

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

Nom : _____

Date : _____

1. On t'a demandé de créer un mot de passe de quatre caractères pour ton ordinateur en utilisant :
- les 26 lettres majuscules de l'alphabet (A, B, C, ...)
 - les 26 lettres minuscules de l'alphabet (a, b, c, ...)
 - les chiffres de 0 à 9
 - les symboles ~ ! @ # \$ % ^ & *

a) Combien de mots de passe différents de quatre caractères sont possibles si n'importe quel lettre, chiffre ou symbole peut être utilisé pour chaque caractère si la répétition est permise ?

/1

$$26 + 26 + 10 + 9 = 71 \text{ caractères}$$

$$71 \times 71 \times 71 \times 71 = 71^4 = 25\,411\,681 \text{ mots de passe}$$

b) Combien de mots de passe différents de quatre caractères sont possibles si la répétition n'est pas permise ?

/1

$${}_{71}P_4 = 71 \times 70 \times 69 \times 68 = 23\,319\,240 \text{ mots de passe}$$

c) Combien de mots de passe de quatre caractères commencent par une lettre et se terminent par un chiffre si la répétition est permise ?

/1

$$52 \times 71 \times 71 \times 10 = 2\,621\,320 \text{ mots de passe}$$

d) Combien de mots de passe différents de quatre caractères comprenant au moins un symbole sont possibles si la répétition est permise ? Montrer ton travail.

$$\begin{aligned} \text{Total} &= \text{tous les mots de passe} - \text{mots de passe sans symbole} \\ &= 71^4 - 62^4 \\ &= 25\,411\,681 - 14\,776\,336 \\ &= 10\,635\,345 \end{aligned}$$

OU

$$8\,579\,808 + 1\,868\,184 + 180\,792 + 6\,561 = 10\,635\,345$$

$$\begin{aligned} \text{1 symbole} &: (9 \times 62 \times 62 \times 62) \times 4 \\ &= 8\,579\,808 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2 symboles} &: (9 \times 9 \times 62 \times 62) \times \frac{4!}{(2!2!)} \\ &= 1\,868\,184 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3 symboles} &: (9 \times 9 \times 9 \times 62) \times 4 \\ &= 180\,792 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4 symboles} &: (9 \times 9 \times 9 \times 9) \\ &= 6\,561 \end{aligned}$$

2. En supposant que la répétition est permise, combien de codes différents de quatre chiffres peut-on créer avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ? Choisi la réponse correcte.

- A) 28 B) 720 C) 840 D) 2 401
D)

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

3. Une pizzeria offre les choix suivants :
- 3 types de croûtes
 - 2 types de sauces
 - 5 types de fromages
 - 6 types de garnitures de viande
 - 8 types de garnitures de légumes

Charles aimerait faire une pizza en choisissant un aliment dans chaque catégorie. Détermine combien de pizzas différentes peuvent être faites.

/1

$$3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 8 = 1\,440$$

Il y a 1 440 pizzas différentes qui peuvent être faites.

4. Évalue.

/1

$$100 \frac{!}{98!}$$

$$\frac{100 \times 99 \times \cancel{98!}}{\cancel{98!}} = 100 \times 99 = 9\,900$$

5.

Résous l'équation suivante :

$$\frac{n!}{4!} = \frac{(n+1)!}{6!}$$

$$\frac{n!}{4!} = \frac{(n+1)!}{6!}$$

$$\frac{n!}{4!} = \frac{(n+1)n!}{6 \times 5 \times 4!}$$

$$1 = \frac{(n+1)}{30}$$

$$30 = (n+1)$$

$$29 = n$$

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

6. Il y a six billes différentes dans un sac. Supposons que tu en sors quatre billes, une à la fois. De combien de façons peux-tu prendre les quatre billes selon chacune des conditions suivantes ?

a) Tu ne remets pas la bille dans le sac chaque fois.

/1

$$\underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} = 360$$

OU

$${}_6P_1 \times {}_5P_1 \times {}_4P_1 \times {}_3P_1 = 360$$

b) Tu remets la bille dans le sac chaque fois.

/1

$$\underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} \times \underline{6} = 1296$$

c) Compare tes réponses aux questions a) et b). Est-il sensé qu'elles soient différentes ? Explique ta réponse.

/1

Oui, parce qu'il y avait plus de billes à choisir de quand la bille est remise dans le sac.

