Test de réalisation
Mathématiques pré-calcul 12e année

Cahier 1 /38

Solutions

1

Mi-Terme 2017
Avec calculatrice & choix multiples

Question 1  a) 1 point b) 1 point

Soit $\theta = \cancel{40^o}$ 50^o,

a) Convertis θ en radians.

$$40^\circ\left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{40\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \approx 0{,}698$$

$$50^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{18}$$

$$\frac{\pi}{36}$$

b) Détermine les angles coterminaux de θ où $\theta \in R$

$50^\circ + 360^\circ n,\ n \in \mathbb{Z}$

$\cancel{\frac{2\pi}{9} + 2\pi n},\ n \in \mathbb{Z}$

$\cancel{0{,}698 + 2\pi n},\ n \in \mathbb{Z}$

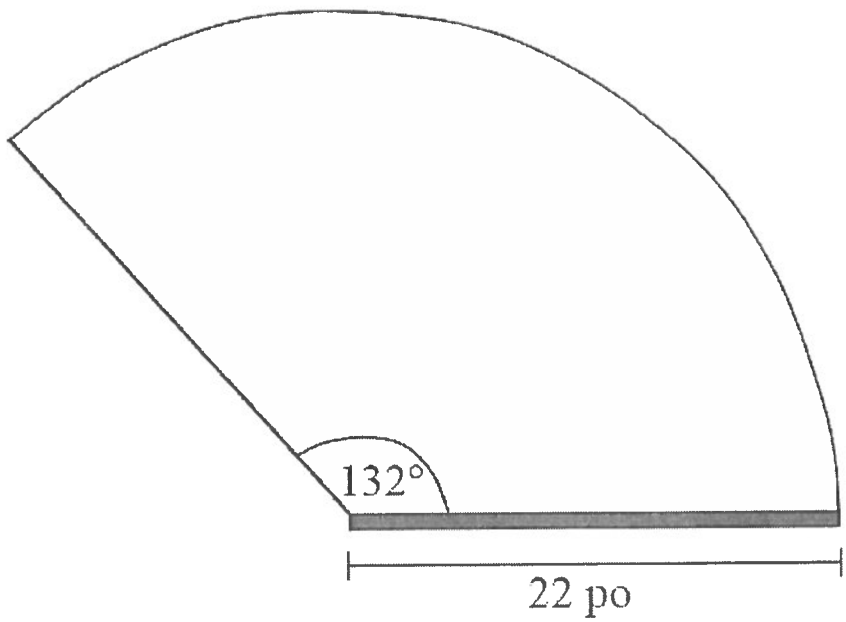
$\frac{5\pi}{18} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$\frac{\pi}{36} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$0{,}873 + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

Question 2  2 points

Une partie du pare-brise d'un véhicule est nettoyée par un essuie-glace, tel qu'indiqué dans le diagramme ci-dessous. Le bras de l'essuie-glace mesure 22 pouces. L'essuie-glace se déplace à un angle central de 132°. Détermine la longueur de l'arc qui est créé par le bout du bras de l'essuie-glace.



$$\theta = 132°\left(\frac{\pi}{180°}\right) = \frac{132\pi}{150} = \frac{11\pi}{15}$$

$$s = \theta r$$

$$s = \left(\frac{11\pi}{15}\right)(22 \text{ pouces})$$

$$s = \underline{50,684 \text{ pouces}}$$

→ 1 pt pour la conversion

→ 1 pt pour la substitution dans $s = \theta r$

LD1E5

Question 3  **3 points**

Résous l'équation suivante algébriquement sur l'intervalle $[0, 2\pi]$:

$$6cos^2\theta + cos\theta - 1 = 0$$

$$(3\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 1) = 0$$

$3\cos\theta - 1 = 0$

$3\cos\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{3}$

Avec calculatrice...

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$\theta_r = 1,230959...$

$\theta = 1,231$ dans QI

$\theta = 5,052$ dans QIV

$2\cos\theta + 1 = 0$

$2\cos\theta = -1$

$\cos\theta = \frac{-1}{2}$

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ et $\theta = \frac{4\pi}{3}$

dans Q2 dans Q3

$\theta = 2,094$ $\theta = 4,189$

→ 1pt pour isoler $\cos\theta$ (0,5 pt par branche)

→ 0,5 pt pour chaque valeur de θ

Question 4 **3 points**

Résous l'équation suivante algébriquement dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

$$2sin^2\theta + 9sin\theta - 5 = 0$$

$$(\sin\theta + 5)(2\sin\theta - 1) = 0$$

$\rightarrow 2\sin\theta - 1 = 0$

$2\sin\theta = 1$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$

$\rightarrow \sin\theta + 5 = 0$

$\sin\theta = -5$

~~impossible~~

aucune solution

→ 1 pt pour isoler $\sin\theta$ (0,5 pt par branche)

→ 0,5 pt par valeur de θ

→ 1 pt pour rejeter $\sin\theta = -5$

Question 5 1 point

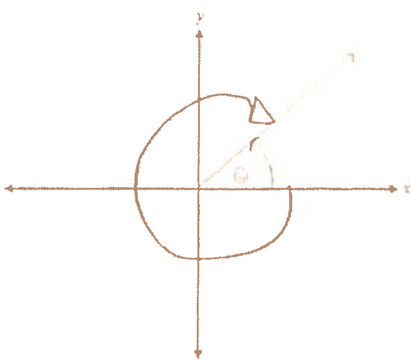
Explique pourquoi $f(x) = (x+2)^3(x-1)^{\frac{1}{2}}$ n'est pas une fonction polynomiale.

l'exposant doit être
un nombre entier positif

Question 6 1 point

Tyler trace incorrectement l'angle $\theta = -\frac{7\pi}{4}$ en position normale.

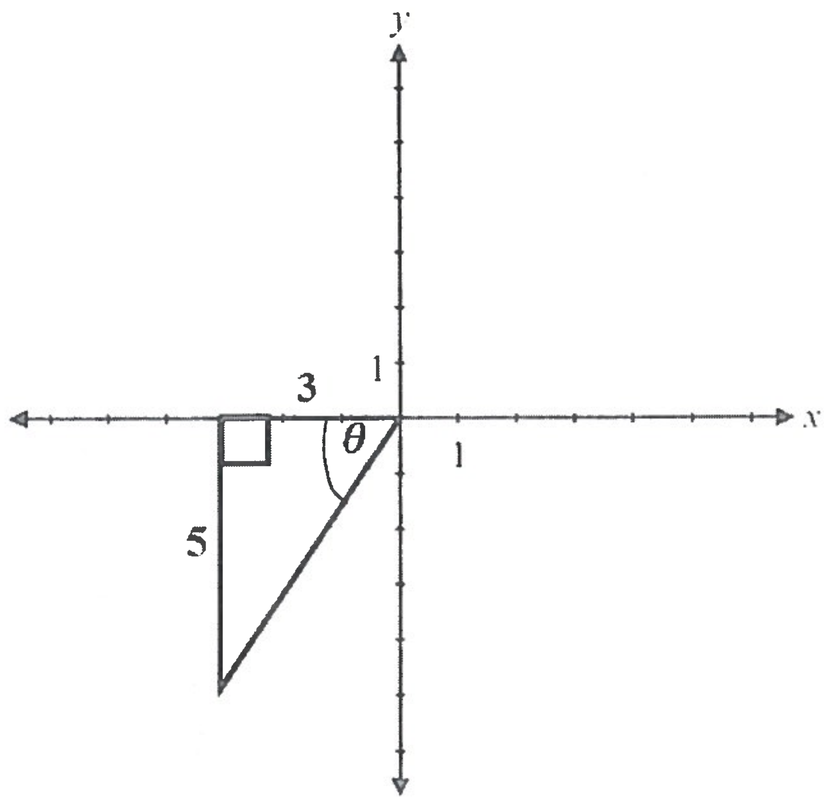
Décris son erreur.



la flèche est dans
la mauvaise direction.

Question 7 2 points

Soit le triangle suivant, détermine $\sec\theta$



$x^2 + y^2 = r^2$

$3^2 + 5^2 = r^2$

$34 = r^2$

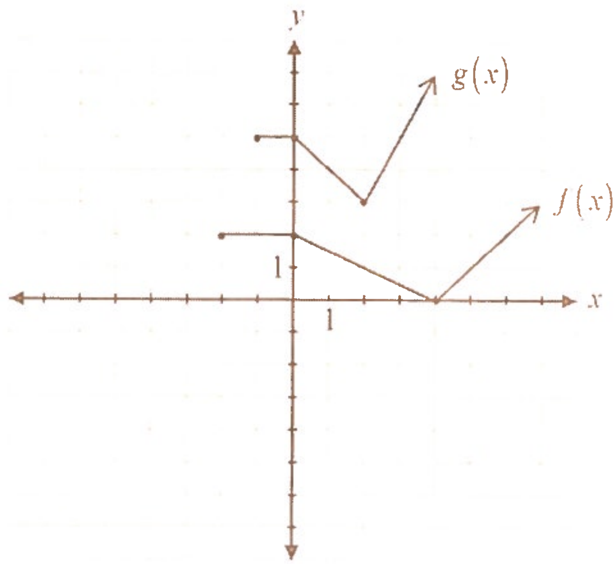
$\sqrt{34} = r$

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{hyp}{adj} = \cancel{\frac{\sqrt{34}}{3}}$

$-\frac{\sqrt{34}}{3}$

Question 8 **2 points**

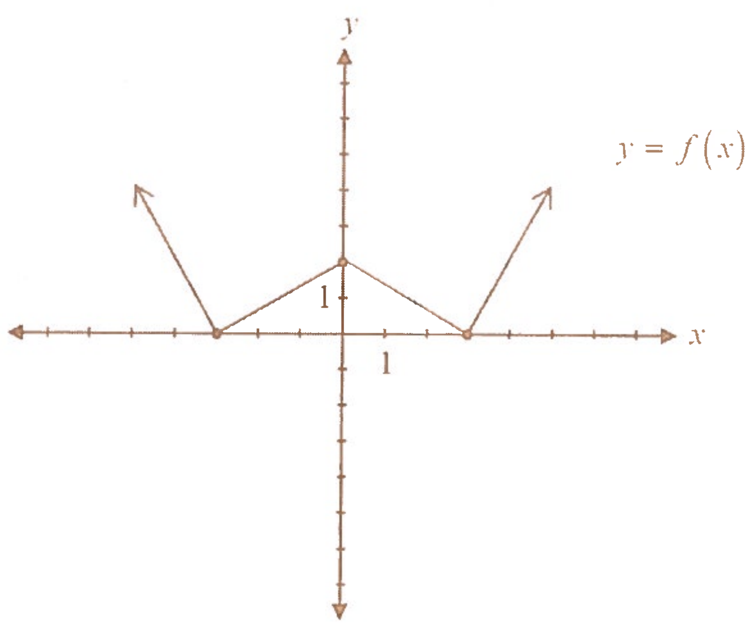
Exprime l'équation de g(x) en terme de f(x).



