Calcul 42S

Unité : Maximum et Minimum Mini Quiz Points Critiques et Croissance

Nom : ____________________ Date : ____________________

Sans Calculatrice !!!

1. Pour les fonctions suivantes, détermine :
   - les zéros et l'ordonné à l'origine.
   - les points critiques ; les minimum /maximum relatifs
   - les intervalles où la fonction est croissante
   - les intervalles où la fonction est décroissante

   a) $y = -2x^2 + 16x + 4$

   b) $y = x^3 - x^2 - x + 1$

   c) $y = -x^3 + 3x^2 - x - 5$

a) $x = \dfrac{-16 \pm \sqrt{(16)^2 - 4(-2)(4)}}{2(-2)}$

$x = \dfrac{-16 \pm \sqrt{288}}{-4}$ $\sqrt{144 \cdot 2}$

$x = \dfrac{-16 \pm 12\sqrt{2}}{-4}$

$x = \cancel{4} \pm 3\sqrt{2}$

$x = \cancel{4} + 3\sqrt{2} = 8{,}243$

$x = \cancel{4} - 3\sqrt{2} = -0{,}243$

ordonnée à l'origine $y = 4$

$y' = -4x + 16$ pt critique $(4, 36)$ max. relatif pas de minimum

$0 = -4x + 16$

$x = 4$

	$-\infty$		4		∞
y'		+	0	−	
			max. relative		

$y(4) = -2(4)^2 + 16(4) + 4$

$= 36$

$f'(x) > 0 : \left]-\infty, 4\right[$ $f'(x) < 0 : \left]4, \infty\right[$

b) $f(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1$

$= 0$

1	1	−1	−1	1
+		1	0	−1
	1	0	−1	0

$(x-1)(x^2-1) = 0$

zéro : $x = \pm 1$

ordonné : $y = 1$

$y' = 3x^2 - 2x - 1$

$0 = (3x + 1)(x - 1)$

$x = -\frac{1}{3}$ $x = 1$

pt critique

$y(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1 = 0$ min. relatif $(1, 0)$

$y\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{32}{27}$ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{32}{27}\right)$ max. relatif

	$-\infty$		$-1/3$		1		∞
y'		+	0	−	0	+	
y			max.		min.		

$f'(x) > 0 : \left]-\infty, -\frac{1}{3}\right[\cup \left[1, \infty\right[$

$f'(x) < 0 : \left]-\frac{1}{3}, 1\right[$

Avec Calculatrice !!!

2. Pour les fonctions suivantes, détermine :
   - les zéros et l'ordonné à l'origine.
   - les points critiques ; les minimum /maximum relatifs
   - les intervalles où la fonction est croissante
   - les intervalles où la fonction est décroissante

a) $y = x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 15$
b) $y = x^3 + 2x^2 - 11x - 8$
c) $y = x^3 - 48x + 7$

a) zéros:
$x = -2{,}147$
$= -0{,}777$
$= 1{,}856$
$= 5{,}039$

ordonnee
$y = 15$

$y' = 4x^3 - 12x^2 - 18x + 16$

pts critique
$(3{,}892 ; -65{,}424)$ minimum
$(-1{,}554 ; -10{,}755)$ minimum
$(0{,}661 ; 20{,}679)$ maximum

	$-\infty$	$-1{,}554$		$0{,}661$		$3{,}892$		∞
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		min,		max.		min,		

$f'(x) > 0 :$ $]-1{,}554 ; 0{,}661[\ \cup \ ]3{,}892, \infty[$

$f'(x) < 0 :$ $]-\infty, -1{,}554[\ \cup \ ]0{,}661 ; 3{,}892[$

b)
$y' = 3x^2 + 4x - 11$

zéro: $x = -4{,}176$
$x = -0{,}673$
$x = 2{,}848$

ordonnee $y = -8$

pts critique
$(1{,}361 ; -16{,}745)$ min.
$(-2{,}694 ; 16{,}597)$ max.

	$-\infty$		$-2{,}694$		$1{,}361$		∞
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			max.		min.		

$f'(x) > 0 :$
$]-\infty, -2{,}694[\ \cup \ ]1{,}361, \infty[$

$f'(x) < 0 :$ $]-2{,}694, 1{,}361[$

c) $y' = 3x^2 - 48$

zéro : $x = -7$
$x = 0{,}146$
$x = 6{,}854$

ordonnee $y = 7$

pt critiques $\boxed{(4, -121) \text{ min,}}$ $\boxed{(-4, 135) \text{ max.}}$

	$-\infty$		-4		4		∞
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

$f'(x) > 0 :$ $]-\infty, -4[\cup]4, \infty[$

$f'(x) < 0 :$ $]-4, 4[$

1.c) $y = -x^3 + 3x^2 - x - 5$

$y(-1) = -(-1)^3 + 3(-1)^2 - (-1) - 5$
$= +1 + 3 + 1 - 5$
$= 0$

-1	-1	3	-1	-5	zero $x = -1$
$+$	$\downarrow$	1	-4	5	ordonnée $y = -5$
$\times$	-1	4	-5	0	

$(x+1)(-x^2 + 4x - 5)$
↳ ne peut pas être factorisé / pas d'autres racines réelles

$b^2 - 4ac < 0$
$4^2 - 4(-1)(-5)$ aucune racine réelle
$16 - 20 = -4$

$y' = -3x^2 + 6x - 1$

pts critique

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(-3)(-1)}}{2(-3)}$

$x \approx 1{,}816$ et $x = 0{,}184$

$y = -2{,}911$ $y = -5{,}089$

$(1{,}816, -2{,}911)$ max. relatif $(0{,}184, -5{,}089)$ min. relatif

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 12}}{-6}$

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{24}}{-6}$

$x = \dfrac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{-6}$

$x = 1 \pm \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$x = 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ $x = 1 - \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

	$-\infty$		$0{,}184$		$1{,}816$		∞
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y			min.		max.		

$f'(x) > 0$: $]0{,}184, 1{,}816[$

$f'(x) < 0$: $]-\infty, 0{,}184[\cup]1{,}816, \infty[$