7. De combien de manière différente peut-on arranger toutes les 7 lettres du mot OAKBANK ?

A. 210

B. 1 260

C. 2 520

D. 5 040

B)

8. De combien de manières différentes peut-on arranger toutes les 5 lettres du mot ASSIS si le mot doit commencer par un S ?

$$\frac{3 \times 4!}{3!} = 12$$

9. Samuel, Nunzio et 8 de leurs amis jouent dehors par un chaud samedi d'été. De combien de façons 10 glaçons (3 au raisin, 2 à la lime et 5 à l'orange) peuvent-ils être distribués entre 10 enfants si le glaçon de Samuel doit être à la lime et celui de Nunzio, au raisin ?

10 glaçons – la lime et raisin = 8 glaçons de reste

3 raisins mais – 1 alors 2 qui sont identiques

5 oranges

$$1 \times 1 \times \frac{8!}{2! 5!} = 168$$

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

10.

- a) Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres du mot PATATE, si le mot doit débuter par un P ?

$$1 \times \frac{5!}{2!2!} = 30$$

- b) Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres si les voyelles et les consonnes sont alternées.

3 voyelles et 3 consonnes

Voyelles en premier

$$\frac{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1}{2!2!}$$

OU

Consonnes en premier

$$\frac{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1}{2!2!}$$

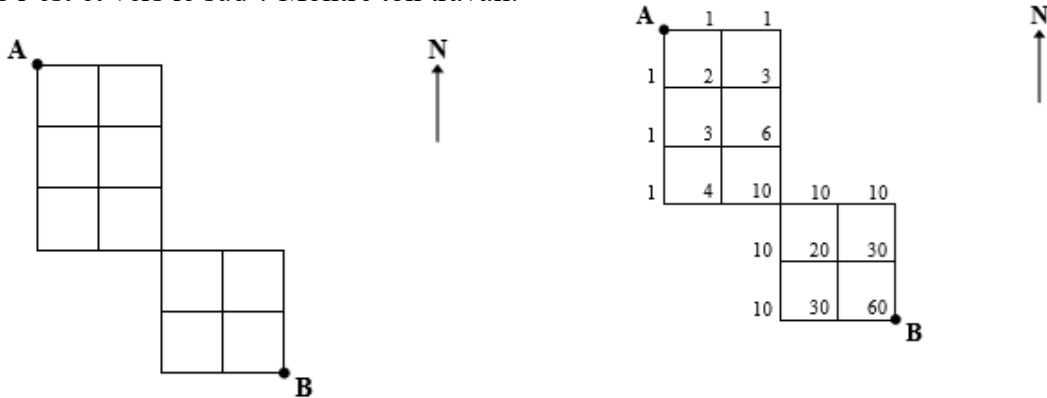
9 + 9 = 18

Ou

9 x 2 = 18

11. Combien de différents trajets y a-t-il pour te rendre du point A au point B, si tu ne te déplace que vers l'est et vers le sud ? Montre ton travail.

a)
/2



Il y a 60 différents trajets.

OU

Permutations des lettres représentant les directions EESSS et ensuite EESS :

$$\frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 60$$

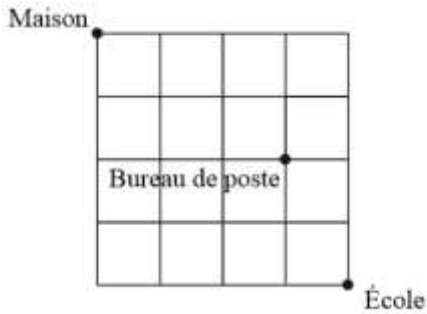
Il y a 60 différents trajets.

12. Alec parcourt huit pâtés de maison chaque matin pour se rendre à l'école.

- a) S'il ne déplace que vers le sud et l'est, quel est le nombre total de routes de la maison à l'école ?

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

/1



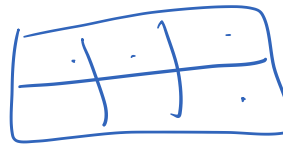
| | | | | | |
|--------|---|----|----|----|-------|
| | | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Maison | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | |
| 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | |
| 1 | 5 | 15 | 35 | 70 | École |

EEEESSSS
 $\frac{8!}{4!4!} = \frac{40320}{576} = 70$

b) S'il doit passer par le bureau de poste avant d'y arriver à l'école quel est le nombre total de routes de la maison au bureau de poste à l'école ?