$g(x) = f(2x) + 3$

Question 9 **1 point**

Explique pourquoi le réciproque du graphique de y = f(x) n'est pas une fonction.



le réciproque de y = f(x) n'est pas une fonction car il aurait plus qu'une valeur de y pour certaines valeurs de x.

Question 10 2 points

Décris les transformations qui permettent d'obtenir le graphique de la fonction $y = 5f(x + 1)$ à partir du graphique de $y = f(x)$.

→ Étirement vertical par un facteur de 5

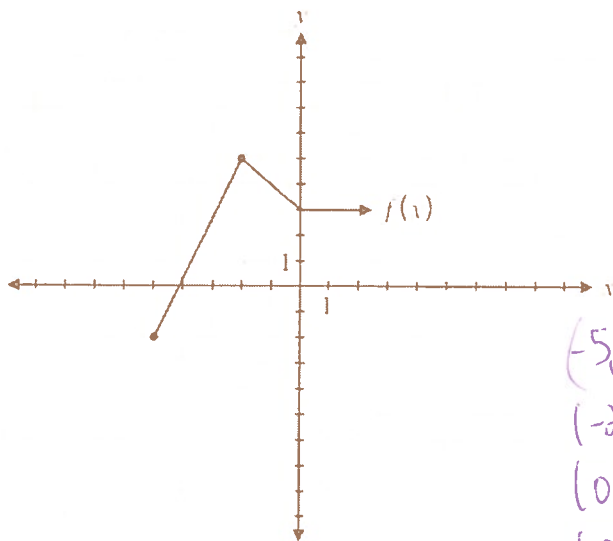
→ Déplacement horizontal de 1 unité vers la gauche.

Question 11 — 2 points

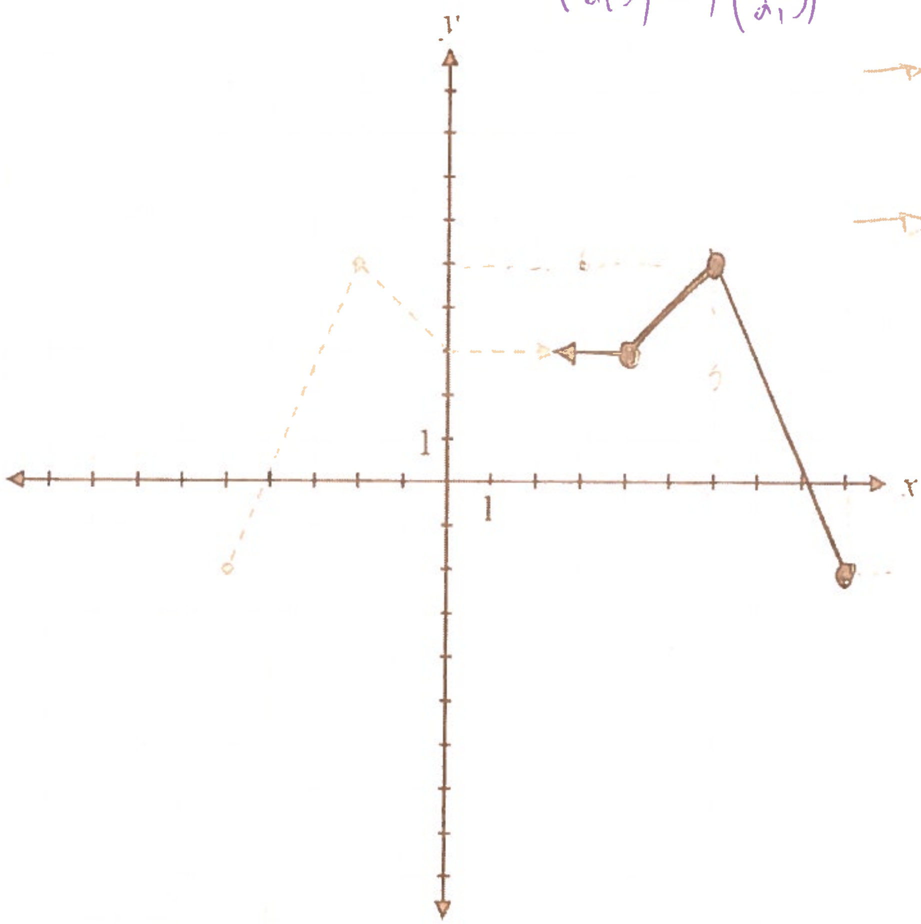
Soit le graphique de y = f(x), trace le graphique de y = f(-x + 4).

$y = f(-(x-4))$

$(-x+4, y)$



$(-5,-2) \rightarrow (9,-2)$
$(-2,5) \rightarrow (6,5)$
$(0,3) \rightarrow (4,3)$
$(2,3) \rightarrow (2,3)$



→ 1 pt par la réflexion

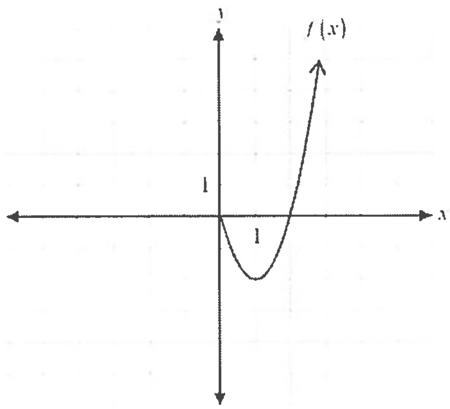
→ 1 pt par le déplacement horizontal

Le graphique de $f(x)$ a déjà été tracé comme référence.

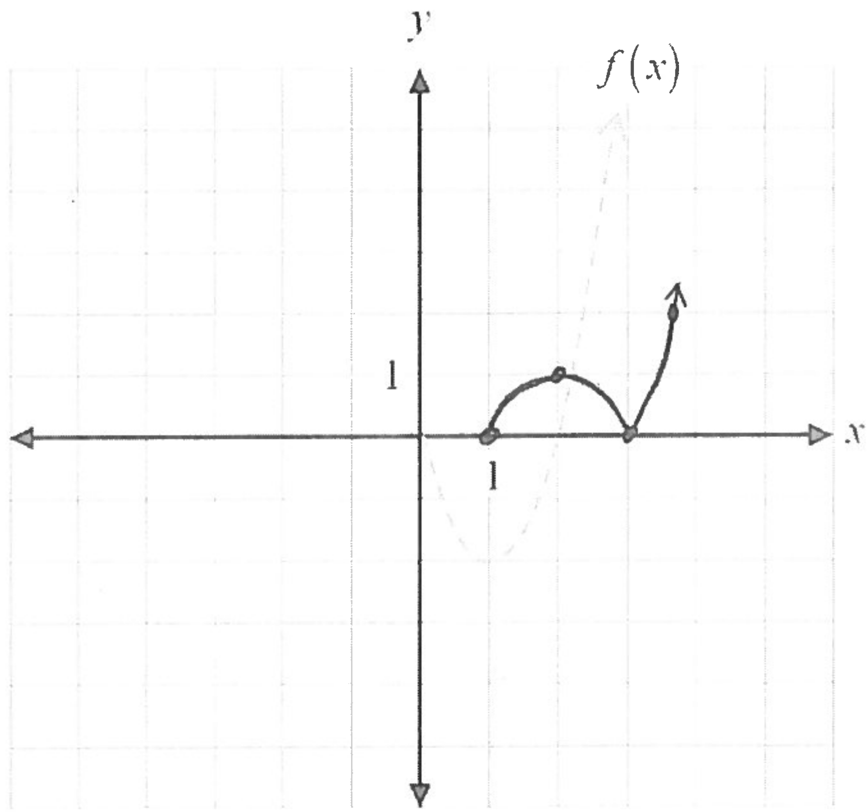
Aucun point ne sera attribué au graphique de $f(x)$.

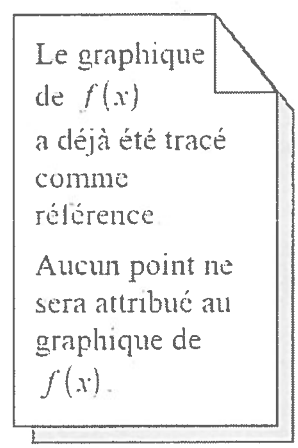
Question 12 2 points

Soit le graphique de $f(x)$, trace le graphique de $y = \left|\frac{1}{2} f(x-1)\right|$.



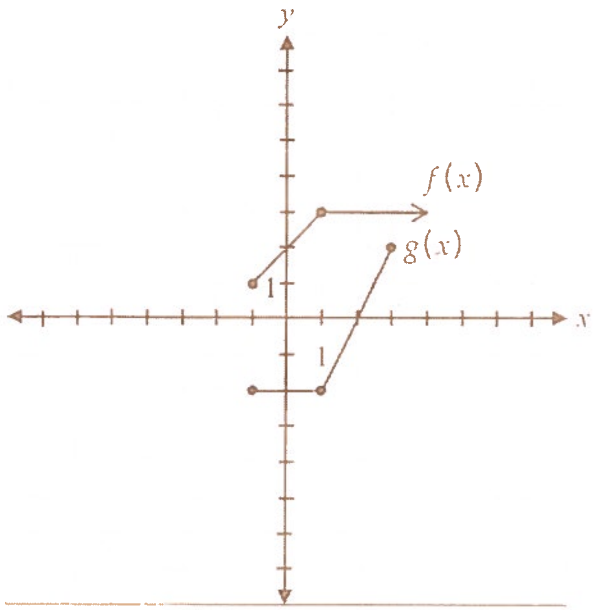
RDC: $\left(x+1, \left|\frac{1}{2}y\right|\right)$

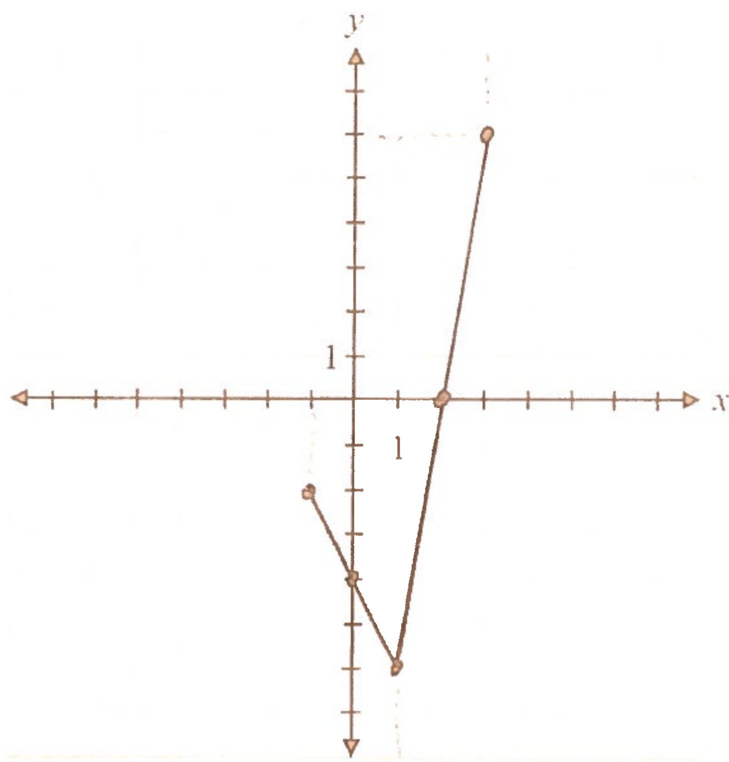




Question 13 2 points

Soit les graphiques de $f(x)$ et de $g(x)$, trace le graphique de $h(x) = (f \cdot g)(x)$.





