

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

1. Trouve la dérivée des fonctions suivantes :

a)  $3x^2 + y^2 = 5$

b)  $5xy^3 - 8x^2y^2 + 3x^3y + 7x^4 = 12x^2 - 8$

$$6x + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{ou} \quad y = \sqrt{5 - 3x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{6x}{2y} \quad y' = \frac{1}{2}(5 - 3x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-6x)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{y} \quad y' = \frac{-3x}{\sqrt{5 - 3x^2}}$$

$$5y^3 + 3y^2 \frac{dy}{dx} 5x - (16xy^2 + 2y \frac{dy}{dx} 8x^2) + 9x^2y + \frac{dy}{dx} 3x^3 + 28x^3 = 24x$$

$$\frac{dy}{dx} (15xy^2 - 16x^2y + 3x^3) = 24x - 5y^3 + 16xy^2 - 9x^2y - 28x^3$$

$$y = \sqrt{5 - 3x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{24x - 5y^3 + 16xy^2 - 9x^2y - 28x^3}{15xy^2 - 16x^2y + 3x^3}$$

2. Trouve l'ordonnée à l'origine de la droite normale à la courbe

$y = \sqrt{6x + 1}$

au point (4,5)

m de la normale =  $-\frac{5}{3}$

$$y = (6x + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{y - 5}{x - 4} = -\frac{5}{3}$$

$$y' = \frac{1}{2}(6x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6$$

ord.  $x = 0$   $y = ?$

ordonnée

$$y' = 3(6x + 1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{y - 5}{0 - 4} = -\frac{5}{3}$$

$$y = \frac{35}{3}$$

$$y' = \frac{3}{\sqrt{6x + 1}}$$

$$y' = \frac{3}{\sqrt{6(4) + 1}}$$

$$y - 5 = \frac{20}{3}$$

$$y' = \frac{3}{5} = m$$

$$y = \frac{20}{3} + \frac{15}{3}$$

3. Trouve l'équation de la tangente à la courbe au point donné.

(explicite et générale)

a)  ~~$x^2 + y^2 = 1$~~  au point  $(-1, 1)$

$$xy + x^2 - y = -1$$

$$y + \frac{dy}{dx}x + 2x - \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(x-1) = -y - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y - 2x}{x-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(-1) - 2(1)}{-1-1} = \frac{-1-2}{-2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{y-1}{x+1} = \frac{-1}{2}$$

$$2y - 2 = -x - 1$$

$$2y + x - 1 = 0$$

ou

$$y = \frac{-x+1}{2}$$

b)  $y = \frac{x+1}{\sqrt{2x-3}}$   $x=2$

$$y' = (1)(\sqrt{2x-3})^{-1/2} - \frac{1}{2}(\sqrt{2x-3})^{-3/2} \cdot 2 \cdot (x+1)$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{2x-3}} - \frac{x+1}{\sqrt{2x-3}}$$

$$y = \frac{2+1}{\sqrt{2(2)-3}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{y-3}{x-2} = -2$$

$$y-3 = -2x+4$$

$$y + 2x - 7 = 0 \text{ ou } y = -2x + 7$$

$$y = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

4. Trouve l'équation de la normale au point  $(2,1)$  pour la courbe :

général

$$m = -\frac{10}{3}$$

$$xy^3 + 2xy^2 - 8x + 4y = 0$$

$$3xy^2 + \frac{dy}{dx}x^3 + 2y^2 + 2y\frac{dy}{dx} - 8 + 4\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{y-1}{x-2} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{dy}{dx}(x^3 + 4xy + 4) = -y^3 - 2y^2 + 8$$

$$3y-3 = 10x-20$$

$$3y - 10x + 17 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3xy^2 - 2y^2 + 8}{x^3 + 4xy + 4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3(2)^2 \cdot 1 - 2(1)^2 + 8}{(2)^3 + 4(2)(1) + 4} = \frac{-6 - 2 + 8}{20} = \frac{0}{20} = 0$$