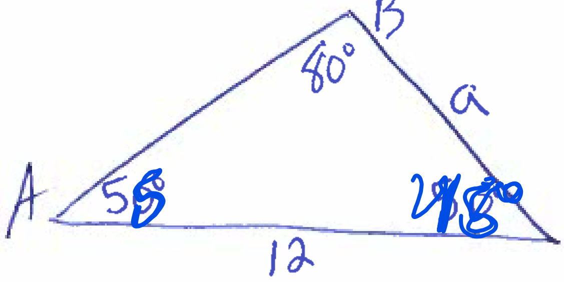
Devoir Leçon 4 : La loi de sinus

Nom : ______________________ Date : ______________________

1. Deux angles d'un triangle ABC mesurent 80° et 55°. Le côté opposé à l'angle de 80° mesure 12,0 m.

a) Calcule la longueur du côté opposé à l'angle de 55° au dixième de mètre près.



$\angle C = 180° - 80° - 5\cancel{8}°$

$\angle C = \cancel{45}$

$48°$

$\dfrac{a}{\sin 50°} = \dfrac{12}{\sin 80°}$

$\dfrac{12 \cdot \sin \cancel{55}°}{\sin 80°} = a$

~~9,33 = a~~

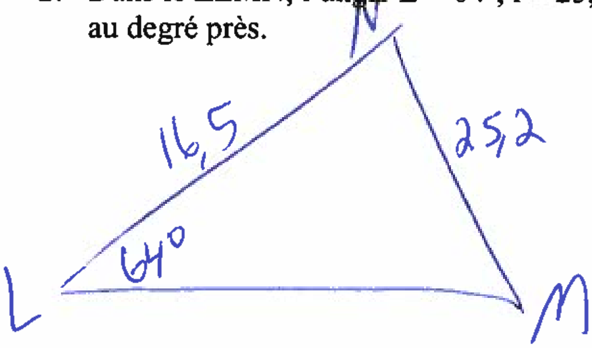
$10 = a$

b) Détermine la mesure du troisième côté.

$\angle C = 180° - 80° - 50°$

$\angle C = 50°$

2. Dans le ΔLMN, l'angle L = 64°, l = 25,2 cm et m = 16,5 cm. Détermine la mesure de l'angle N, au degré près.



$\dfrac{25,2}{\sin 64°} = \dfrac{16,5}{\sin M}$

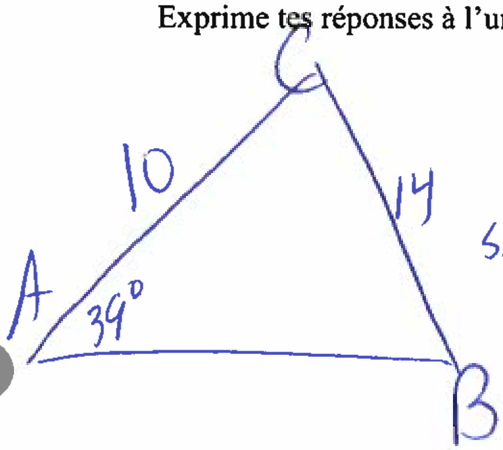
$\sin^{-1}\left(\dfrac{16,5 \cdot \sin 64°}{25,2}\right) = \angle M$

$\angle M = 36,65°$

$\angle N = 180° - 64° - 36,05$

$\boxed{\angle N = 79,95}$

3. Dans le ΔABC, l'angle A = 39°, a = 14 cm et b = 10 cm. Détermine les mesures manquantes. Exprime tes réponses à l'unité près.



