Calcul 42S

Unité : Les Limites : Mini Quiz Leçon 3 et 4

Nom : ______________________________ Date : ______________________________

1. Trouve les limites, si elles existent.

a)

$$\lim_{x\to\infty}(3x^2+4x-7)$$

$$\lim_{x\to\infty}(\infty+\infty-7)=\infty$$

b)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+4}{x-4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{x}+\frac{4}{x}}{\frac{x}{x}-\frac{4}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+0}{1-0}\right)=1$$

c)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+6}{2x-1}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{3x}{x}+\frac{6}{x}}{\frac{2x}{x}-\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3+0}{2-0}=3/2$$

d)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-2x^3+x^2+1}{2x^3+x+7}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^3}-\frac{2x^3}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{1}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3}+\frac{x}{x^3}+\frac{7}{x^3}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2+0+0}{2+0+0}=\infty$$

e)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5+x^3+x^2+6}{3x^5-x^2+x}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^5}{x^5}+\frac{x^3}{x^5}+\frac{x^2}{x^5}+6/x^5}{\frac{3x^5}{x^5}-\frac{x^2}{x^5}+\frac{x}{x^5}}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{1+0+0+0}{3-0+0}=\frac{1}{3}}$$

f)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}}{2x+3}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}}}{\frac{2x}{x}+\frac{3}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+0}}{2+0}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}$$

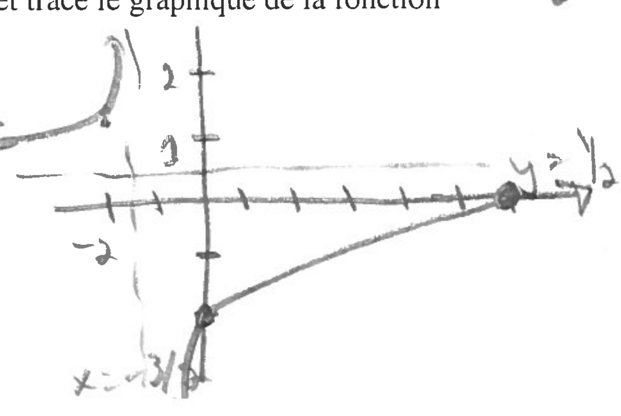
2. Pour chacune des fonctions suivantes, trouve les asymptotes et trace le graphique de la fonction

a)

$$f_1(x)=\frac{x-6}{2x+3}$$

asy hor. $y=\frac{1}{2}$

asy vert. $x=-3/2$



b)

$$f_6(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{x - 1}$$

$x = 1$

1)

$$\begin{array}{r|rrr} 1 & 3 & -4 & 2 \\ + & \downarrow & 3 & -1 \\ \hline x & 3 & -1 & 1 \text{ reste} \end{array}$$

asy oblique $y = 3x - 1$
asy vert. $x = 1$

ou

2) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = m \quad \lim \frac{3x^2 - 4x + 2}{(x-1)(x)}$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1x}{x^2}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3 - 0 + 0}{1 - 0} = 3 = m$$

ordonnée $\lim_{x \to \infty} f(x) - mx$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{x - 1} - \frac{3x(x-1)}{(x-1)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2 - 3x^2 + 3x}{x - 1}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{-x + 2}{x - 1} = b$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{-\frac{x}{x} + \frac{2}{x}}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{-1 + 0}{1 - 0} = -1$$

asy oblique $y = mx + b$

$y = 3x - 1$

c) Méthode 1)

$$f_9(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^2 - 2x - 3} \rightarrow (x+1)(x-3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & \cancel{1} & \cancel{-2} & \cancel{-2} & \cancel{-3} \\ & \downarrow & \cancel{-1} & \cancel{3} & \cancel{-1} \\ \hline & \cancel{1} & \cancel{-3} & \cancel{1} & \cancel{-4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -2 & -2 & -3 \\ + & \downarrow & 3 & 3 & 3 \\ \hline x & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$(x^2 + x + 1)(x - 3)$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(x^2 + x + 1)\cancel{(x-3)}}{(x+1)\cancel{(x-3)}}$$

asy vert. $x = -1$

aucun asy hor.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 1 & 1 & 1 \\ + & \downarrow & -1 & 0 \\ \hline x & 1 & 0 & 1 \text{ reste} \end{array}$$

asy oblique $y = x$

ou $\rightarrow$

3.

