



Nom : _____

/43 Date : _____

/1 1. Dans un restaurant, combien de choix as-tu si tu peux commander un hamburger avec trois des garnitures suivants : tomates, laitue, cornichons, piments forts, oignons, fromage. S'agit-il de permutations ou de combinaisons ? Explique ta réponse.

Comb. = $\boxed{20}$ $\frac{6!}{3!3!}$ Permutation $\boxed{120}$ 6/3
 l'ordre des garnitures n'est pas important l'ordre des garnitures est important

/1 2. Lornell, un étudiant de première année universitaire, doit prendre un cours de langues modernes, un cours de sciences naturelles, un cours de sciences sociales et un cours d'anglais. Si quatre cours différents de langues modernes sont offerts, cinq de sciences naturelles, trois de sciences sociales, mais que tous les étudiants doivent prendre le même cours d'anglais, de combien de façons différentes cet étudiant peut-il composer son programme d'études ?

- a) 120 b) 13 c) 60 d) 61

/2 3. a) De combien de façons peut-on arranger les lettres WINNIPEG ?

$$\frac{8!}{2!2!} = 10080$$

b) De combien de façons peut-on arranger les lettres si le mot doit commencer par un I ?

$$\frac{1 \cdot 7!}{2!2!} = 2520$$

/2 4. a) Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres du mot PATATE, si le mot doit débiter par un P ?

$$\frac{1 \cdot 5!}{2!2!} = 30$$

b) Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres si les voyelles et les consonnes sont alternées.

$$\frac{\overset{9+2}{3} \overset{3}{C} \overset{2}{V} \overset{2}{C} \overset{1}{V} \overset{1}{C} \times 2}{2!2!} = 18$$

Mathématique Pré-Calcul 40S

Unité : Permutation, Combinaison et Binôme de Newton : Test d'unité

/1 5. Supposons que le conseil d'administration de l'Association manitobaine des professeurs de mathématiques est composé de trois femmes et de deux hommes. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président et de secrétaire si le poste de président doit être occupé par une femme et celui de secrétaire par un homme ?

$$3P_1 \cdot 2P_1 = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{2!}{1} = 3 \times 2 = 6$$

/1 6. Combien d'arrangement est-ce qu'un cadenas de bicyclette à 3 chiffres peut avoir s'il y a des numéros de 0 à 9 ?

avec répétitions $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

sans répétitions $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

/1 7. Détermine la valeur de n 14
 ${}^nC_5 = {}^nC_9$

/2 8. Une main de poker est constituée de 5 cartes. Combien de main de poker contiennent exactement 1 cartes de piques et 3 cartes de trèfle ?

$${}^{13}C_1 \cdot {}^{13}C_3 \cdot {}^{26}C_1 = 13 \cdot 286 \cdot 26 = 96668$$

/1 9. De combien de façons peut-on former un comité de 7 élèves choisis parmi 16 élèves si les meilleurs amis Leyana, Richard et Dayton doivent faire partie du comité ?

$16 - 3 = 13$

$${}^{13}C_4 = 715$$

Dayton, Leyana, Richard

/5 10. a) Combien de comité de 6 personnes peut être formé à partir de 11 hommes et 9 femmes si 3 hommes et 3 femmes doit être sur le comité ?

$${}^9C_3 \cdot {}^{11}C_3 = 84 \cdot 165 = 13860$$

b) Combien de comités différents de 6 personnes peut-on former si une des filles, Jenna, doit siéger au comité ?

$$1 \cdot {}^8C_2 \cdot {}^{11}C_3 = 28 \cdot 165 = 4620$$

$$1 \cdot {}^{14}C_5 = 11628$$

c) À partir des 6 personnes choisies pour le comité, combien de différents groupes peut être formé s'il doit avoir un sous-comité d'un président et un vice-président.

$$6P_2 = 30$$

/6 11. Un comité de 5 personnes sera formé à partir d'un groupe de 4 hommes et 5 femmes.

a) Combien de différent comité peut être formé ? (1)

$$9C_5 = 126$$

b) Combien de différent comité peut être formé s'il doit avoir 3 hommes et 2 femmes ? (2)

$$4C_3 \cdot 5C_2 = 4 \cdot 10 = 40$$

c) Combien de comité peut être formé si au moins 3 femmes sont sur le comité ? (3)

3 Femmes, 4 femmes, 5 femmes

$$5C_3 \cdot 4C_2 + 5C_4 \cdot 4C_1 + 5C_5 \cdot 4C_0 = 10 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 81$$

/1 12. De combien de façons peut-on placer 4 chiffres à partir des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 7 si les chiffres paires et impaires doivent alterner.