$\dfrac{14}{\sin 39°} = \dfrac{10}{\sin B}$

$\sin^{-1}\left(\dfrac{10 \cdot \sin 39°}{14}\right) = \angle B$

$\boxed{\angle B = 26,71°}$

$\angle C = 180° - 39° - 26,71°$

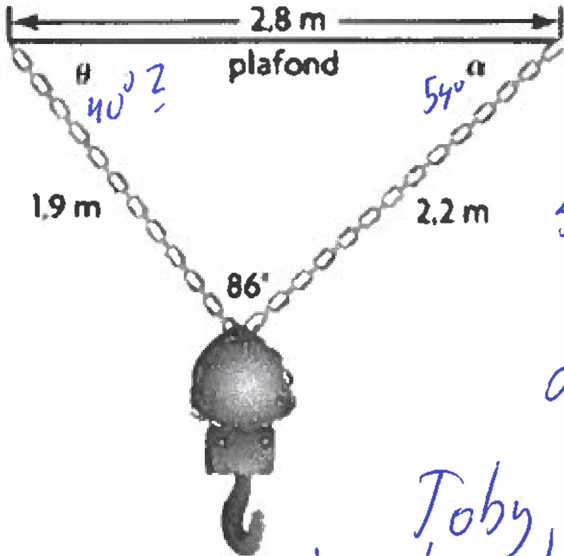
$\boxed{\angle C = 114,29°}$

$\dfrac{14}{\sin 39°} = \dfrac{c}{\sin 114,29°}$

$c = \dfrac{14 \cdot \sin 114,29°}{\sin 39°}$

$c = 20,28$ cm

4. Pour soulever des moteurs au garage de son père, Toby se sert d'un treuil attaché au plafond par des chaînes, comme dans l'illustration. Toby a utilisé la loi des sinus pour déterminer au degré près l'angle que forme chaque chaîne avec le plafond. Il affirme que $\theta = 40°$ et que $\alpha = 54°$. A-t-il raison ? Explique ta réponse et fais les corrections au besoin.



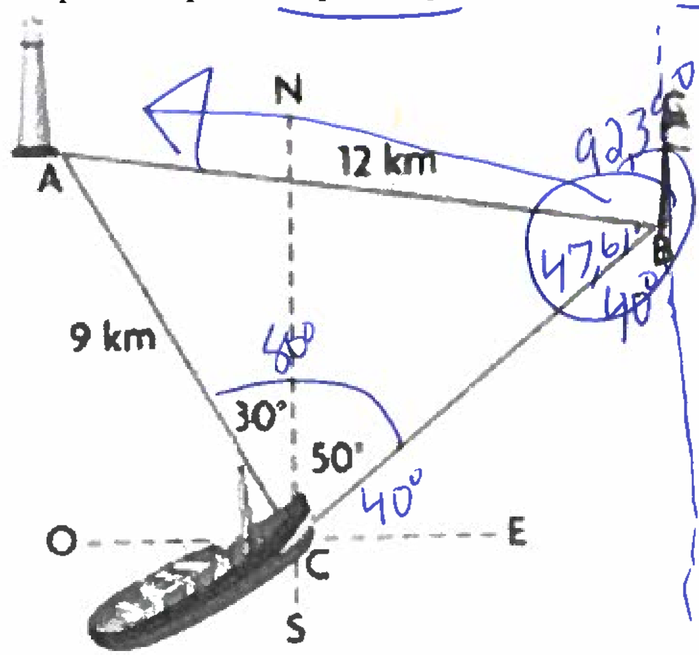
$\frac{2,8}{\sin 86} = \frac{1,9}{\sin \alpha}$ $\qquad$ $\frac{2,8}{\sin 86°} = \frac{2,2}{\sin \theta}$

$\sin^{-1}\left(\frac{1,9 \cdot \sin 86°}{2,8}\right) = \alpha$ $\qquad$ $\sin^{-1}\left(\frac{2,2 \cdot \sin 86°}{2,8}\right) = \theta$

$\alpha = 42,60°$ $\qquad$ $\theta = 51,61°$

Toby n'a pas raison. Une plus longue côte devrait avoir un plus grand angle qu'un côté plus petit.