Question 14 1 point

Soit la fonction $f(x) = \frac{2}{x} - 1$, justifie pourquoi $f(f(2))$ est non définie.

$f(2) = \frac{2}{2} - 1$

$= 1 - 1$

$= 0$

$f(f(2)) = f(0) = \frac{2}{0} - 1$

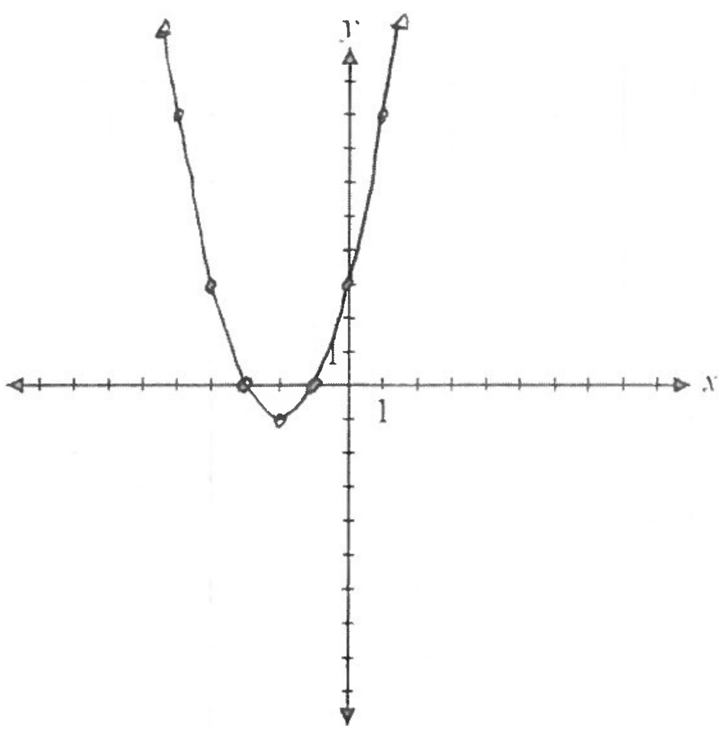
→ Le dénominateur ne peut pas être zéro.

Question 15 a) 1 point b) 1 point

Soit $f(x) = x^2 + 5x + 6$, $g(x) = x + 3$, et $h(x) = f(x) - g(x)$,

a) détermine h(x). $h(x) =$ $x^2 + 4x + 3$

b) trace le graphique de $y = h(x)$.



CHOIX MULTIPLES

Question 16 — 1 point

Soit $f(\theta) = 3\cos 2\theta - 1$ et $g(\theta) = \sin\theta + 1$, identifie lequel des énoncés est vrai.

a) Les deux fonctions ont la même période.

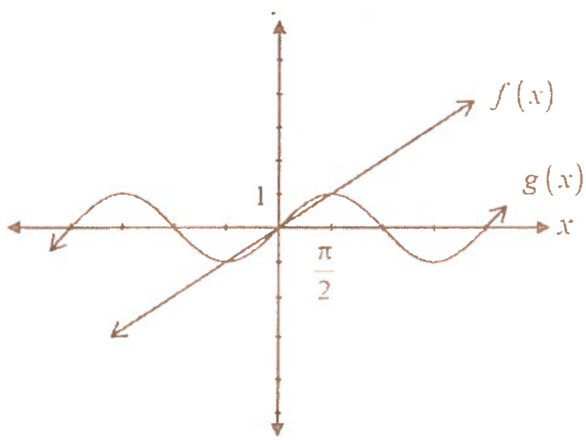
b) Les deux fonctions ont la même amplitude.

c) Les deux fonctions ont la même valeur minimale.

d) Les deux fonctions ont la même valeur maximale.

Question 17 — 1 point

Soit les graphiques de f(x) et g(x), identifie l'ensemble qui comprend toutes les solutions à l'équation f(x) = g(x).



a) $x = -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi$

b) $x = -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}$

c) $x = \frac{\pi}{2}$

d) $x = -1, 0, 1$

Question 18 — 1 point

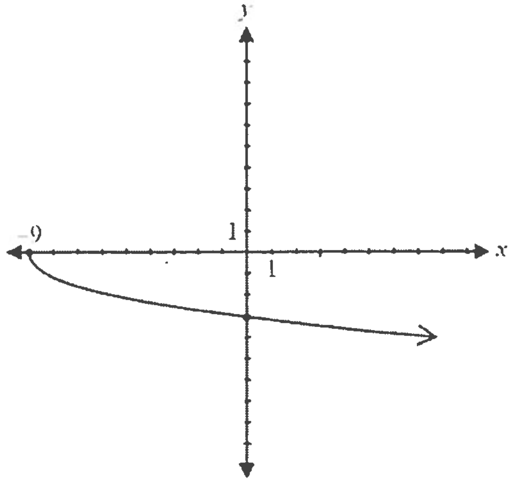
En utilisant le théorème du reste, identifie la valeur de x qui donne un reste de zéro si $p(x) = x^3 + 7x^2 + 14x + 8$.

a) 1 b) 0 c) -1 d) -3

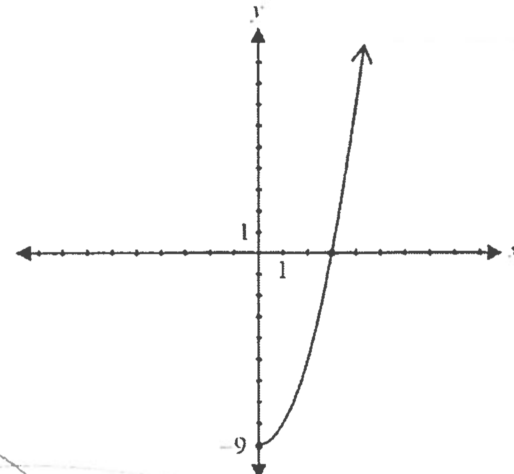
Question 19 **1 point**

Identifie le graphique de $f^{-1}(x)$ si $f(x) = x^2 - 9, x \geq 0$.

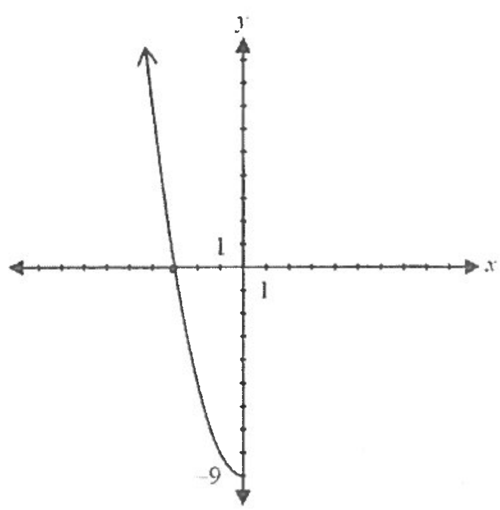
a)



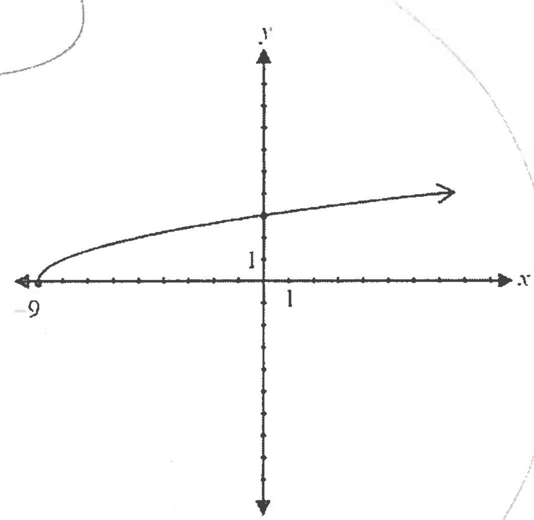
b)



c)



d)



Question 20 **1 point**

$$\text{Évalue } \cos\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right).$$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 0 d) -1

Question 21 **1 point**

Si $P(3,5)$ est un point sur le graphique de $y = f(x)$, identifie le point correspondant qui se trouve sur le graphique de $y = f(x-1)+7$.

a) $(2,12)$

b) $(4,-2)$

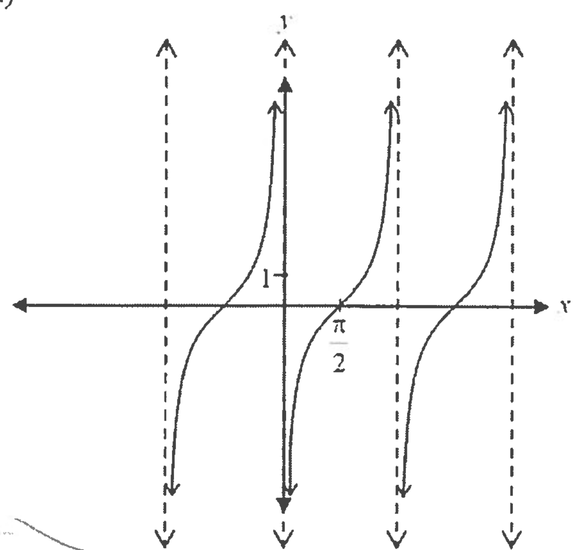
c) $(2,-2)$

d) $(4,12)$

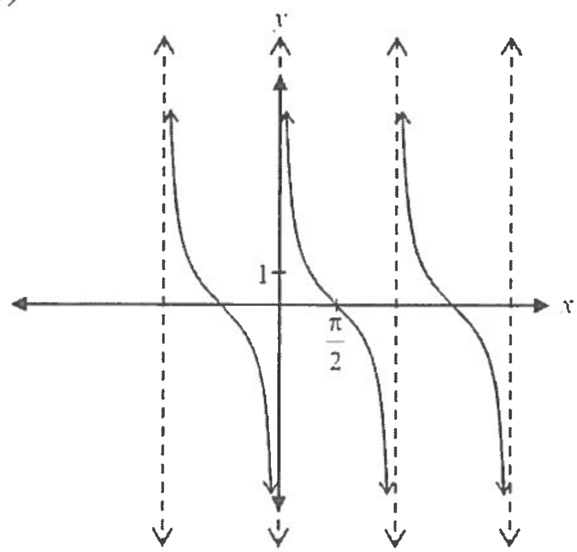
Question 22 1 point

Identifie le graphique de y = tanx.

