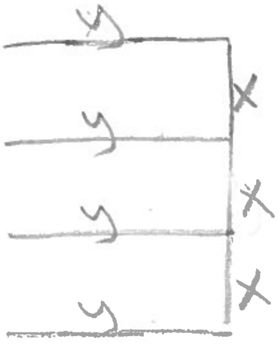
7. Le concessionnaire de voitures usagées Jean vend en moyenne 20 automobiles par semaine à un prix moyen de 6400 $ chacune. Jean aimerait accroître le prix moyen de 300 $; cependant, il sait que ses ventes diminueraient d'une automobile s'il le faisait. Si le coût du concessionnaire Jean par voiture est de 4 000 $, à quel prix devrait-il vendre les automobiles pour maximiser les profits ?

Devoir Leçon 4 : Optimisation

1. Maria vit sur une ferme. Elle veut construire un enclose pour ses animaux. L'enclos sera divisé en trois parties égales, comme dans le schéma. Maria dispose de 280 m de clôture.

a) Définis une fonction qui représente l'aire de l'enclose entier en fonction de sa largeur. Comment sais-tu que ta fonction répond aux critères d'une fonction quadratique ?



Aire $= 3x \cdot y$

$A = 3x\left(70 - \frac{3x}{4}\right)$

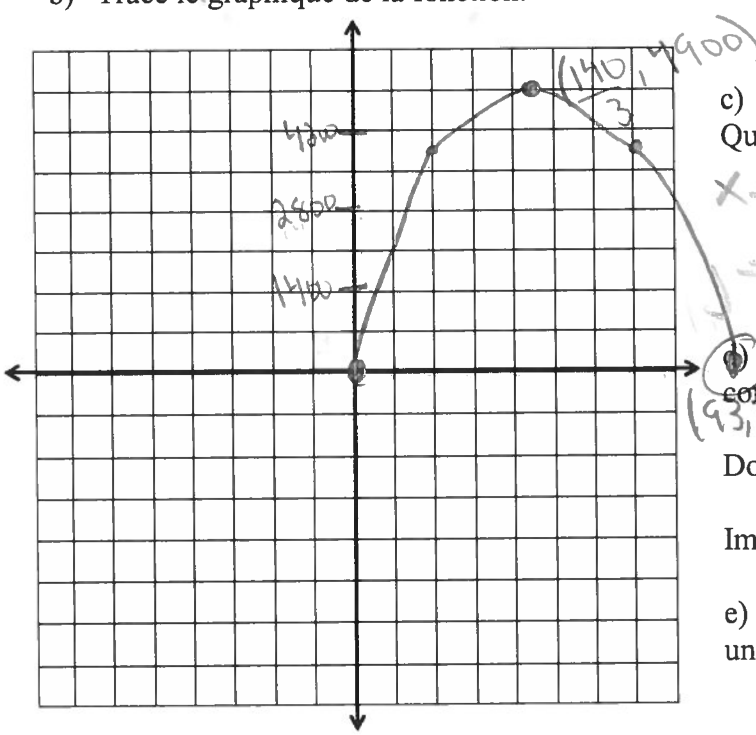
$3x + 4y = 280$

$y = 70 - \frac{3x}{4}$

il y a un variable avec un degré de 2. (x au carré)

$A = -\frac{9}{4}x^2 + 210x$

b) Trace le graphique de la fonction.



c) Quelles sont les coordonnées du sommet ? Que représentent-elles ?

x → longueur du côté

y → A → aire

$\left(\frac{140}{3}, 4900\right)$

d) Détermine le domaine et l'image dans ce contexte.

Domaine : $[0, 280/3]$

Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 4900\}$ ou $[0, 4900]$

e) La fonction a-t-elle un maximum ? A-t-elle un minimum ? Explique tes réponses.

abscisse :

