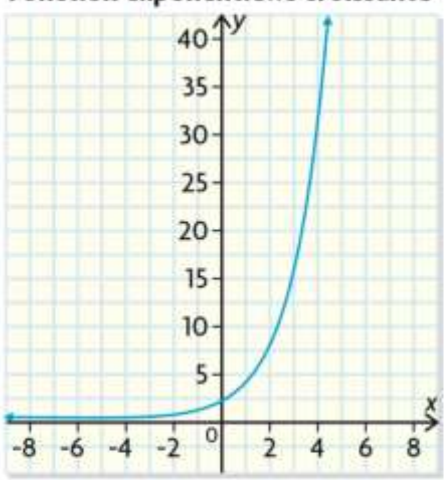
Leçon 1 : Explorer les caractéristiques des fonctions exponentielles

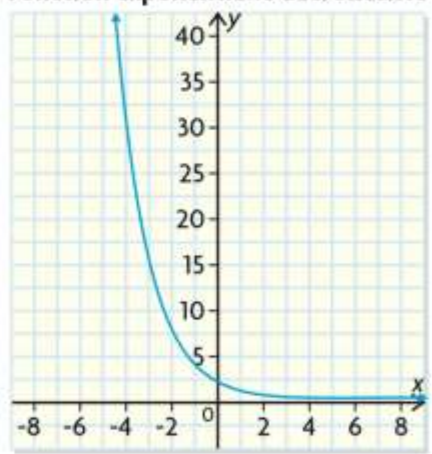
1. Quelle est la différence entre une fonction exponentielle croissante et une fonction exponentielle décroissante ? Justifie ta réponse.

P. ex., une fonction exponentielle croissante croît à mesure que x croît, alors qu'une fonction exponentielle décroissante décroît à mesure que x croît.

Fonction exponentielle croissante



Fonction exponentielle décroissante



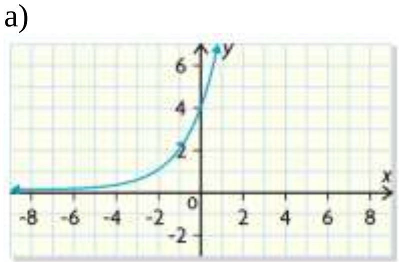
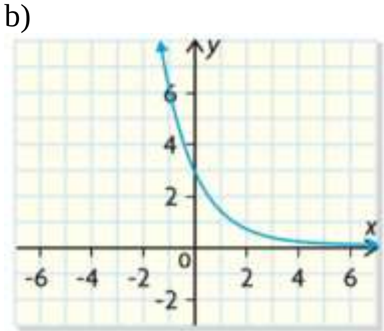
2. Détermine l'ordonnée à l'origine de chaque fonction exponentielle, puis indique si celle-ci est croissante ou décroissante.

a) $y = 5(2)^x$ **b)** $y = 2\left(\frac{1}{2}\right)^x$ **c)** $y = 10(1,5)^x$ **d)** $y = (0,4)^x$

e) $y = 25(1,7)^x$

f) $y = 12(0,8)^x$

3. Décris les caractéristiques des graphiques de fonctions exponentielles suivants en remplissant un tableau comme celui ci-dessous.

Caractéristiques	a)	b)
		

Le nombre d'abscisse à l'origine	**Aucun**	**Aucun**
L'ordonnée à l'origine	**y = 4**	**y = 3**
Le comportement aux extrémités	**Le graphique s'étend du Quadrant II au Quadrant I**	**Le graphique s'étend du Quadrant II au Quadrant I**
Domaine	$\{x \in \boldsymbol{R}\}$	$\{x \in \boldsymbol{R}\}$
Image	$\{y \in \boldsymbol{R} \mid y > 0\}$	$\{y \in \boldsymbol{R} \mid y > 0\}$
Croissance ?	**Croissante $a > 0$**	**Décroissante $a < 0$**

