

Nom : _____

Date : _____

Sans Calculatrice !!!

1. Pour les fonctions suivantes, détermine :

- les zéros et l'ordonnée à l'origine.
- les points critiques ; les minimum / maximum relatifs
- les intervalles où la fonction est croissante
- les intervalles où la fonction est décroissante

a) $y = -2x^2 + 16x + 4$

b) $y = x^3 - x^2 - x + 1$

c) $y = -x^3 + 3x^2 - x - 5$

$$a) x = \frac{-16 \pm \sqrt{(16)^2 - 4(-2)(4)}}{2(-2)}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{288}}{-4}$$

$$x = \frac{-16 \pm 12\sqrt{2}}{-4}$$

$$x = 4 \pm 3\sqrt{2}$$

$$x = 4 + 3\sqrt{2} = 8,243$$

$$x = 4 - 3\sqrt{2} = -0,243$$

ordonnée à l'origine $y = 4$

$$y' = -4x + 16$$

$$0 = -4x + 16$$

$$x = 4$$

$$y(4) = -2(4)^2 + 16(4) + 4$$

$$= 36$$

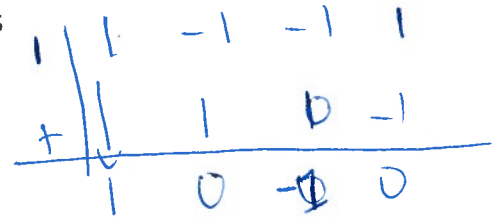
pt critique $(4, 36)$ max. relatif
pas de minimum.



y'
+ 0 - max. relative

$f'(x) > 0:]-\infty, 4[$ $f'(x) < 0:]4, \infty[$

b) $f(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1 = 0$



$$(x-1)(x^2-1) = 0$$

zero: $x = \pm 1$

ordonnée: $y = 1$

$$y' = 3x^2 - 2x - 1$$

$$0 = (3x+1)(x-1)$$

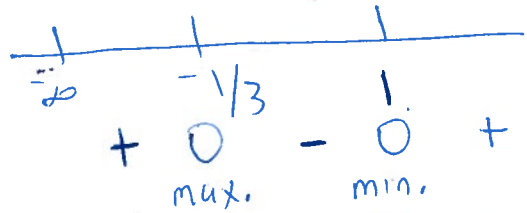
$$x = -\frac{1}{3} \quad x = 1$$

pt critique

$$y(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1 = 0$$

$$y(-\frac{1}{3}) = (-\frac{1}{3})^3 - (-\frac{1}{3})^2 - (-\frac{1}{3}) + 1 = \frac{32}{27}$$

min. relatif $(1, 0)$
 $(-\frac{1}{3}, \frac{32}{27})$ max. relatif



$f'(x) > 0:]-\infty, -\frac{1}{3}[$ $]$ $]$

$f'(x) < 0:]-\frac{1}{3}, 1[$

y'
+ 0 - max. relative

$f'(x) > 0:]-\infty, 4[$ $f'(x) < 0:]4, \infty[$

Avec Calculatrice !!!

2. Pour les fonctions suivantes, détermine :
- les zéros et l'ordonnée à l'origine.
 - les points critiques ; les minimum / maximum relatifs
 - les intervalles où la fonction est croissante
 - les intervalles où la fonction est décroissante

a) $y = x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 15$

b) $y = x^3 + 2x^2 - 11x - 8$

c) $y = x^3 - 48x + 7$

a) zéros:
 $x = -2,147$
 $= -9,717$
 $= 1,856$
 $= 5,039$

ordonnée $y' = 4x^3 - 12x^2 - 18x + 16$
 $y = 15$
pts critique
 $(3,892; -65,424)$ minimum
 $(-1,554; -10,755)$ minimum
 $(0,661; 20,679)$ maximum

	$-\infty$	-1,554	0,661	3,892	∞
y'	-	0	+	0	-
y		min,	max.	min,	

$f'(x) > 0 :] -1,554; 0,661 [\cup] 3,892; \infty [$

$f'(x) < 0 :] -\infty; -1,554 [\cup] 0,661; 3,892 [$

pt critiques $(4, -121)$ min, $(-4, 135)$ max.

y'	+	0	-	0	+
x	$-\infty$	-4	4	∞	

b) $y' = 3x^2 + 4x - 11$

zéro: $x = -4,176$

$x = -0,673$

$x = 2,848$

ordonnée $y = -8$

pts critique

$(1,361; -16,745)$ min.

$(-2,694; 16,597)$ max.

	$-\infty$	-2,694	1,361	∞
y'	+	0	-	0
y		max.	min.	

$f'(x) > 0 :$

$]-\infty; -2,694 [\cup] 1,361; \infty [$

$f'(x) < 0 :] -2,694; 1,361 [$

c) $y' = 3x^2 - 48$

zéro: $x = -4$

$x = 0,146$

$x = 6,854$

ordonnée $y = 7$

$f'(x) > 0 :] -\infty; -4 [\cup] 4; \infty [$

$f'(x) < 0 :] -4; 4 [$

$$1.c) \quad y = -x^3 + 3x^2 - x - 5$$

$$y(-1) = -(-1)^3 + 3(-1)^2 - (-1) - 5 \\ = +1 + 3 + 1 - 5 \\ = 0$$

-1	-1	3	-1	-5	zéro $x = -1$
x	↓	1	-4	5	ordonnée $y = -5$
x	-1	4	-5	0	

$$(x+1)(-x^2 + 4x - 5)$$

↳ ne peut pas être factorisé / pas de racines réelles

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$4^2 - 4(-1)(-5)$$

$$16 - 20 = -4$$

aucune racine réelle

$$y' = -3x^2 + 6x - 1$$

pts critique

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(-3)(-1)}}{2(-3)}$$

$$x \approx 1,816 \quad \text{et} \quad x = 0,184$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 12}}{-6}$$

$$y = -2,911$$

$$y = -5,089$$

$$(1,816, -2,911)$$

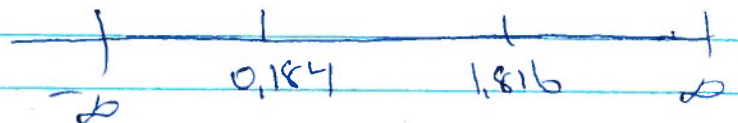
max. relatif

$$(0,184, -5,089)$$

min. relatif

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{-6}$$

$$x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{-6}$$



$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$f''(x) > 0 \circ \quad]0,184, 1,816[$$

$$x = 1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \quad x = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$f''(x) < 0 \circ \quad]-\infty, 0,184[\cup]1,816, +\infty[$$