$0 = -\frac{9}{4}x^2 + 210x$

$0 = -3x\left(\frac{3x}{4} - 70\right)$

$x = 0 \qquad x = \frac{280}{3}$

$a+c = \frac{-b}{2a}$

$a+c = \frac{-210}{2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)}$

$= -210 \cdot \frac{2}{-9}$

axe de symétrie $= \frac{140}{3}$

$A = -\frac{9}{4}\left(\frac{140}{3}\right)^2 + 210\left(\frac{140}{3}\right)$

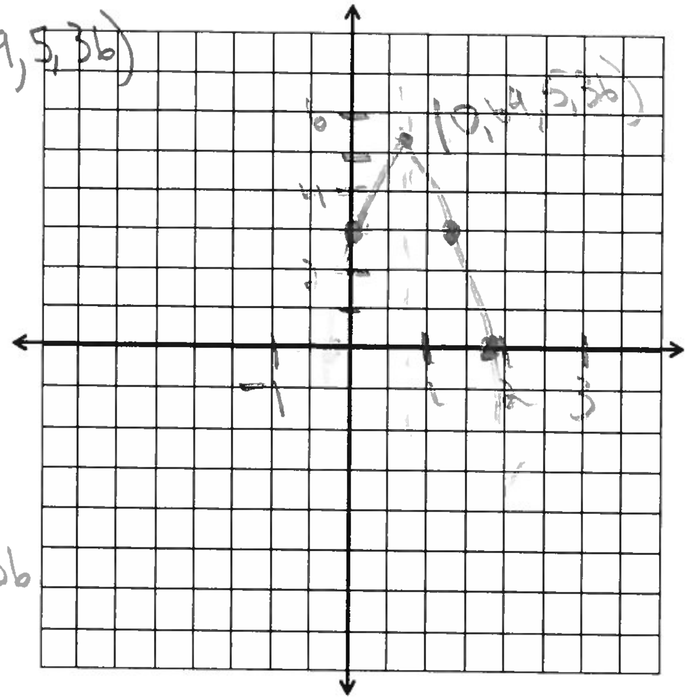
$A = -4900 + 9800$

$A = 4900$

Sommet $\left(\frac{140}{3}, 4900\right)$

2. Une plongeuse s'élance d'un tremplin de 3m à une vitesse initiale de 6,8 m/s. Sa hauteur h au-dessus de l'eau, en mètres, t secondes après avoir quitté le tremplin, peut être modélisée par la fonction $h(t) = -4,9t^2 + 6,8t + 3$.

a) Trace le graphique de la fonction. Sommet (0,69, 5,36)



b) Que représente l'ordonnée à l'origine ?

La hauteur initiale (hauteur du tremplin de l'eau).

c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la plongeuse ?

$x = \frac{-6,8}{2 \cdot -4,9} = 0,69$ $h(t) = 5,36$ m

$h(0,69) = -4,9(0,69)^2 + 6,8(0,69) + 3 = 5,36$

d) Quels sont l'image appropriés dans ce contexte ?

Image : [0, 5,36]

e) À quelle hauteur se trouve la plongeuse à 0,6 s ?

$h(0,6) = -4,9(0,6)^2 + 6,8(0,6) + 3$

$h(0,6) = 5,316$ m La plongeuse se trouve à 5,3 m

3. Une balle est lancée à la verticale avec une vélocité initiale de 100 pieds la seconde. En ne tenant pas compte de la résistance de l'air, on constate que la distance d, en pieds, parcourue par la balle à partir de son point de départ en temps t secondes est obtenue par l'opération suivante : $d = -16t^2 + 100t$

Détermine la hauteur maximale atteinte par la balle et le nombre de secondes requises pour atteindre cette hauteur maximale.

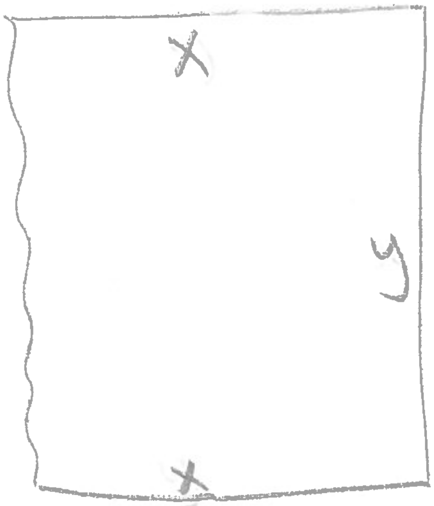
axe $= \frac{-100}{2 \cdot -16} = 3,125$ secondes

$d(3,125) = -16(3,125)^2 + 100(3,125)$

$d = 156,25$ pieds

La hauteur maximale atteint 156,25 pieds à 3,125 sec.

4. À la plage locale, le sauveteur a 620 m de bouées repères pour entourer une zone de baignade sécuritaire. Calcule les dimensions de la zone de baignade rectangulaire pour créer une zone de baignade maximum si un des côtes de la zone est la plage.



$2x + y = 620$

$y = 620 - 2x$

$A = x \cdot y$

$A = x(620 - 2x)$

$A = 620x - 2x^2$

$A = -2x^2 + 620x$

$axe = \frac{-620}{2 \cdot -2}$

$x = 155$

$A = -2(155)^2 + 620(155)$

$A = 48050\,m^2$

Aire max. $= 48050\,m^2$

$620 - 2(155) = y$

$310\,m = y$

$0\,m$

155m × 310m

5. Si 65 pommiers sont plantés dans un verger, le rendement moyen par arbre sera de 1500 pommes par année. Pour chaque arbre additionnel planté dans le verger, le rendement annuel par arbre diminue de 20 pommes. Combien d'arbres devrait-on planter pour produire un rendement maximum ?

rendement = 1500 pommes/arbre par an
avec 65 pommiers

Rendement = # pommiers · # pommes

x → le # de pommier (arbre) additionnel planté

$R = (65+x)(1500-2x)$

(342,49 , 332112,5)

\# pommes = $1500 - 20x$

$65 + x$ = # pommiers (arbres

On devrait planter 342 ou 343 arbres pour avoir un rendement maximum

b. La différence entre deux nombres est 14. Trouve les deux nombres pour que leur produit soit un minimum.

$y - x = 14$

$y = 14 + x$

$x \cdot y = P_{min}$

$x(14 + x) = P_{min}$

$x^2 + 14x$ = Produit

$x = \frac{-14}{2 \cdot 1} = -7$

$(-7)^2 + 14(-7) = P$

$P = -49$

$y = 14 + (-7)$

$y = 7$

Le deux nombres sont -7 et 7