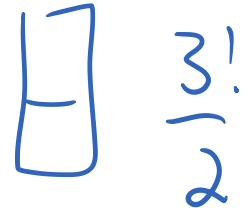
/2

OU



$\frac{5!}{3!2!}$

EEESS ESS
 $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{3!}{2!}$
 10 × 3

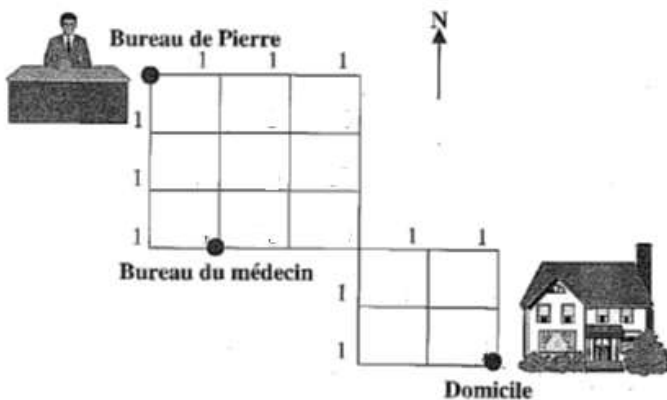


Routes de la maison au bureau de poste = 10
Routes du bureau de poste à l'école = 3

Routes qui passent par le bureau de poste : 30

13. Le diagramme montre toutes les routes possibles entre le bureau de Pierre et son domicile.

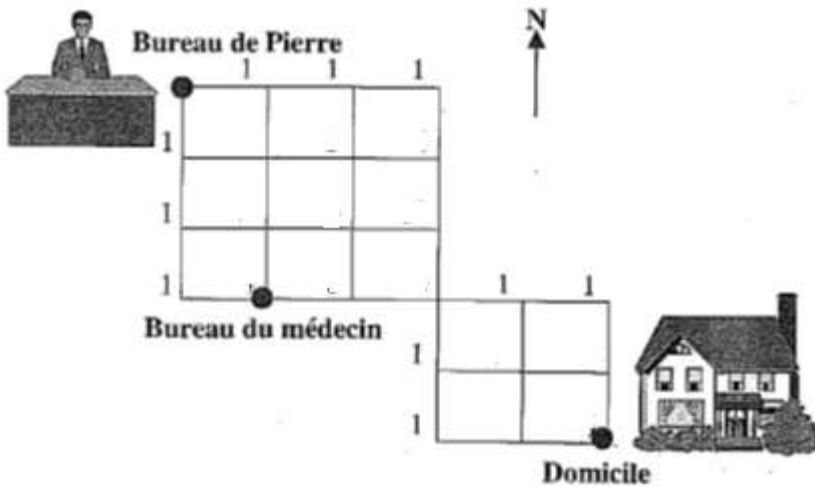
a) Combien de routes différentes Pierre peut-il emprunter pour aller directement de son bureau à son domicile ? Il peut seulement se déplacer vers l'est ou vers le sud. (2)



20 x 6 = 120 routes

b) Combien de routes différentes Pierre peut-il emprunter pour aller directement de son bureau au médecin ensuite à son domicile ? Il peut seulement se déplacer vers l'est ou vers le sud. (2)

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison



Bureau de Pierre au bureau du
médecin = 4
Bureau du médecin au domicile
= 6

 $4 \times 6 = 24$

14. Un jeu de cartes régulier comporte 52 cartes.
Compte le nombre de possibilités de tirer une seule carte et d'obtenir :

- a) soit un cœur, soit un trèfle b) soit un 10, soit un pique. c) soit un nombre pair, soit un 10.
- $13 + 13 = 26$ $4 + 13$ (mais un pique 10) $(2, 4, 6, 8, 10) \times 4$ suites
 $= 4 + 13 - 1$ (commun) $20 + 4 - 4 = 20$
 $= 16$

15. De combien de façons est-ce que quatre couples mariés peuvent être assis sur 8 chaises en rangée si chaque personne veut être assise avec son partenaire ?

- a) $4! \cdot 2^4$ c) $4! \cdot 2^2$
b) $4! \cdot 2^3$ d) $4! \cdot 2$

A

16. Cindy a un baladeur MP3 qui peut jouer des chansons de façon aléatoire.

- a) Combien de façons différentes une liste de 12 chansons peut-elle être arrangée, si chaque chanson ne jouera qu'une seule fois ?

$$12! = 479\,001\,600$$

Il y a 479 001 600 façons différentes.

$${}_{12}P_{12} = 479\,001\,600$$

Il y a 479 001 600 façons différentes.