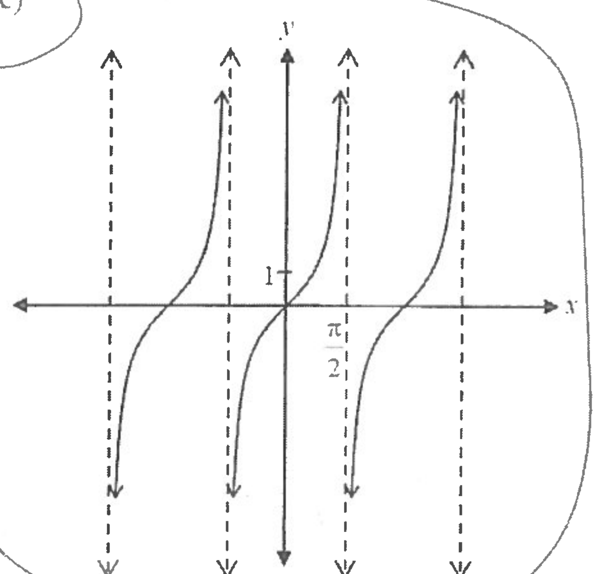
a)



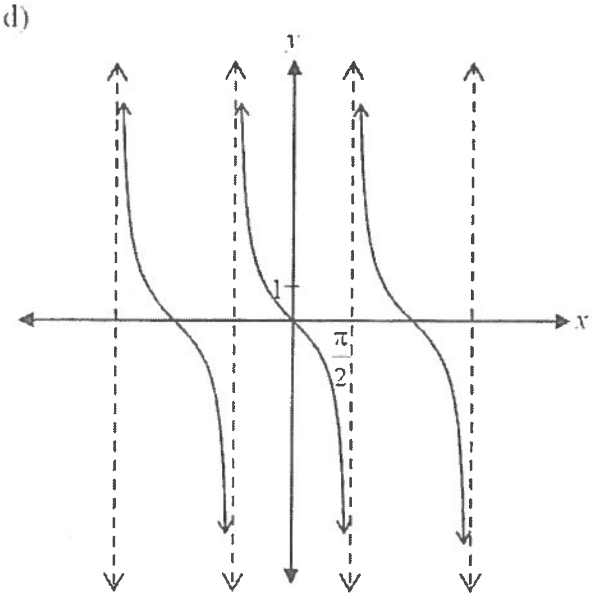
b)



c)



d)



Question 23 1 point

Si le volume d'une boîte est représenté par $V(x) = (x + 4)(x + 2)(x - 1)$, identifie une valeur possible de x.

a) -4 b) -1 c) 1 d) 4

Question 24 1 point

Identifie un angle coterminal à $\theta = -\frac{\pi}{3}$.

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{4\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{3}$

d) $\frac{11\pi}{3}$

Question 26 2 point

Associe les équations suivantes aux graphiques :

Inscris la lettre appropriée dans cette colonne.

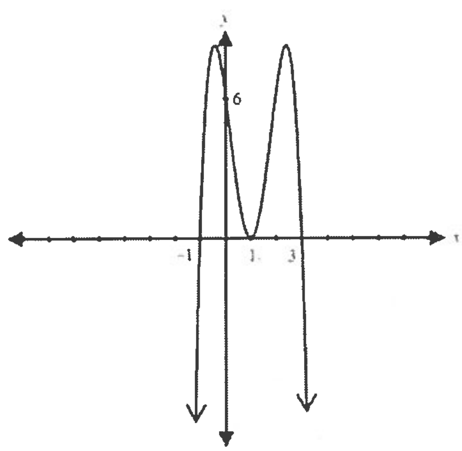
$f(x) = (x-1)^3(x+1)(x-3)$ C

$g(x) = (x+1)^2(x-1)(x+3)$ B

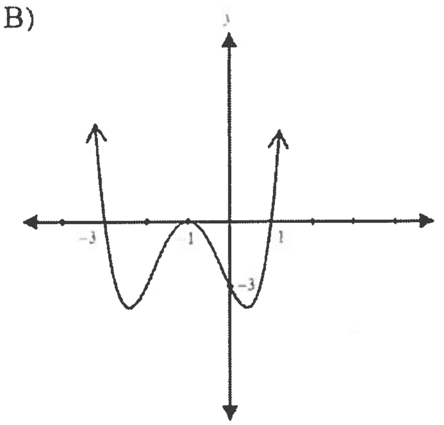
$h(x) = -2(x-1)^2(x+1)(x-3)$ A

$k(x) = 2(x+1)^2(x-1)(x+3)$ D

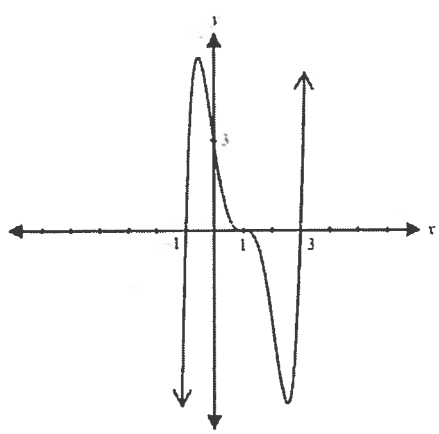
A)



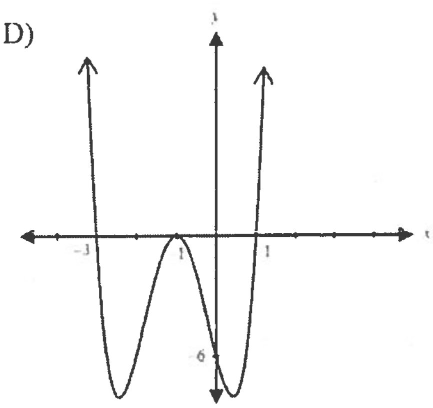
B)



C)

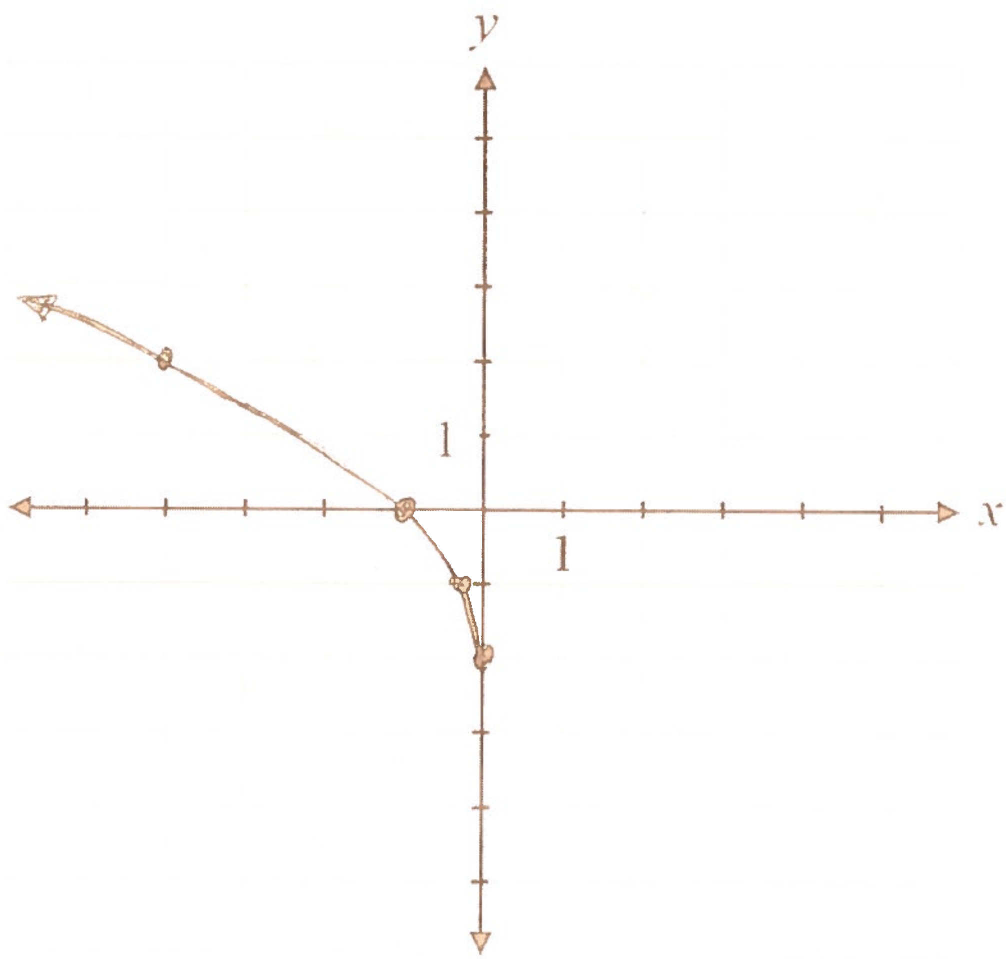


D)



Question 27 3 points

Trace le graphique de $y = \sqrt{-4x} - 2$



Question 28 2 points

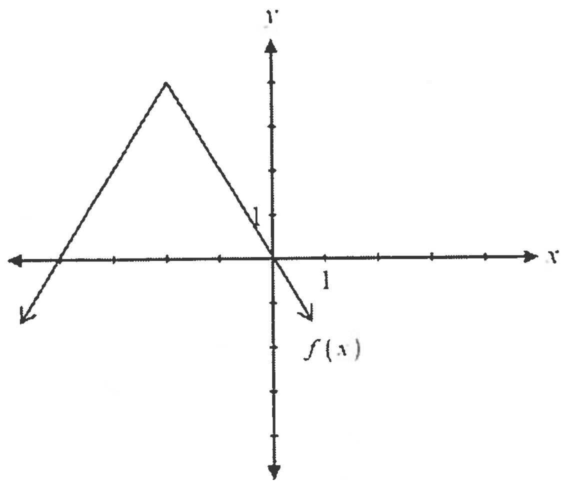
Détermine le domaine et l'image de $f(x) = -\sqrt{x-3} + 4$