5. Comme le démontre le schéma ci-dessous, le capitaine d'un petit bateau livre des marchandises à deux phares. Son compas lui indique que le phare sur sa gauche est situé à 30° au nord-ouest et que celui de droite est situé à 50° au nord-est. Détermine l'orientation qu'il devra suivre quand il repartira du phare B pour se diriger vers le phare A. [redacted]



$\frac{12}{\sin 80°} = \frac{9}{\sin B}$

$\sin^{-1}\left(\frac{9 \cdot \sin 80°}{12}\right) = \angle B$

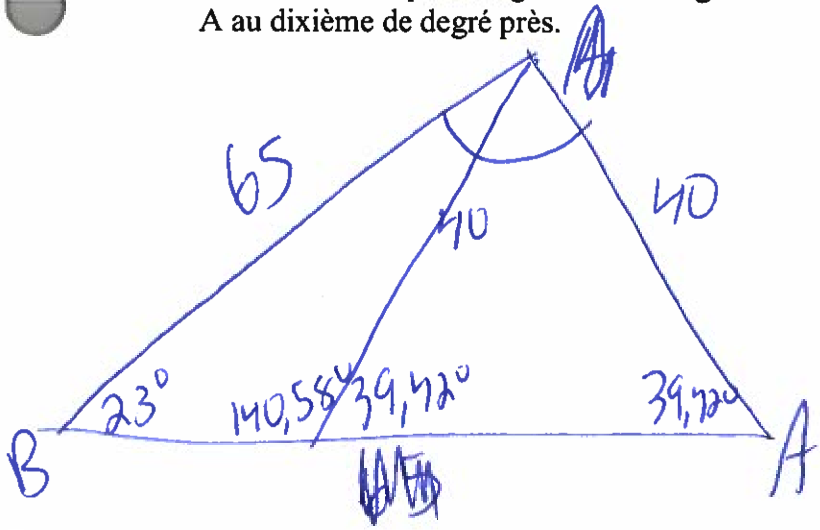
$\angle B = 47,61°$

$180° - 47,61° - 40°$

$\boxed{= 92,39°}$

$180° - 80 - 47,61° = 52,39°$

6. Dans un triangle obtusangle, angle B mesure 23,0o° et son côté opposé, b, mesure 40,0 cm. Le côté « a » est le plus long côté du triangle et il mesure 65,0 cm. Détermine la mesure de l'angle A au dixième de degré près.



$\frac{40}{\sin 23°} = \frac{65}{\sin A}$

$\sin^{-1}\left(\frac{65 \cdot \sin 23°}{40}\right) = \angle A$

$\angle A_1 = 39{,}42°$

$180° - 39{,}42°$

$\angle A_2 = 140{,}58°$

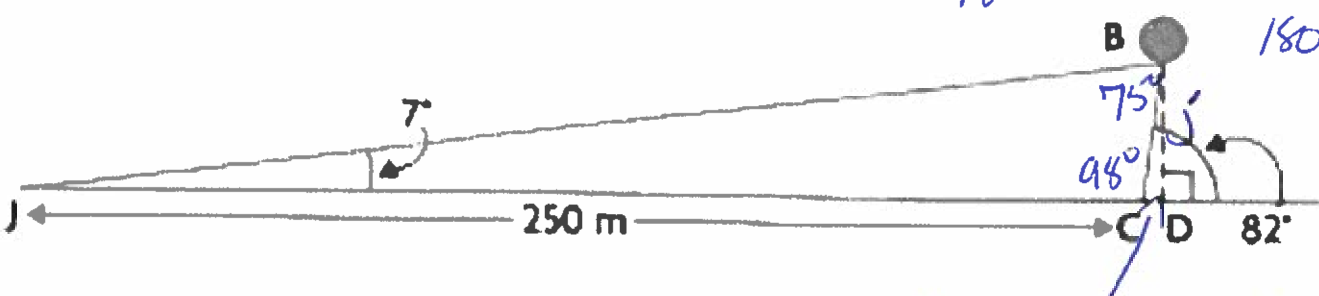
$65 \cdot \sin 23° < 40 < 65$
alors 2 triangles

$\angle A_1 = 39{,}4°$ $\quad \angle A_2 = 140{,}6°$

7. Catherine et Juan observent un ballon captif annonçant l'ouverture d'un nouveau centre de conditionnement physique. Une distance de 250 m les sépare. Ils sont du même côté du ballon, sur une ligne passant directement sous celui-ci. Juan voit le ballon selon un angle d'élévation de 7°, alors que Catherine le voit selon un angle d'élévation de 82°. Détermine la hauteur du ballon au mètre près.