4. Associe chaque fonction au graphique correspondant ci-dessous.

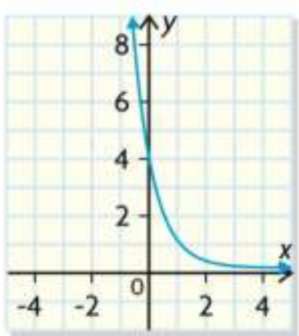
a) $y = 6(1,5)^x$

b) $y = 4(0,25)^x$

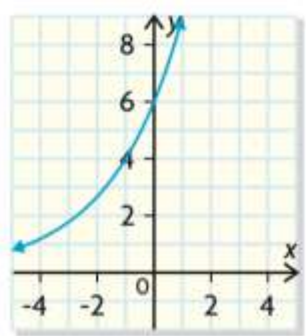
c) $y = 2(0,1)^x$

d) $y = 3(1,15)^x$

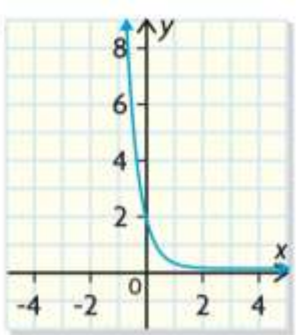
i)



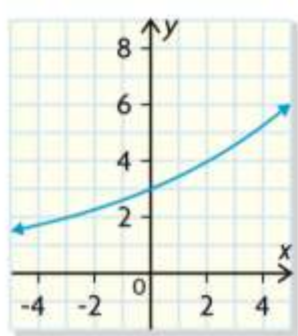
iii)



ii)



iv)



a) Croissante ; iii)

b) Décroissante ; i)

c) Décroissante ; ii)

d) Croissante ; iv)

5. Détermine l'image de chaque fonction et indique les valeurs de a et de b. Utilise ces données pour déterminer si la fonction exponentielle est croissante ou décroissante.

i) $y = 2(0,5)^x$

ii) $y = 1(3)^x$

iii) $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$

iv) $y = 2(4)^x$

i) Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$; $a = 2$; $b = 0,5$; décroissante

ii) Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$; $a = 1$; $b = 3$; croissante

iii) Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$; $a = 3$; $b = 0,5$; décroissante

iv) Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$; $a = 2$; $b = 4$; croissante

6. Georges est diabétique et le montant de sucre dans son sang (concentration) diminue graduellement au fil du temps selon la fonction :

$C = 9(0,995)^t$

où c représente la concentration et t représente le temps (en minutes).

a) Détermine la concentration initiale du sucre

9

b) Énonce l'image dans cette situation.

(1 point)

$\{c \mid 0 < c \leq 9\}$ **OU** $\{0 < c \leq 9\}$ **OU** $]0, 9]$

c) Georges oublie de manger sa collation matinale. Il devient étourdi lorsque sa concentration de sucre est inférieure à 3. Après combien de minutes cela se produit-il ? Montre ton travail.

(2 points)

$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{TRACE}}$ 5 : Intersect $c = 3$

$t = 219,17\ldots$

Il se sent étourdi après 219 minutes.

Leçon 2 : Modélisation de données à l'aide de fonctions exponentielles

1. Il y a 4 ans, les Béland ont pris leur retraite et sont partis vivre en appartement. Voici leur loyer annuel de ces 4 années.

Années depuis la retraite	0	1	2	3
Loyer ($)	9 600	9 960	10 344	10 752

a) Détermine l'équation exponentielle qui représente les données.

$y = 9595{,}43(1{,}04)^x$

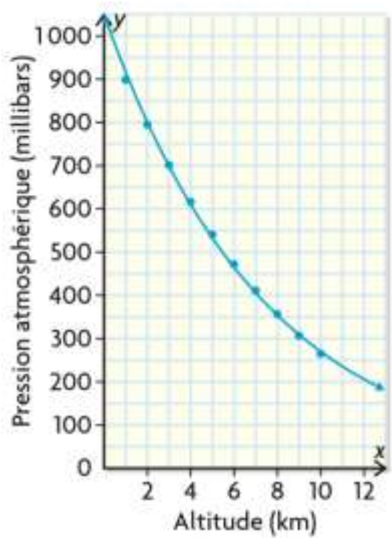
b) En supposant que le taux annuel de croissance se maintienne, prédis ce que paieront les Béland dans 10 ans. Arrondis ta réponse au dollar près.

14 001 $

2. La pression atmosphérique qui s'exerce sur un avion décroît à mesure qu'augmente l'altitude de celui-ci. Les données ci-contre montrent la pression, en millibars, qu'exerce l'atmosphère terrestre sur un objet à diverses altitudes exprimées en kilomètres.