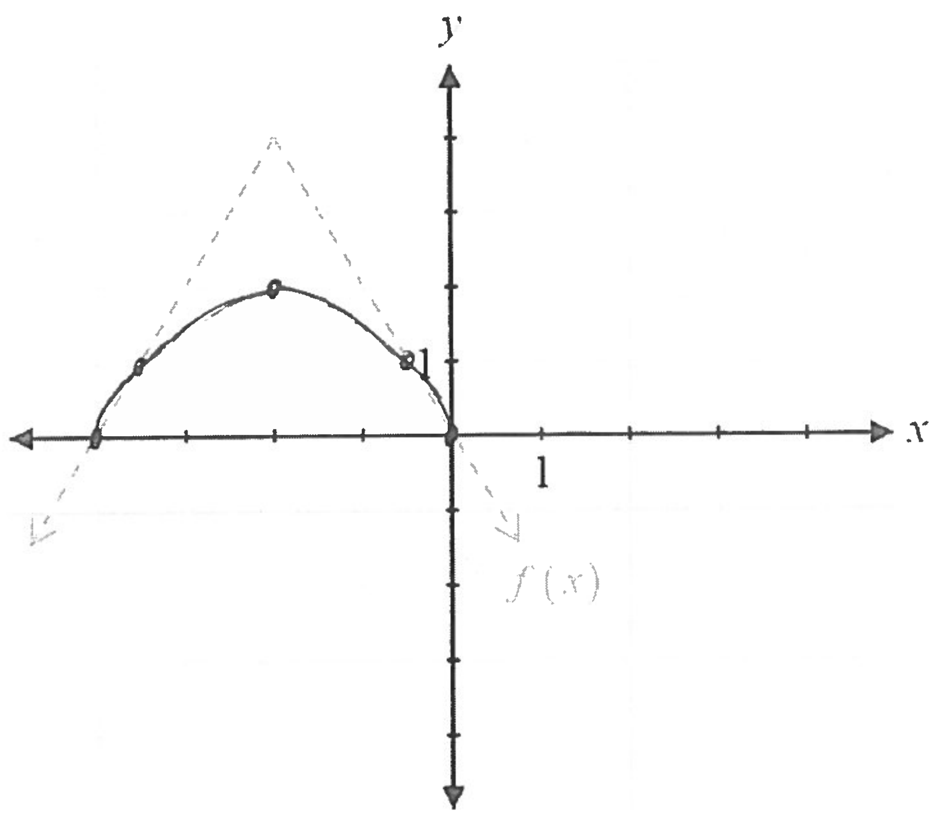
Domaine : $[3, +\infty[$

Image : $]-\infty, 4]$

Question 29 **2 points**

Soit le graphique de $y = f(x)$, trace le graphique de $\sqrt{f(x)}$.





Le graphique de $f(x)$ a déjà été tracé comme référence.

Aucun point ne sera attribué au graphique de $f(x)$.

Question 30

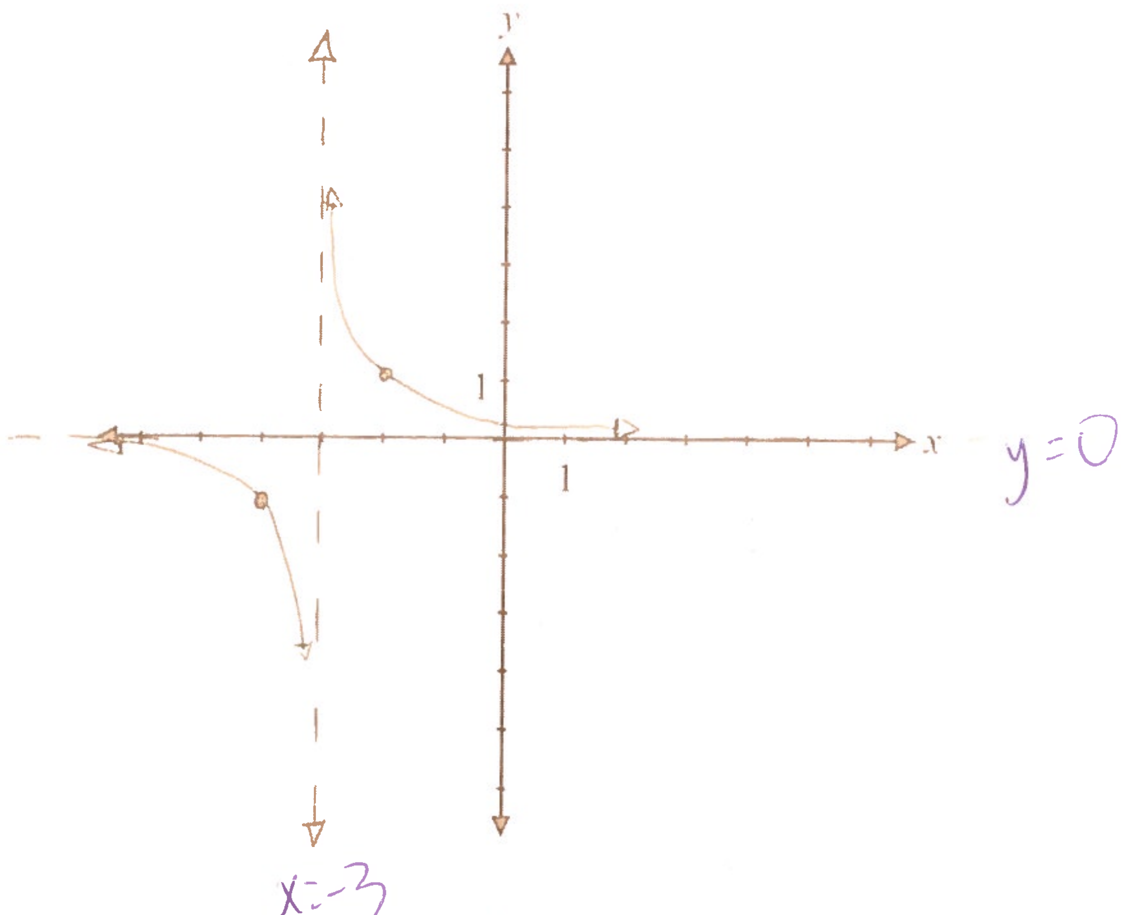
a) 1 point **b) 3 points**

Soit $f(x) = \frac{1}{x-2}$ et $g(x) = x + 5$,

a) Détermine l'équation pour f(g(x)). $= \frac{1}{(x+5)-2} = \frac{1}{x+3}$

$f(g(x)) = \frac{1}{x+3}$

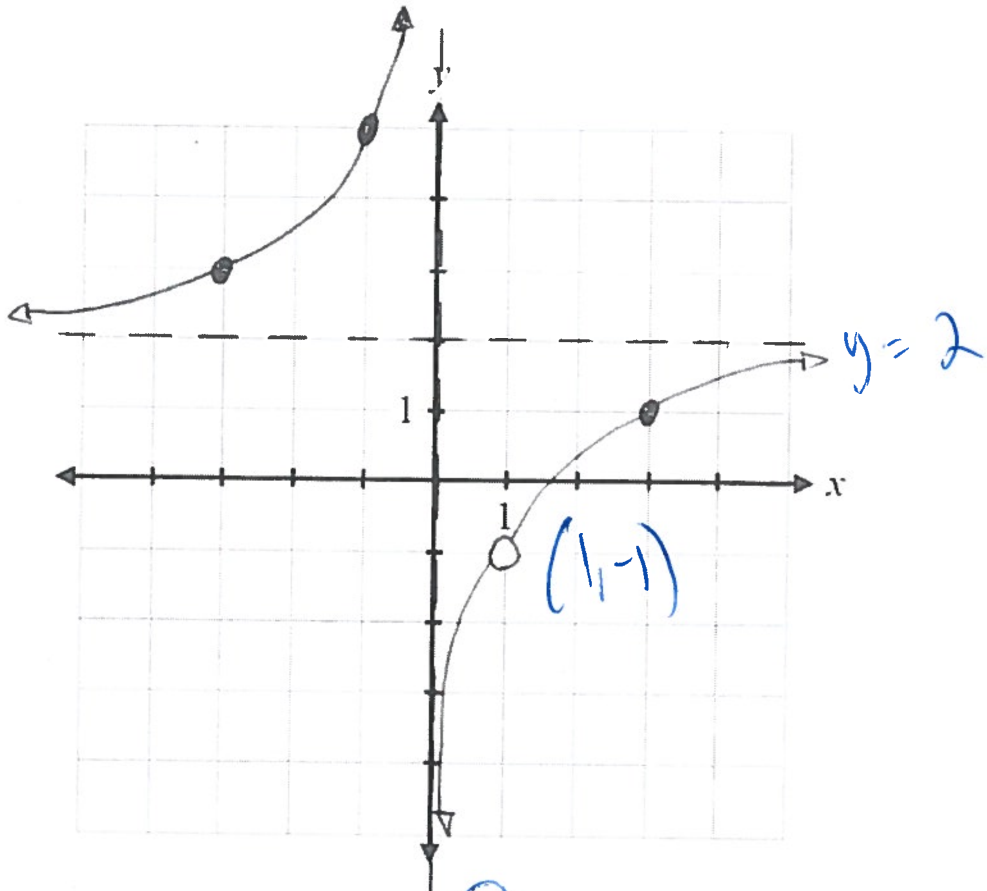
b) Trace le graphique de f(g(x)).



Question 31 — 4 points

Trace le graphique de la fonction :

$$f(x) = \frac{\cancel{(x-1)}(2x-3)}{x\cancel{(x-1)}} = \frac{2x-3}{x}$$



Question 32 — 2 points

Détermine les équations de tous les asymptotes de l'équation.

$$y = \frac{3x-2}{x+3}$$

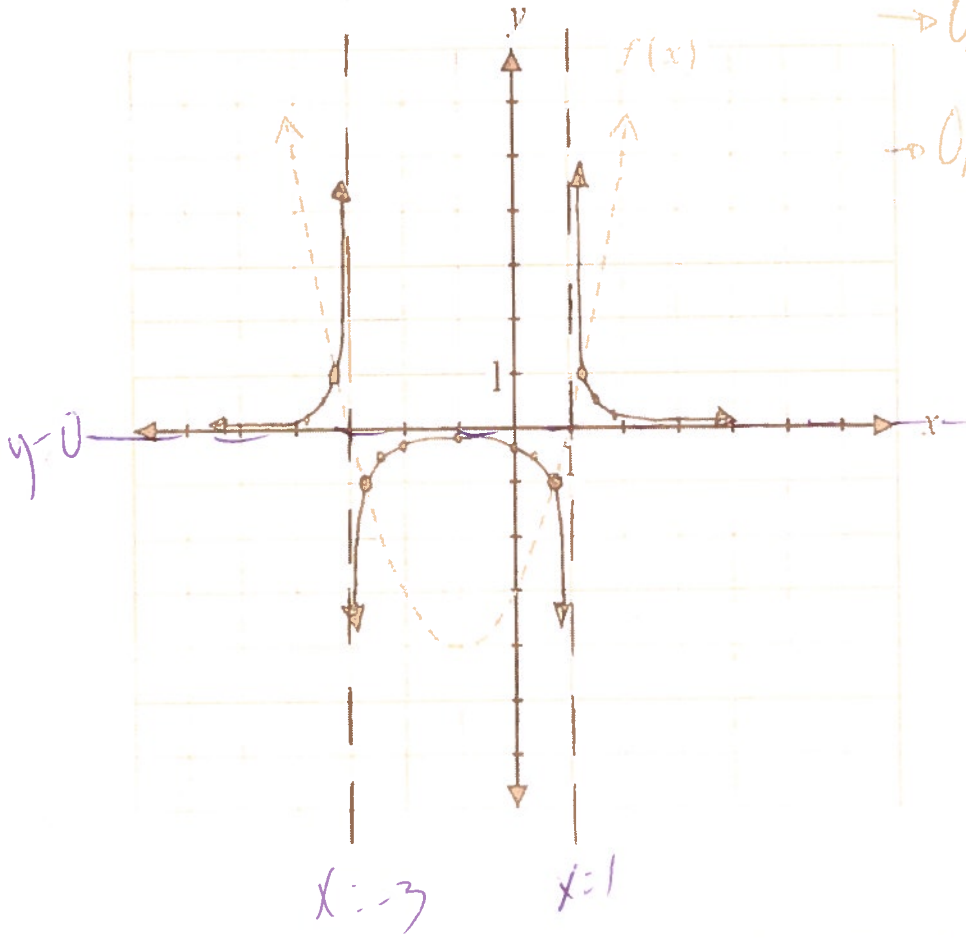
$$\boxed{\begin{array}{l} y = 3 \\ x = -3 \end{array}}$$

Question 33 **a) 3 points** **b) 1 point**

Soit le graphique de $f(x) = (x+3)(x-1)$,

a) trace le graphique de $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

→ 1 pt pour asymptotes verticales
→ 0,5 pt par l'asymptote horizontale
→ 0,5 pt par courbe



Le graphique de $f(x)$ a déjà été tracé comme référence.