$$\begin{matrix} 2 & \cancel{4} & 1 & \cancel{3} \\ P & I & P & I \end{matrix} = 4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$$

$$\begin{matrix} \cancel{4} & 2 & \cancel{3} & 1 \\ I & P & I & P \end{matrix} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$40$$

8

/1 13. Une famille de 6 (2 parents et 4 enfants) s'assoie dans une rangée à un théâtre. Un parent doit s'asseoir à chaque bout avec les 4 enfants entre eux. Dans combien de différentes façons peut la famille être assis ?

a) 24

b) 48

c) 120

d) 720

$$2 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 1$$

/1 14. De combien de façons 5 filles et 3 garçons peuvent-ils s'asseoir dans une rangée de 8 sièges, si 5 filles insistent pour s'asseoir ensemble ?

$$\text{filles} + 3 \text{ garçons} = 4$$

$$5! 4! = 2880$$

/1 15. De combien de façons 5 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si Jordynn et Emma doivent s'asseoir ensemble ?

$$5 - 2 = 3$$

$$2! 3! = 12$$

/1 16. Il y a 12 pupitres dans la classe de mathé, tout comme dans celle de chimie. Dans la classe de mathé, les élèves sont assis en cercle et dans la classe de chimie, ils sont assis en rangée. Dans quelle classe pourrait-on faire le plus d'arrangements ? Justifie ta réponse.

La classe de chimie peut avoir plus d'arrangements
Assis en cercle donne moins de possibilités de différents arrangement

/3 17. Résous l'équation.

$${}_{(n+2)}C_4 = 6({}_nC_2)$$

chimie

mathé-

$$12!$$

$$\frac{12!}{12}$$

$$\frac{(n+2)!}{4!(n+2-4)!} = 6 \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)(n)!}{24(n-2)!} = 3 \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$(n+2)(n+1) = 72$$

$$n^2 + 3n + 2 = 72$$

$$n^2 + 3n - 70 = 0$$

$$(n+10)(n-7) = 0$$

$$n = 10$$

$$n = 7$$

17

/2 18. Trouve le quatrième terme de $(3a^2 - \frac{3}{a})^7$.

$$t_4 = {}_7C_3 (3a^2)^{7-3} (-3a^{-1})^3 = 35 \cdot 81a^8 \cdot -27a^{-3}$$

$$k=3 \quad 35 \cdot (3a^2)^4 (-3a^{-1})^3 \quad t_4 = -76545a^5$$

/2 19. Trouve le dernier terme de $(2y+x)^{11}$.

$$t_{12} = {}_{11}C_{11} (2y)^0 (x)^{11} = x^{11}$$

k=11

/1 20. Identifie laquelle des expressions suivantes représente le 5^e terme dans le développement de $(4x^2 - 2y^3)^{15}$.

a) ~~${}_{15}C_5 (4x^2)^{10} (-2y^3)^5$~~

c) ~~${}_{15}C_4 (4x^2)^{10} (-2y^3)^4$~~ $\rightarrow k=4$

b) ~~${}_{15}C_5 (4x^2)^{11} (-2y^3)^4$~~

d) ${}_{15}C_4 (4x^2)^{11} (-2y^3)^4$

/2 21. Trouve le terme contenant x^{23} dans $(2x - x^4)^{14}$.

$$x^{23} = (2x)^{14-k} (-x^4)^k$$

t_4

$$x^{23} = x^{14-k} \cdot x^{4k}$$

$$t_4 = {}_{14}C_3 (2x)^{11} (-x^4)^3$$

$$23 = 14 - k + 4k$$

$$t_4 = 364 \cdot 2048x^{11} \cdot -x^{12}$$

$$23 = 14 + 3k$$

$$9 = 3k \quad k=3$$

$$t_4 = -745472x^{23}$$

/1 22. Le binôme $(a + y)^5$ utilisera les coefficients de quelle rangée du triangle Pascal ?
 a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

/1 23. Si le développement d'un binôme de Newton, $(x + y)^n$, contient 9 terme, détermine la valeur de n.

8

/1 24. Le binôme $(2x + y^2)^5$ va avoir combien de terme ?

6 terme

/2 25.

Le 4^e terme du développement du binôme $\left(qx^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$ est $414\,720x^{11}$.

Détermine la valeur de q algébriquement.

$$\begin{aligned}
 414\,720x^{11} &= {}_{10}C_3 (qx^2)^7 \left(\frac{-3}{x}\right)^3 \\
 &= 120 (q^7)x^{14} \left(\frac{-27}{x^3}\right) \\
 \cancel{34560}x^{11} &= q^7 x^{11}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{q = -2}$$

15