de θ.
Exprime ta réponse en radians à 3 décimales près.

$$3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$$

La solution de Gina : $3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$

$$(3\sin\theta + 1)(\sin\theta - 5) = 0$$

Méthode 1

$$3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$$
$$(3\sin\theta + 1)(\sin\theta - 5) = 0$$

$\sin\theta = -\dfrac{1}{3}$ $\quad$ $\sin\theta = 5$ aucune solution $\quad$ 0,5 point pour $\sin\theta = 5$
0,5 point pour aucune solution

$\theta_r = 0{,}339\ 837$

$\theta = 3{,}481\ 429;\ 5{,}943\ 348$ $\quad$ 1 point (0,5 point pour chaque solution de θ)

$\theta = 3{,}481 + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$ $\quad$ 1 point pour la solution générale

$\theta = 5{,}943 + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$

3 points

37.

Résous l'équation $\csc^2\theta + 3\csc\theta - 4 = 0$ dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.
Exprime tes réponses sous forme de valeurs exactes ou à 3 décimales près.

Méthode 1

$$\csc^2\theta + 3\csc\theta - 4 = 0$$
$$(\csc\theta - 1)(\csc\theta + 4) = 0$$

$\csc\theta = 1$ $\quad\quad$ $\csc\theta = -4$ $\quad\quad$ 1 point pour avoir isolé $\csc\theta$

$\sin\theta = 1$ $\quad\quad$ $\sin\theta = -\frac{1}{4}$ $\quad\quad$ 1 point pour l'inverse de $\csc\theta$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ $\quad\quad$ $\theta_r = 0{,}252\ 680$

ou

$\theta = 1{,}570\ 796$ $\quad\quad$ $\theta = 3{,}394\ 273;\ 6{,}030\ 505$

$\theta = \frac{\pi}{2};\ 3{,}394;\ 6{,}031$ $\quad\quad$ 2 points (1 point pour des solutions conséquentes de chaque équation trigonométrique)

ou

4 points

$\theta = 1{,}571;\ 3{,}394;\ 6{,}031$

38.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $0 \le \theta < 2\pi$.

$$(\tan\theta - 3)(\tan\theta + 1) = 0$$

$(\tan\theta - 3)(\tan\theta + 1) = 0$

$\tan\theta = 3$ $\quad\quad$ $\tan\theta = -1$ $\quad\quad$ 1 point (0,5 point pour chaque branche)

$\theta_r = 1{,}249\ 046$ $\quad\quad$ $\theta_r = \frac{\pi}{4}$ $\quad\quad$ 2 points (0,5 point pour chaque valeur de θ)

$\theta = 1{,}249\ 046$ $\quad\quad$ $\theta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ $\quad\quad$ **3 points**

$\theta = 4{,}390\ 639$

ou

$\theta = 1{,}249;\ 4{,}391$ $\quad\quad$ $\theta = 2{,}356\ 194$

$\theta = 5{,}497\ 787$

$\therefore\ \theta = 1{,}249;\ \frac{3\pi}{4};\ 4{,}391;\ \frac{7\pi}{4}$ $\quad\quad$ OU $\quad\quad$ $\theta = 1{,}249;\ 2{,}356;\ 4{,}391;\ 5{,}498$

39.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

$$2\cos 2\theta - 1 = 0$$

Méthode 3

$2\cos 2\theta - 1 = 0$

$\cos 2\theta = \frac{1}{2}$ — 0,5 point pour avoir isolé $\cos 2\theta$

soit $x = 2\theta$

$\therefore \cos x = \frac{1}{2}$

$x_r = \frac{\pi}{3}$ — 0,5 point pour l'angle de référence

$x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$ — 1 point pour les bons angles

$\therefore 2\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$ — 1 point pour les angles coterminaux

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ — 1 point pour toutes les solutions dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$

4 points

40.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0,\ 2\pi[$.

$$\tan^2\theta + 2,8\tan\theta + 1,96 = 0$$

Utilise la formule quadratique $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ pour $ax^2 + bx + c = 0$.

$\tan\theta = \dfrac{-2,8 \pm \sqrt{(2,8)^2 - 4(1)(1,96)}}{2(1)}$ — 0,5 point pour la substitution

$\tan\theta = \dfrac{-2,8 \pm 0}{2}$

$\tan\theta = -1,4$ — 0,5 point pour avoir isolé $\tan\theta$

$\theta_r = \tan^{-1}(1,4)$

$= 0,950\ 546$

$\theta = 2,191 \qquad \theta = 5,333$ — 1 point (0,5 point pour chaque valeur de θ)

2 points

41.

Talla a incorrectement résolu l'équation trigonométrique suivante :

Résous : $2\sec x - 5 = 0;\ 0^\circ \le x \le 360^\circ$.

Travail de Talla :

$$2\sec x - 5 = 0$$

$$\cancel{\sec x = \frac{5}{2}}$$

Pas de solution, sec x ne peut pas être plus grand que 1.

a) Explique son erreur.

a) Talla a incorrectement énoncé que $\sec x$ ne peut pas être plus grand que 1.
La valeur de $\cos x$ ne peut pas être plus grand que 1.

1 point

b) Détermine la bonne solution.

b) $\sec x = \dfrac{5}{2}$

$\cos x = \dfrac{2}{5}$

$x_r = 66,421\,821$

$x = 66,422^\circ$

$x = 293,578^\circ$

1 point pour l'inverse

1 point pour avoir isolé x (0,5 point pour chaque valeur de x)

2 points

42.

Résous $\tan^2 \theta - 5\tan\theta + 4 = 0$ où $\theta \in \mathbb{R}$.

Méthode 1

$(\tan\theta - 1)(\tan\theta - 4) = 0$

$\tan\theta = 1 \qquad \tan\theta = 4$ — 1 point pour avoir isolé $\tan\theta$ (0,5 point pour chaque branche)

$\theta_r = 1,3258$

$\theta = \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4} \qquad \theta = 1,326;\ 4;467$ — 2 points (0,5 point pour chaque valeur de θ)

$\theta = 0,785;\ 3,927$

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ &= 1,326 + 2k\pi \\ &= \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \\ &= 4,467 + 2k\pi \end{aligned}\right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

1 point pour la solution générale

4 points

Méthode 2

$(\tan\theta - 1)(\tan\theta - 4) = 0$

$\tan\theta = 1 \qquad \tan\theta = 4$ — 1 point pour avoir isolé $\tan\theta$ (0,5 point pour chaque branche)

$\theta_r = 1,3258$

$\theta = \dfrac{\pi}{4} \qquad \theta = 1,326$ — 2 points (1 point pour chaque valeur de θ)

$\theta = 0,785$

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{4} + k\pi \\ &= 1,326 + k\pi \end{aligned}\right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

1 point pour la solution générale

4 points