Aucun point ne sera attribué au graphique de $f(x)$.

b) décris comment tracer le graphique de $h(x) = |f(x)|$.

les valeurs de y negatives feront une reflexion verticale pour devenir des valeurs de y positives

Question 34 **4 points**

Trace le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$ et détermine son image.

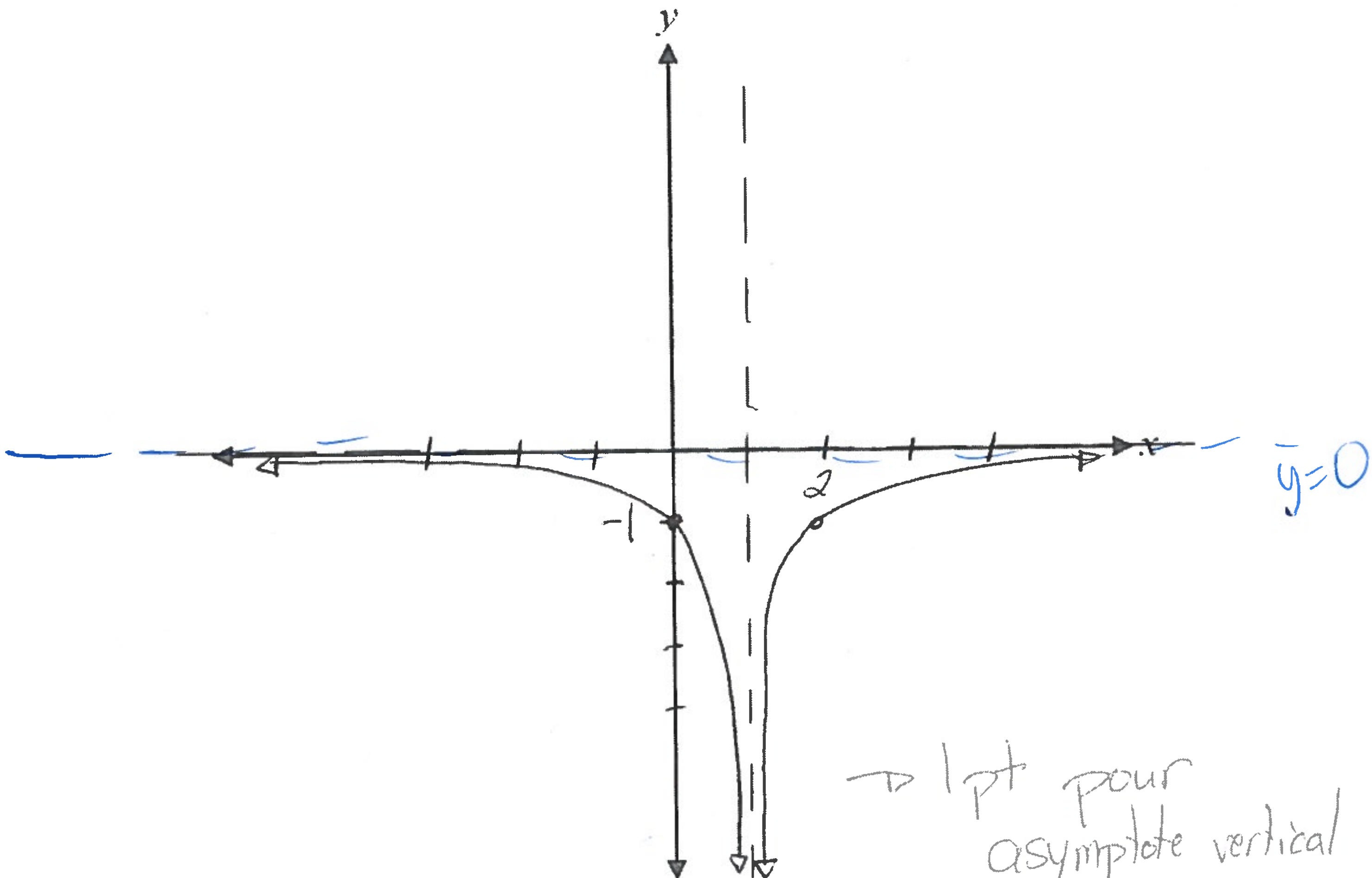


Image : $]-\infty, 0[$

$\boxed{\text{ou}}$

$\{y \in \mathbb{R} \mid y < 0\}$

→ 1pt pour l'image

→ 1pt pour asymptote vertical

→ 1pt pour asymptote horizontal

→ 1pt pour les courbes du graphique

Question 35 — 2 points

Un des zéros de la fonction $p(x) = x^3 + 6x^2 - 32$ est $x = 2$. Détermine tous les autres zéros de $p(x)$.

2	1	6	0	−32
+		2	16	32
x	1	8	16	$\boxed{0}$

$P(x) = (x-2)(x^2+8x+16)$

$\underline{4} + \underline{4} = 8$

$\underline{4} \times \underline{4} = 16$

$P(x) = (x-2)(x+4)(x+4) = 0$

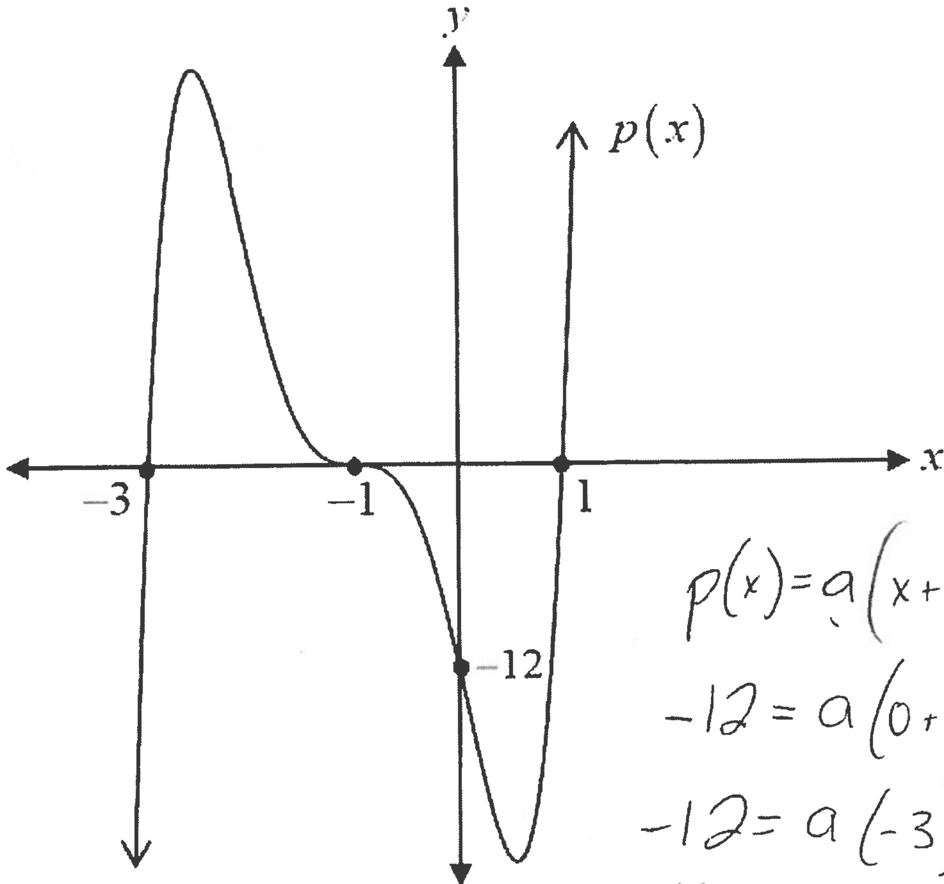
Zéros: $x = 2$

et

$x = -4$

Question 36 **2 points**

Détermine algébriquement la valeur du coefficient dominant de la fonction polynomiale, p(x).



$$p(x) = a(x+3)(x+1)^3(x-1)$$
$$-12 = a(0+3)(0+1)^3(0-1)$$
$$-12 = a(-3)$$
$$4 = a$$

→ 0,5pt pour les facteurs
→ 0,5pt pour les multiplicités
→ 0,5pt substitution $p(0) = -12$
→ 0,5pt pour la valeur a