- b) Combien de façons différentes les 3 chansons préférées de Cindy se suivent quand elle fera jouer sa liste de 12 chansons ? Montre ton travail.

$$3! \times 10! = 21\,772\,800$$

17. Une main de poker est constituée de 5 cartes Combien de main de poker contiennent exactement 1 cartes de piques et 3 cartes de trèfle ?

$${}_{13}C_1 \cdot {}_{13}C_3 \cdot {}_{26}C_1 = 13 \cdot 286 \cdot 26 = 96668$$

18. Une organisation comprenant 15 femmes et 19 hommes doit créer un comité de 10 personnes.

Combien de comités peut-on créer qui vont inclure au moins 9 femmes.

/3

9 femmes et 1 homme ou 10 femmes et aucun homme

$${}_{15}C_9 \times {}_{19}C_1 + {}_{15}C_{10} \times {}_{19}C_0$$

$$95\,095 + 3\,003 = 98\,098$$

Il y a 98 098 comités.

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

19. Un directeur d'école choisit des élèves parmi un groupe de bénévoles pour organiser une activité sociale. Il y a 12 élèves dans le groupe : 8 élèves de la classe A et 4 élèves de la classe B.

a) Combien de groupe différents de 5 élèves peut-on créer s'il n'y a aucune restriction ? (1)

$${}_{12}C_5 = 792$$

b) Combien de groupes différents de 5 élèves sont possibles qui incluent au moins un élève de la classe B ? Montre ton travail. (2)

$$\begin{aligned} \text{au moins 1 élève de la classe B} &= \text{total} - \text{aucun élève de la classe B} \\ &= 792 - ({}_4C_0 \times {}_8C_5) \\ &= 792 - 56 \\ &= 736 \end{aligned}$$

OU

| | |
|--|--|
| $\begin{aligned} \text{1 élève de la classe B : } & {}_4C_1 \times {}_8C_4 \\ &= 280 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \text{3 élèves de la classe B : } & {}_4C_3 \times {}_8C_2 \\ &= 112 \end{aligned}$ |
| $\begin{aligned} \text{2 élèves de la classe B : } & {}_4C_2 \times {}_8C_3 \\ &= 336 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \text{4 élèves de la classe B : } & {}_4C_4 \times {}_8C_1 \\ &= 8 \end{aligned}$ |

$$280 + 336 + 112 + 8 = 736$$

20. Crée un scénario dans lequel le calcul de ${}_8C_5 \times {}_9C_2$ serait approprié.

De combien de façons peut-on former un comité de 5 hommes et 2 femmes si on doit choisir entre 8 hommes et 9 femmes?

D'autres réponses sont possibles.

21. Un entrepreneur a cinq employés qu'il peut assigner à une tâche. De combien de façons l'entrepreneur peut-il assigner au moins un employé à cette tâche ?

$$\begin{aligned} \text{Nombre total} &= {}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5 \\ &= 5 + 10 + 10 + 5 + 1 \\ &= 31 \end{aligned}$$

Il y a 31 façons.

$$\begin{aligned} \text{Nombre total de sous-ensembles} &= 2^n \\ &= 2^5 \\ &= 32 \\ \text{Excluant l'ensemble vide : } &32 - 1 = 31 \end{aligned}$$

Il y a 31 façons.

Mathématique Appliquée 40S
Pop Quiz Permutation et Combinaison

22. Explique pourquoi ${}_3C_8$ est non-défini.

Tu ne peux pas avoir 8 éléments de 3. N doit être plus grand que r.

23. Il y a 50 élèves dans une école secondaire d'une petite ville. L'entraîneur de cross-country de l'école veut choisir au hasard 9 élèves pour former une équipe.

a) Combien d'équipes différentes peut-il former ?

$${}_{50}C_9 = 2\,505\,433\,700$$

Il y a 2 505 433 700 équipes possibles.

b) L'entraîneur loue une camionnette et conduit son équipe à une course. Calcule le nombre de façons dont les élèves peuvent être assis s'il y a 9 sièges passagers.

$${}_9P_9 = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362\,880$$

Il y a 362 880 façons.

24. Supposons que le conseil d'administration de l'Association manitobaine des professeurs de mathématiques est composé de trois femmes et de deux hommes. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président et de secrétaire si le poste de président doit être occupé par une femme et celui de secrétaire par un homme ?

$${}_3P_1 \cdot {}_2P_1 = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{2!}{1} = 3 \times 2 = \textcircled{6}$$