Altitude (km)	Pression atmosphérique (millibars)
1	898,7
2	795,0
3	701,2
4	616,0
5	540,5
6	472,2
7	411,1
8	356,5
9	307,0
10	264,9

a) Représente les données par un nuage de points.



b) Détermine l'équation de la fonction de régression exponentielle qui modélise les données. Trace le graphique de la fonction.

$$y = 1\,050{,}311...(0{,}873...)^x$$

c) Estime la pression à 15 km d'altitude, au dixième de millibar près.

137,3 millibars

d) Estime, au kilomètre près, l'altitude à laquelle la pression atteint 500,0 millibars et 50,0 millibars. **5 km, 22 km**

3.

Un puits d'eau est équipé d'une pompe qui peut, au départ, extraire 300 gallons d'eau par jour. Le niveau de l'eau dans le puits commence à baisser selon la fonction :

$$\boldsymbol{E = 300\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{j}{10}}}$$

où E représente le volume d'eau, en gallons, extrait par jour et j représente le nombre de jours écoulé depuis que le niveau de l'eau a commencé à baisser.

a) Détermine le volume d'eau extrait le 100e jour après que le niveau de l'eau commence à baisser. Montre ton travail.

(2 points)

$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{TRACE}}$ 1 : value $x = 100,\ y = 32{,}21$

Le volume d'eau qui sera extrait le 100e jour sera de 32,21 gallons.

OU

$$E = 300\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{100}{10}}$$

$$= 32{,}21$$

Le volume d'eau qui sera extrait le 100e jour sera de 32,21 gallons.

b) Quel jour la pompe va-t-elle extraire pour la première fois moins de 75 gallons d'eau par jour ? Montre ton travail.

(2 points)

$Y_2 = 75$

$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{TRACE}}$ 5 : intersect $x = 62{,}13,\ y = 75$

La pompe va extraire moins de 75 gallons d'eau au 63e jour.

Leçon 3 : Caractéristiques des fonctions logarithmiques en base 10 et en base e

1.

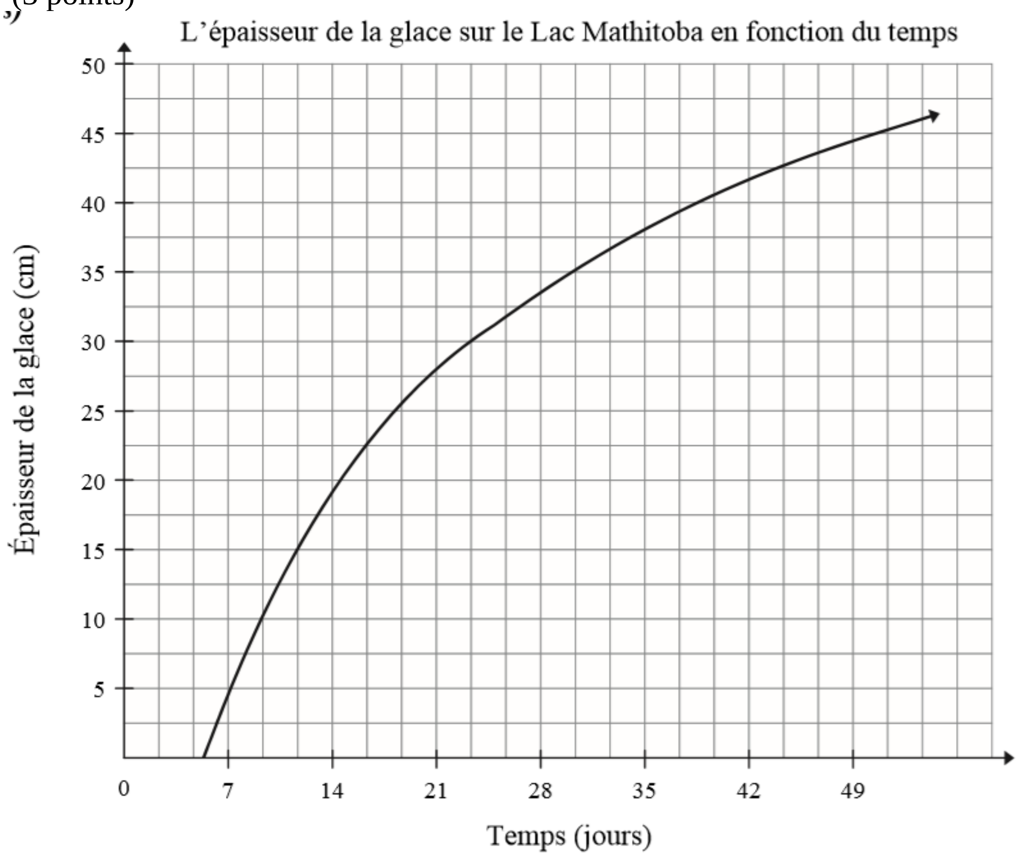
Chaque hiver on mesure l'épaisseur de la glace sur le Lac Mathitoba une fois par semaine. Les données d'une saison sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Temps (jour)	**7**	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**
Épaisseur de la glace (cm)	**5,2**	**17,4**	**26,8**	**32,4**	**37,1**	**42,6**	**44,3**