Question 37 **3 points**

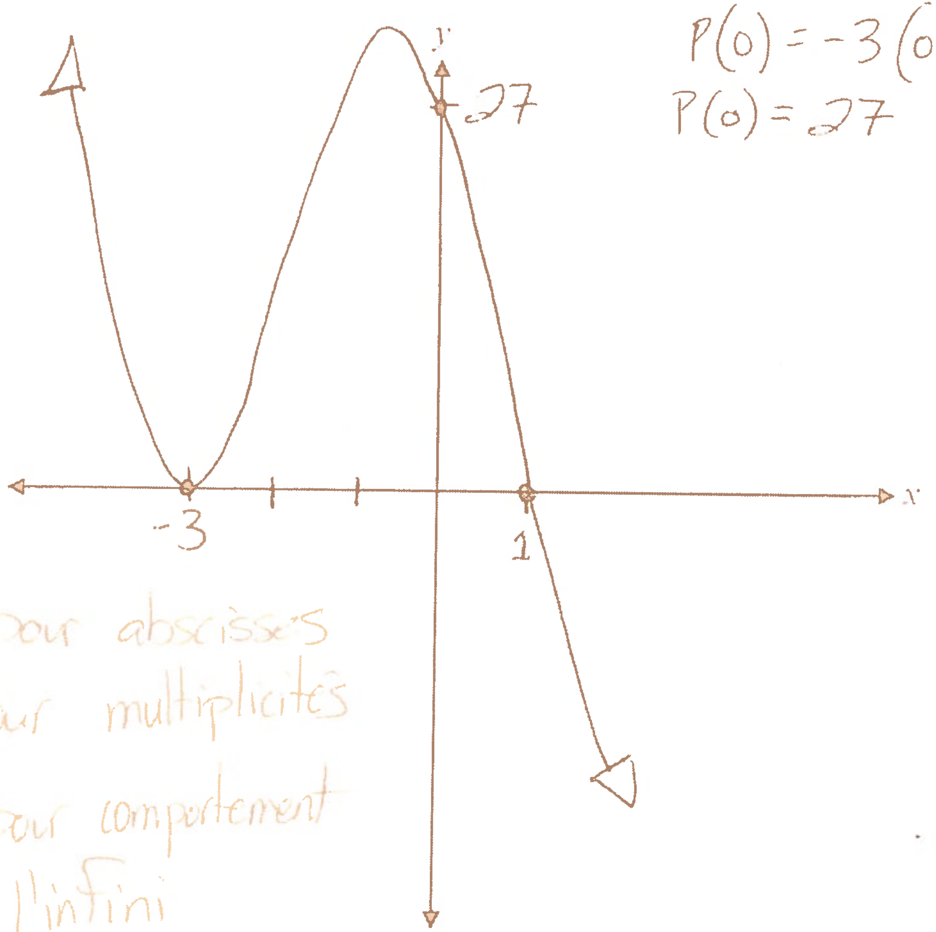
Trace un graphique de P(x) qui satisfait à toutes les conditions suivantes :

- P(x) est une fonction polynomiale du 3ᵉ degré.
- P(x) a un zéro à -3 avec une multiplicité de 2.
- P(x) a un zéro à 1.
- P(x) a un coefficient dominant de -3.

$P(x) = -3(x+3)^2(x-1)$

$P(0) = -3(0+3)^2(0-1)$

$P(0) = 27$



→ 1 pt pour abscisses

→ 1 pt pour multiplicités

→ 0,5 pt pour comportement à l'infini

→ 0,5 pt pour ordonnée à l'origine

Question 38 2 points

Soit $f(x) = 3x + 2$, détermine l'équation de $f^{-1}(x)$.

$y = 3x + 2$

$x = 3y + 2$

$x - 2 = 3y$

$\frac{x-2}{3} = y$

$\boxed{\frac{x-2}{3} = f^{-1}(x)}$

Question 39 2 points

Le point (-4, 2) se trouve sur le graphique de f(x).

a) Exprime les coordonnées du point correspondant quand f(x) est réfléchie par rapport à l'axe des x.

(-4, -2)

b) Exprime les coordonnées du point correspondant quand f(x) est réfléchie par rapport à la droite y = x.

(2, -4)

Question 40 1 point

Le graphique de $f(x) = 2x + 5$ est réfléchi par rapport à l'axe des y. Détermine l'équation de la nouvelle fonction.

y = $-2x + 5$

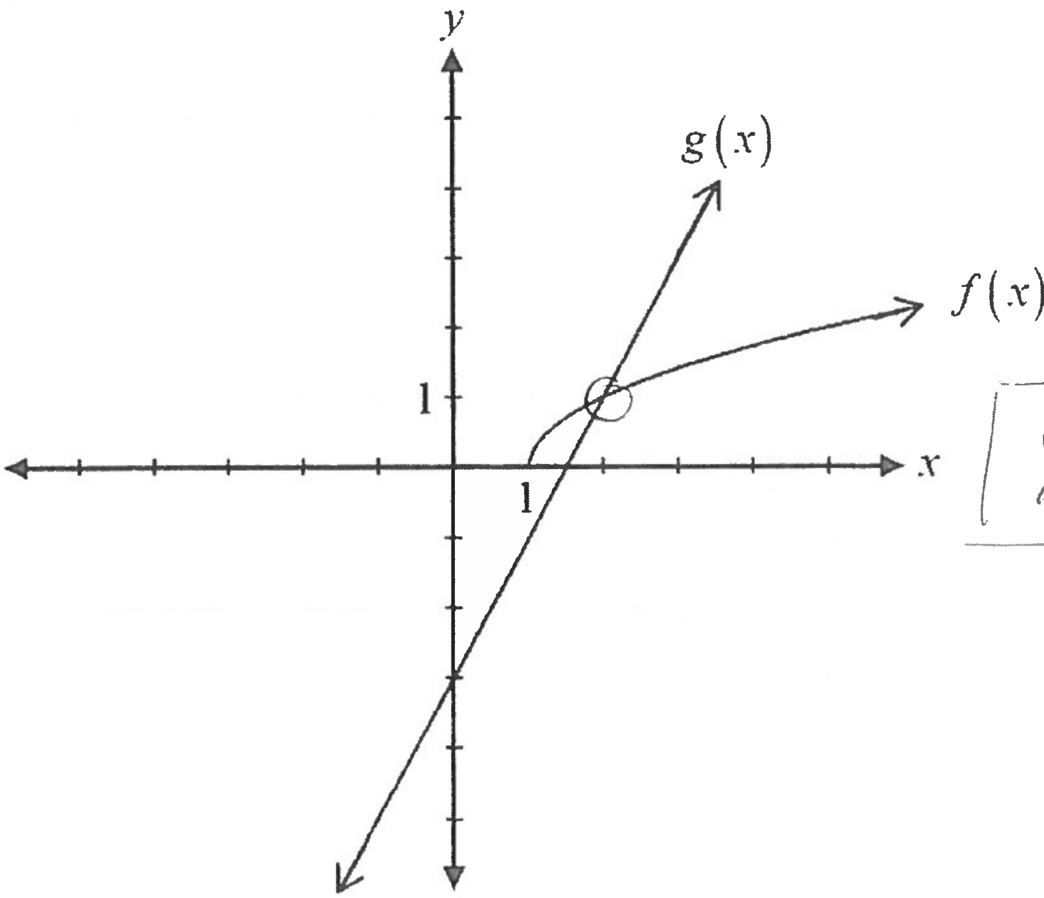
Question 41 1 point

Si l'image de $y = f(x)$ est $-3 \leq y \leq 6$, détermine l'image de $y = 2f(3x)$.

Image : $-6 \leq y \leq 12$

Question 42 1 point

En utilisant les graphiques de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$, résous $f(x) = g(x)$.



$\boxed{x = 2}$

Question 43 1 point

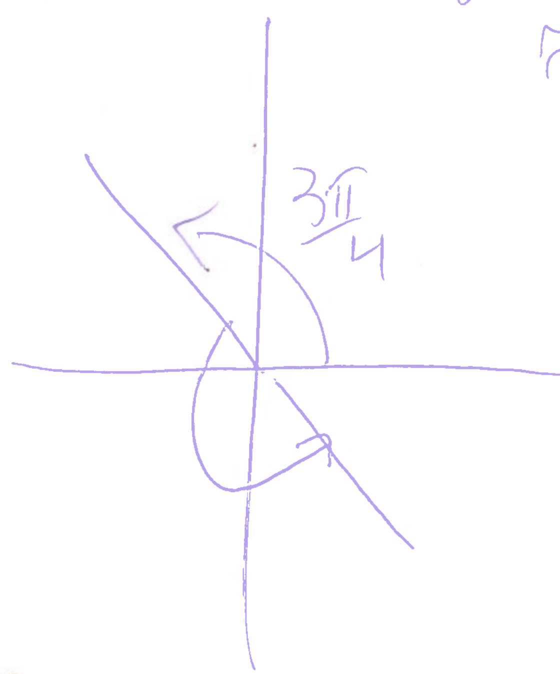
Un angle en position normale mesure $\frac{3\pi}{4}$.

Détermine dans quel quadrant se situe le côté terminal de cet angle après une rotation de 3 radians.

Justifie ta réponse.

- L'angle $\frac{3\pi}{4}$ se trouve dans Q2.
- Une rotation de 3 radians est presqu'une demie rotation.
- Donc, le côté terminal se trouve maintenant dans Q4

3 radians $\approx \pi$



Question 44 **1 point**

Vérifie que $\theta = \dfrac{4\pi}{3}$ est une solution de l'équation $4\cos^2\theta - 1 = 0$.

<u>Côté gauche</u>

$= 4\cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 1$

$= 4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1$ → 0,5 pt pour la valeur $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$

$= 4\left(\frac{1}{4}\right) - 1$

$= \frac{4}{4} - 1$

$= 1 - 1$ → 0,5 pt pour CG = CD

$= 0$ = côté droite

Question 45 **1 point**

Exprime l'amplitude de $f(x) = -2\sin(x - \pi) - 1$.

amplitude = $\underline{2}$

Question 46 **3 points**

Évalue :

$$\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\csc\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$$

$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$

$\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{3}$

$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2}$

$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{\left(\frac{-1}{2}\right)}{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)} = \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{2}{-\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\csc\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \csc\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-2}{\sqrt{3}}$

$$\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\csc\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$= \frac{2}{3}$$

Question 47 2 points

Le point (-2, 7) est sur le côté terminal d'un angle en position standard.

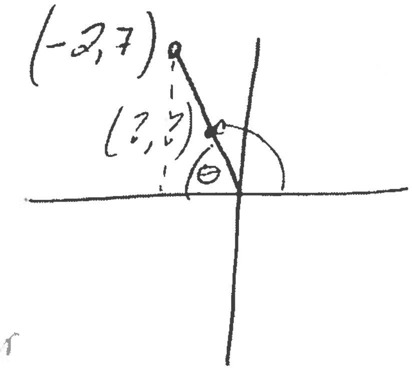
Détermine les coordonnées du point correspondant, P(θ), sur le cercle unitaire.