On appelle *fonction demande* ou simplement *demande* la quantité d'un bien que les consommateurs sont disposés à acheter en fonction du prix de ce bien. Un manufacturier de lampes a observé que la demande pour son modèle spécial de lampe de bureau obéit à la fonction

$$d(x) = \frac{5x + 600}{x}$$

où x est le prix de vente de ses lampes. Que devient cette demande si on fixe un prix de vente extrêmement bas $(x \to 0^+)$? extrêmement élevé $(x \to \infty)$?

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x + 600}{x} \qquad \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{5x}{x} + \frac{600}{x}}{x/x} = 5$$

Methode 2: $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = m$ $\quad \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = b$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

$\boxed{m}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1}{x(x+1)}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1+0+0}{1+0} = 1 = m$$

$\boxed{b}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1}{x+1} - 1x\left(\frac{x+1}{x+1}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2}+\cancel{x}+1-\cancel{x^2}-\cancel{x}}{x+1}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x+1}$$

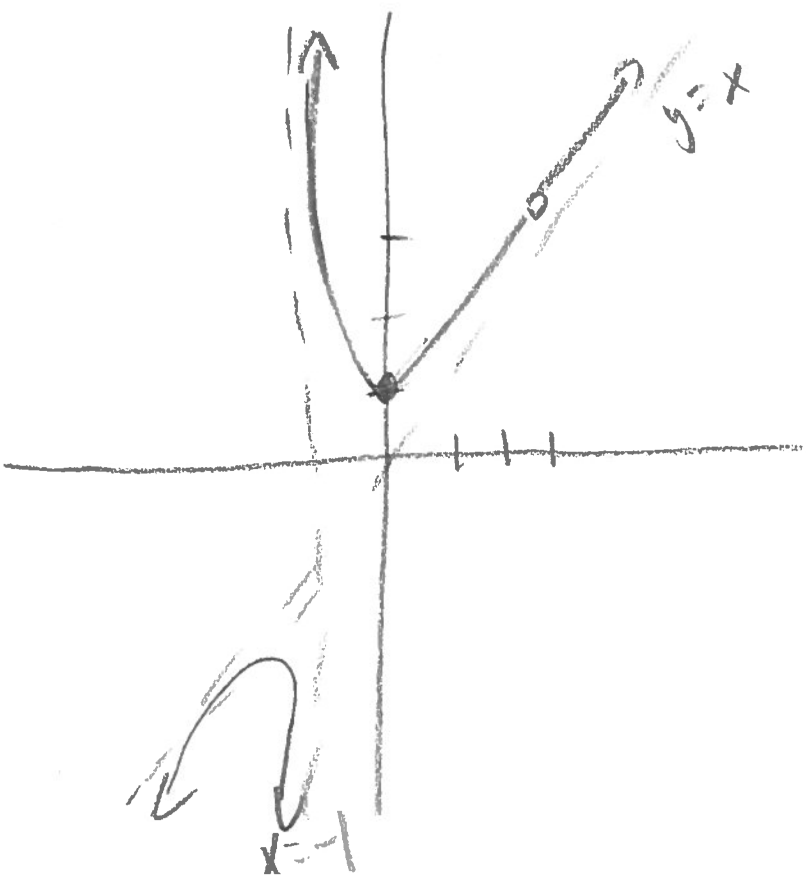
$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{0}{1+0} = 0 = b$$