$180° - 82° = 98°$

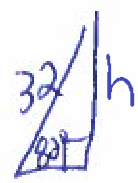
$180° - 7° - 98° =$



$\frac{250}{\sin 75°} = \frac{j}{\sin 7°}$

$j = \frac{250 \cdot \sin 7°}{\sin 75°}$

$\boxed{j = 31{,}542}$



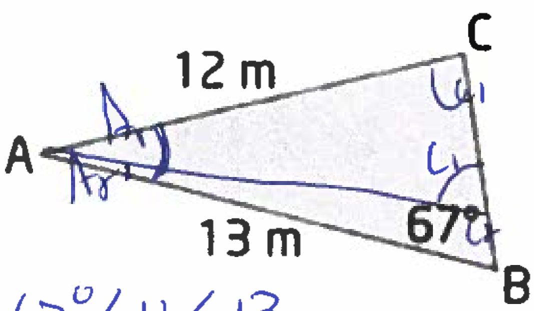
$31{,}542 \cdot \sin 82° = \frac{\text{hauteur} \cdot 32}{32}$

$\text{hauteur} = 31{,}235$

$\boxed{= 31\text{m}}$

8. Résous chaque triangle. (Détermine les angles et côté qui manquent)

a)



$13 \sin 67^\circ < 12 < 13$

2 triangles

$\frac{12}{\sin 67^\circ} = \frac{13}{\sin C_1}$

$\sin^{-1}\left(\frac{13 \cdot \sin 67^\circ}{12}\right) = \angle C_1$

$\boxed{\angle C_1 = 85,7^\circ}$

$\angle A_1 = 180^\circ - 67^\circ - 85,7^\circ$

$\boxed{\angle A_1 = 27,3^\circ}$

$\frac{12}{\sin 67^\circ} = \frac{a_1}{\sin 27,3^\circ}$ $\boxed{a_1 = 6\ m}$

b)

$\angle C_2 = 180^\circ - 85,7^\circ$

$\boxed{\angle C_2 = 94,3^\circ}$

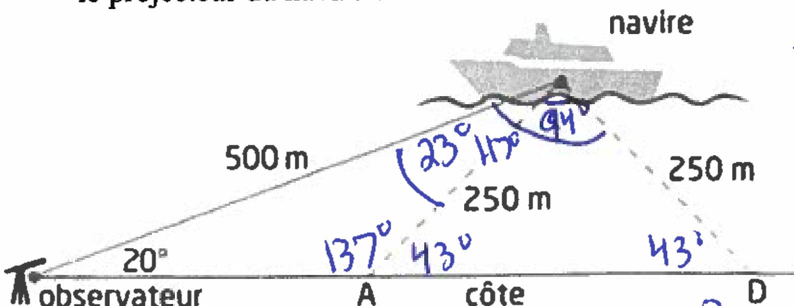
$\angle A_2 = 180^\circ - 67^\circ - 94,3^\circ$

$\boxed{\angle A_2 = 18,7^\circ}$

$\frac{12}{\sin 67^\circ} = \frac{a_2}{\sin 18,7^\circ}$

$\boxed{a_2 = 4,2\ m}$

9. La Garde côtière canadienne, région du Pacifique, a la responsabilité de patrouiller plus de 27 000 km de côtes. Le projecteur rotatif d'un navire de la Garde côtière peut éclairer jusqu'à une distance maximale de 250 m. Un observateur sur la rive se trouve à 500 m du navire et sa ligne de vision forme un angle de 20° avec la côte. Quelle est la longueur de côte qui est éclairée par le projecteur du navire ?



$\frac{250}{\sin 20^\circ} = \frac{500}{\sin D}$

$\sin^{-1}\left(\frac{500 \cdot \sin 20^\circ}{250}\right) = \angle D$

$\angle D = 43^\circ$

$\frac{250}{\sin 20^\circ} = \frac{x}{\sin 117^\circ}$

$x = \frac{250 \cdot \sin 117^\circ}{\sin 20^\circ}$

$\boxed{x = 651\ m}$

$\frac{250}{\sin 20^\circ} = \frac{AD}{\sin 94^\circ}$

$AD = \frac{250 \cdot \sin 94^\circ}{\sin 20^\circ}$

$\boxed{AD = 729\ m}$