$x^2 + y^2 = r^2$

$(-2)^2 + (7)^2 = r^2$ → 0,5 pt par substitution

$53 = r^2$

$\sqrt{53} = r$ → 0,5 pt par valeur de r



$P(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$

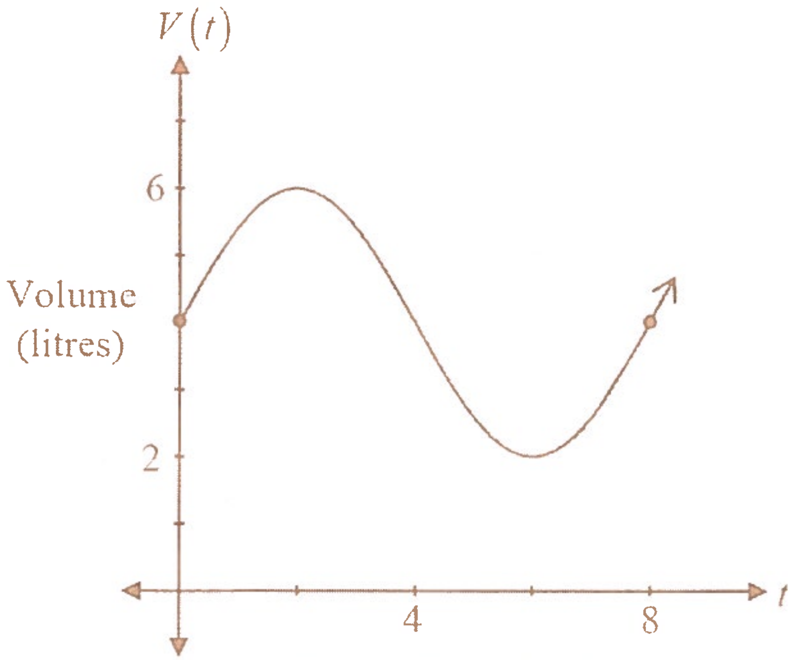
$P(\theta) = \left(\frac{adj}{hyp}, \frac{opp}{hyp}\right)$

$P(\theta) = \left(\frac{-2}{\sqrt{53}}, \frac{7}{\sqrt{53}}\right)$ → 1 pt pour P(θ)

Voir p. 29 Cahier 2

Question 48 **3 points**

Le graphique suivant représente le volume d'air dans les poumons d'un adulte. Si V(t) est le volume d'air en litres et t est le temps en secondes, détermine une équation qui représente cette fonction sinusoïdale.



1pt 1pt 1pt

V(t) = $2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)+4$ $-2\sin\frac{\pi}{4}(t-4)+4$

$\boxed{\text{ou}}$

$2\cos\left(\frac{\pi}{4}(t-2)\right)+4$

Question 49 4 points

$[0, 9]$

~~$[0, 10]$~~

Trace le graphique de $y = -3sin\left(\frac{\pi}{4}(x-2)\right)+1$ sur le domaine $[0, \pi]$

$(0,0) \rightarrow (2,1)$

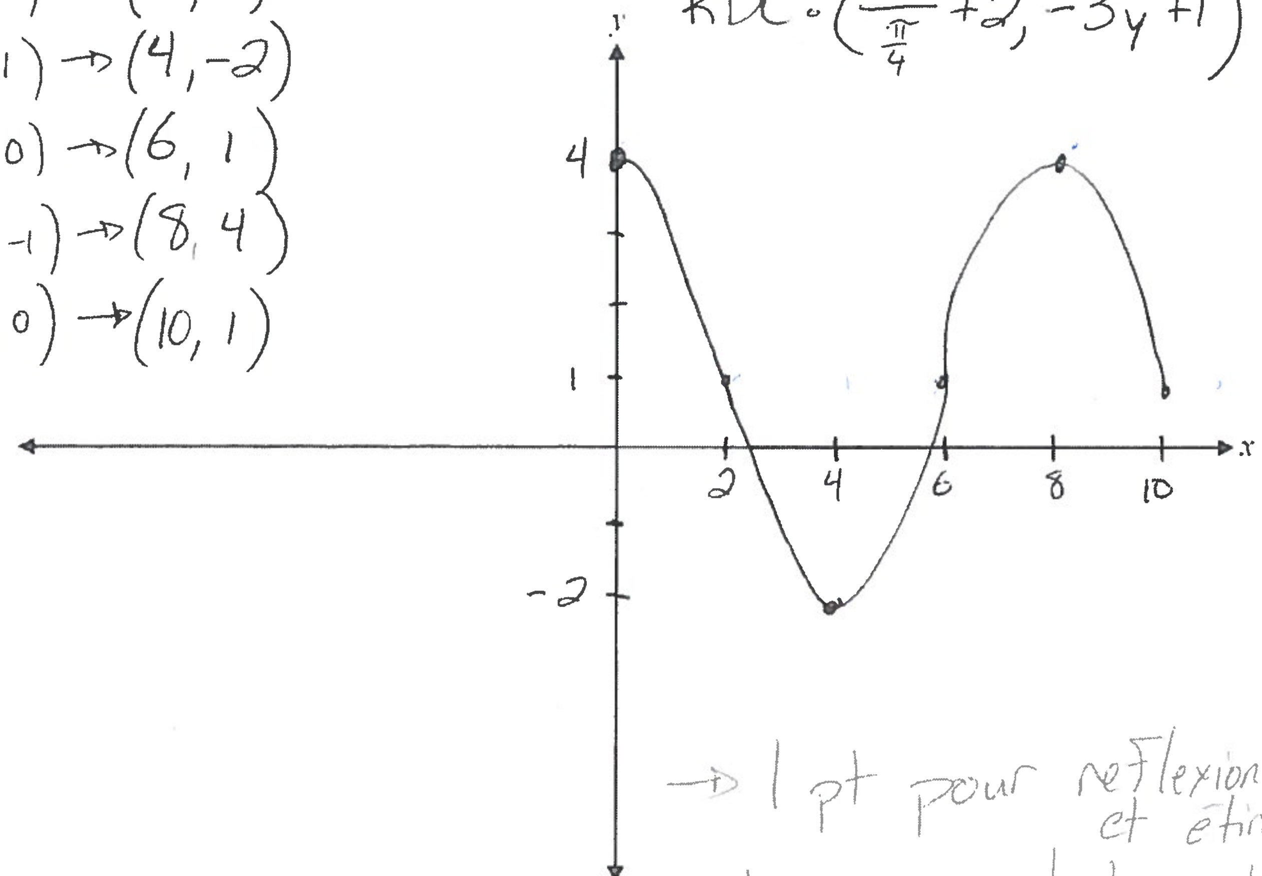
$(\frac{\pi}{2},1) \rightarrow (4,-2)$

$(\pi,0) \rightarrow (6,1)$

$(\frac{3\pi}{2},-1) \rightarrow (8,4)$

$(2\pi,0) \rightarrow (10,1)$

RDC : $\left(\frac{x}{\frac{\pi}{4}}+2, -3y+1\right)$



→ 1 pt pour réflexion verticale et étirement

→ 1 pt pour déplacement horizontal

→ 1 pt pour période

→ 1 pt pour déplacement verticale

$d = -3$

$max : -2$

$min : -4$

$c : -\frac{\pi}{2}$

$période : 4\pi$

Question 50 **3 points**

Trace un graphique d'au moins une période de la fonction $f(x) = \cos\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right] - 3$.

$(0, 1) \to \left(\frac{-\pi}{2}, -2\right)$

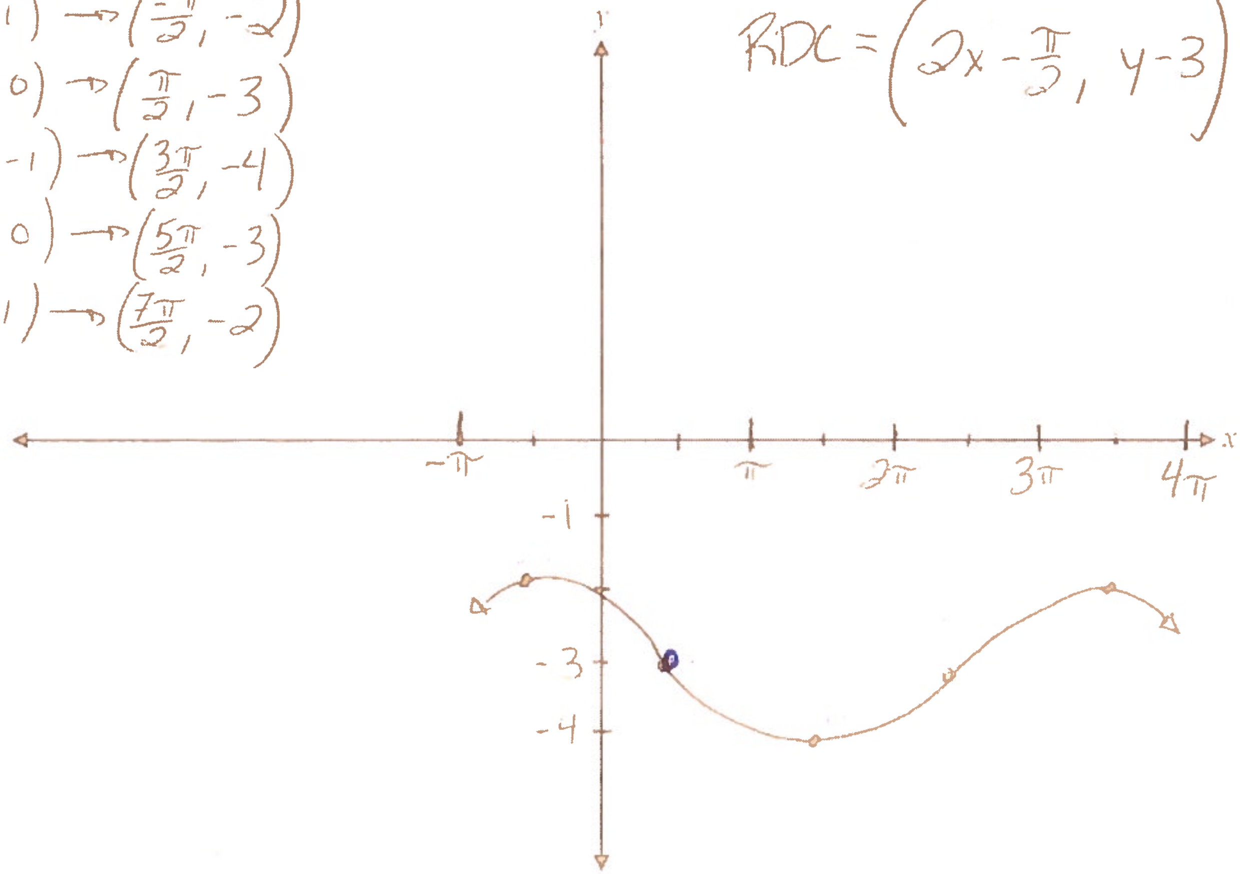
$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \to \left(\frac{\pi}{2}, -3\right)$

$(\pi, -1) \to \left(\frac{3\pi}{2}, -4\right)$

$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right) \to \left(\frac{5\pi}{2}, -3\right)$

$(2\pi, 1) \to \left(\frac{7\pi}{2}, -2\right)$

$RDC = \left(2x - \frac{\pi}{2}, y - 3\right)$



Question 51 **1 point**

Maurice a incorrectement résous l'équation, $\sin\theta + 1 = 0$, dans l'intervalle $[0°, 360°]$.

$\sin\theta + 1 = 0$

$\sin\theta = -1$

$\sin\theta = 270°$

Décris son erreur.

la dernière ligne devrait être $\underline{\underline{\theta = 270°}}$ et non $\sin\theta = 270°$

Question 52 **2 points**

Résous $\sec\theta + 2 = 0$ dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

inverse $\sec\theta = -2$ inverse → 1 pt pour l'inverse

$\cos\theta = \frac{-1}{2}$

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ et $\theta = \frac{4\pi}{3}$ → 1 pt pour les valeurs de θ