a) Détermine l'équation de régression logarithmique qui modélise ces données.
(1 point)

$$y = -35{,}84 + 20{,}62\ \ln(x)$$

b) Trace un graphique clairement étiqueté de l'équation en (a).
(3 points)



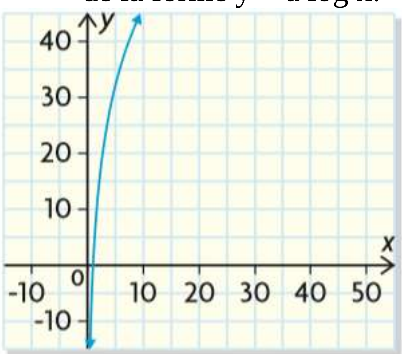
c) On considère qu'il est sécuritaire de conduire un véhicule sur la glace au-dessus d'un lac si cette glace a une épaisseur d'au moins 30 cm. Utilise ton équation en (a) pour déterminer le premier jour complet où il sera sécuritaire de conduire sur la glace. Montre ton travail.
(2 points)

$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{TRACE}}$ 5 : Intersect $y = 30$

$x = 24{,}36$

Il sera sécuritaire de conduire sur la glace le 25^{e} jour.

2. Donne trois raisons pour lesquelles le graphique suivant représente une fonction logarithmique de la forme y = a log x.



P. ex., une abscisse à l'origine, aucune ordonnée à l'origine, domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

3. Associe chaque fonction au graphique correspondant. Explique ton raisonnement.

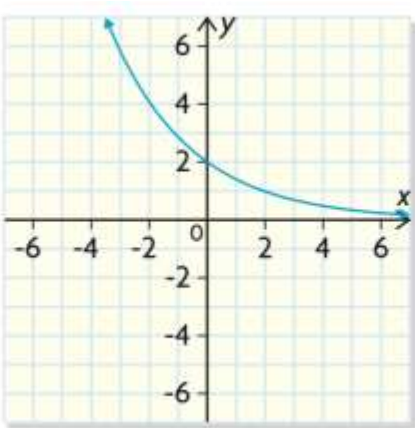
i) $y = 4{,}2 \log x$

ii) $y = -3 \log x$

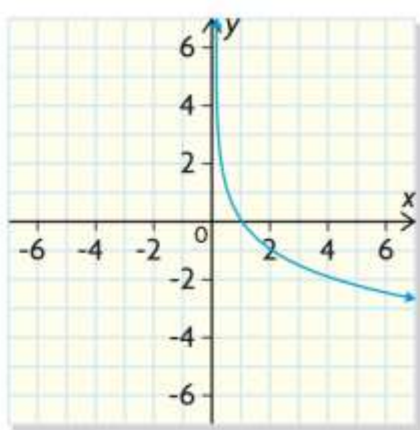
iii) $y = 6^x$

iv) $y = 2(0{,}7)^x$

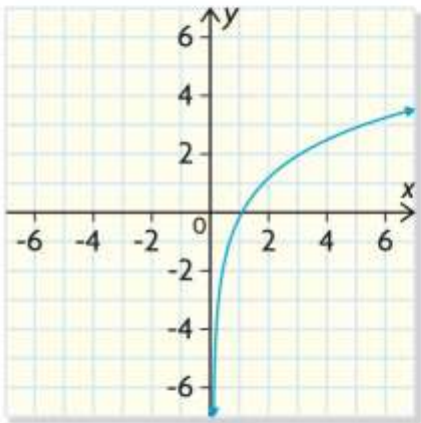
a)



