

Pratique :

1) Complète le carré des fonctions quadratiques générales et détermine le sommet ainsi que le maximum ou minimum.

a) $y = x^2 + 8x - 7$

$$\begin{aligned}y &= (x^2 + 8x) - 7 \\y &= (x^2 + 8x + (\frac{8}{2})^2) - 7 - (\frac{8}{2})^2 \\y &= (x^2 + 8x + 16) - 7 - 16 \\y &= (x + 4)^2 - 23 \\S(-4, -23) \\ \text{min. } y &= -23\end{aligned}$$

b) $y = 2x^2 - 20x$

$$\begin{aligned}y &= (2x^2 - 20x) \\y &= 2(x^2 - 10x) \\y &= 2(x^2 - 10x + (\frac{-10}{2})^2) - 2(\frac{-10}{2})^2 \\y &= 2(x^2 - 10x + 25) - 50 \\y &= 2(x - 5)^2 - 50 \\S(5, -50) \quad \text{min } y &= -50\end{aligned}$$

c) $y = -3x^2 - 18x - 24$

$$\begin{aligned}y &= (-3x^2 - 18x) - 24 \\y &= -3(x^2 + 6x) - 24 \\y &= -3(x^2 + 6x + (\frac{6}{2})^2) - 24 + 3(\frac{6}{2})^2 \\y &= -3(x^2 + 6x + 9) - 24 + 27 \\y &= -3(x + 3)^2 + 3 \\S(-3, 3) \quad \text{max. } y &= 3\end{aligned}$$

d) $y = 4x^2 - 28x - 23$

$$\begin{aligned}y &= (4x^2 - 28x) - 23 \\y &= 4(x^2 - 7x) - 23 \\y &= 4(x^2 - 7x + (\frac{-7}{2})^2) - 23 - 4(\frac{-7}{2})^2 \\y &= 4(x^2 - 7x + \frac{49}{4}) - 23 - 49 \\y &= 4(x - \frac{7}{2})^2 - 72 \\S(\frac{7}{2}, -72) \quad \text{min. } y &= -72\end{aligned}$$