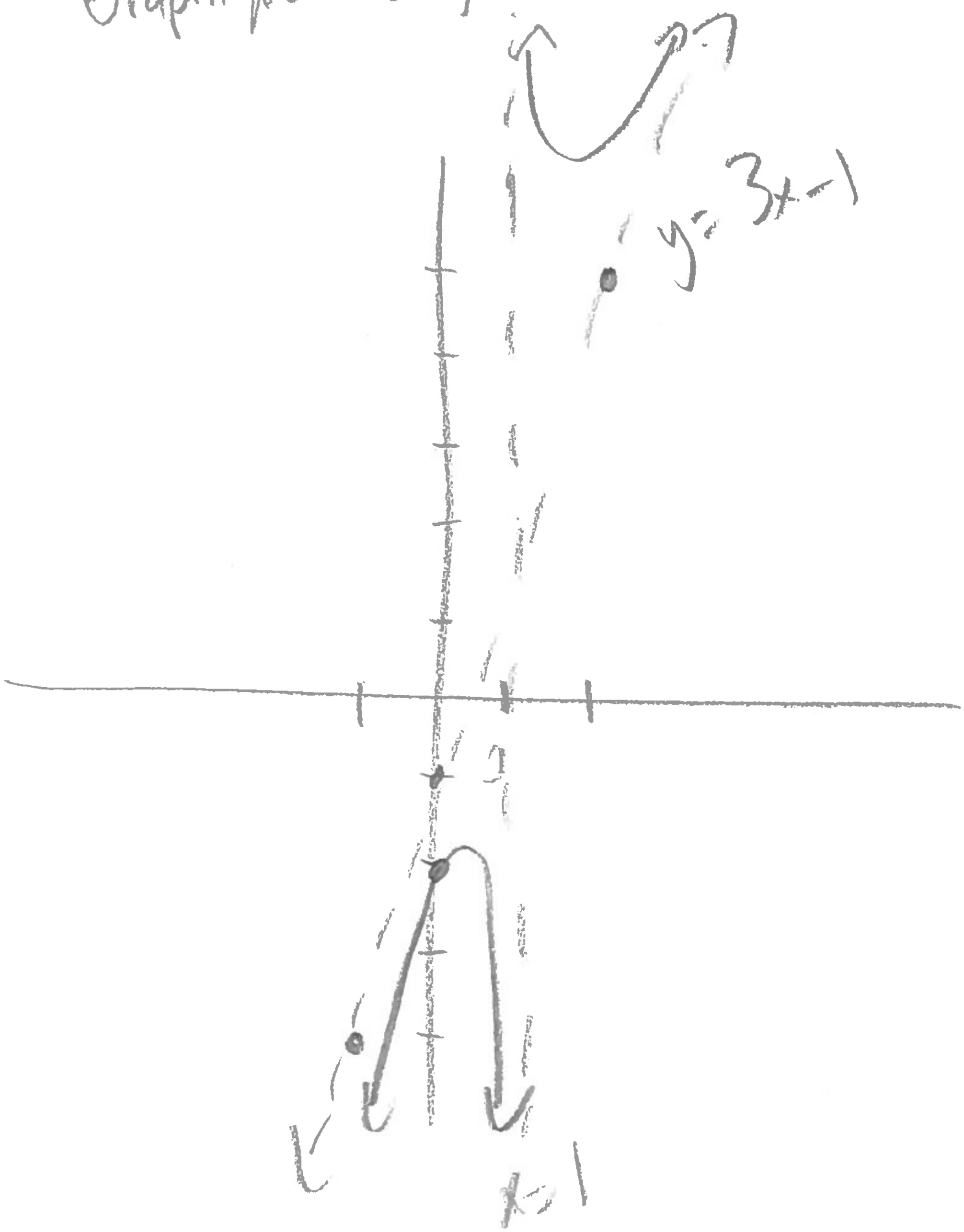
asy oblique

$y = mx+b$

$y = x$



Graphique 2b)



2\. ou

c)

$$f(x) = \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^2-2x-3} \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = m$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-2x^2-3x} = m$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{x^3}-\frac{2x^2}{x^3}-\frac{2x}{x^3}-\frac{3}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}-\frac{2x^2}{x^3}-\frac{3x}{x^3}} = \frac{1-0-0-0}{1-0-0} = 1 = m$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) - mx = b$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^2-2x-3} - \frac{x(x^2-2x-3)}{x^2-2x-3}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^3}-\cancel{2x^2}-2x-3-\cancel{x^3}+\cancel{2x^2}+3x}{x^2-2x-3}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-3}{x^2-2x-3}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x^2}-\frac{3}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}-\frac{3}{x^2}} = \frac{0-0}{1-0-0} = 0 = b$$

asy oblique $y = x$