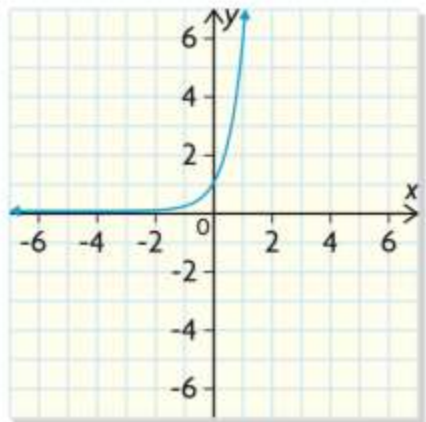
c)



b)



d)



i) b ; p. ex., l'abscisse à l'origine est 1, il n'y a aucune ordonnée à l'origine, le graphique s'étend du quadrant IV au quadrant I.

ii) c ; p. ex., l'abscisse à l'origine est 1, il n'y a aucune ordonnée à l'origine, le graphique s'étend du quadrant I au quadrant IV.

iii) d ; p. ex., il n'y a aucune abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine est 1, le graphique s'étend du quadrant II au quadrant I.

iv) a ; p. ex., il n'y a aucune abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine est 2, le graphique s'étend du quadrant II au quadrant I.

Leçon 4 : Modélisation de données à l'aide de fonctions logarithmiques

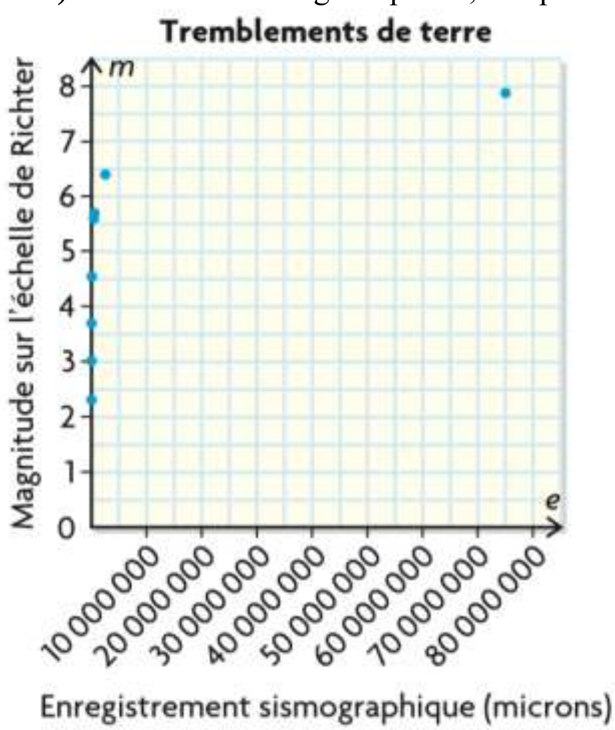
1. Un sismographe reproduit l'amplitude des vibrations lors d'un séisme en enregistrant la déviation d'une aiguille en microns $\left(\frac{1}{1000} mm\right)$. Les données ci-dessous proviennent de l'enregistrement d'un tremblement de terre et de ses nombreuses répliques. Il a été effectué par un sismographe situé à 100 km du séisme.

Enregistrement sismographique *e* (microns)	Magnitude *m* sur l'échelle de Richter
75 023 200	7,88
2 500 010	6,40
500 320	5,70
400 250	5,60
35 400	4,55
5 005	3,70
1 053	3,02
206	2,31

a) Identifie la variable indépendante et la variable dépendante.

Variable indépendante : enregistrement sismographique(e) ;
Variable dépendante : magnitude (m)

b) À l'aide d'un nuage de points, compare la magnitude du tremblement de terre avec son enregistrement par un sismographe.



c) Détermine l'équation de régression logarithmique modélisant les données de la table.

m = 20,006... 1 0,434... ln e

d) Combien de fois un séisme de magnitude 5,7 est-il plus intense qu'un séisme de magnitude 4,5?

Environ 15,8 fois plus intense.