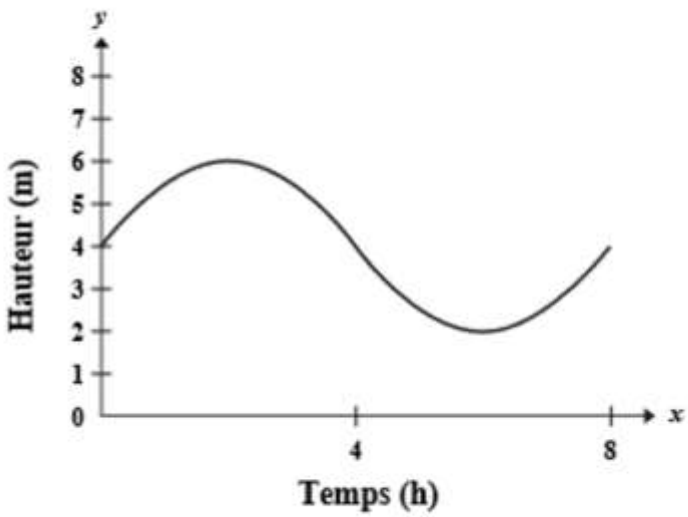
Fonction Sinusoidale : Leçon 1 : Explorer les caractéristiques des fonctions sinusoïdales

1. Quelle est la valeur minimale de la fonction sinusoïdale suivante ?

$y = 12\sin(8{,}37x) + 36$

A) 12 **B) 24** C) 36 D) 48

2. Utilise le graphique ci-dessous pour répondre à la question suivante et choisis la meilleure réponse.



Lequel des énoncés ci-après est vrai ?

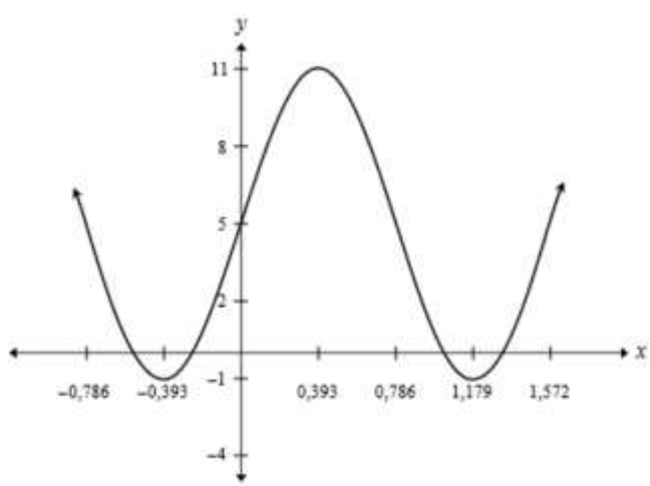
A. L'amplitude de la fonction est de 2.

B. La période de la fonction est de 4.

C. L'équation de la droite médiane est y = 2.

D. Le domaine de la fonction est $[2, 6]$

3. Utilise le graphique ci-dessous pour répondre à la question suivante et choisis la meilleure réponse.



Quelle équation le graphique représente-t-il ?

A. $y = 6\sin(4x) + 5$

B. $y = 12\sin(4x) + 5$

C. $y = -6\sin(4x) + 5$

D. $y = -12\sin(4x) + 5$

4. Laquelle des fonctions sinusoïdales suivantes a une période de 10 ?

A) $y = 6{,}28\sin(1{,}59x)$ B) $y = 1{,}59\sin(6{,}28x)$

C) $y = 0{,}628 \sin (10x)$ **D) $y = 10 \sin(0{,}628x)$**

5. Laquelle des fonctions sinusoïdales suivantes a une valeur minimale de 5 ?

A) y = 3sin(x) + 8 B) y = 5sin(x)

C) y = 7sin(x) – 2 D) y = 7sin(x) + 5

6. Laquelle des équations sinusoïdales suivantes a une période de 0,5 ?

A) y = 2,48 sin(12,56x – 3,32) + 9,81 B) y = 2,48sin(6,28x – 3,32) + 9,81

C) y = 2,48sin(3,14x – 3,32) + 9,81 D) y = 2,48sin(0,50x – 3,32) + 9,81

7. On trouve deux grandes roues au carnaval. La première tourne suivant l'équation y = 10sin(0,105x – 1,571) + 11 et la seconde tourne suivant l'équation y = 4sin(0,262x – 1,571) + 5 (où x est mesuré en secondes et y est mesuré en mètres).

a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la première grande roue ?

Hauteur maximale = 21

b) Combien faut-il de temps pour que la seconde grande roue fasse un tour complet ? Montre comment tu es arrivé à ta réponse.

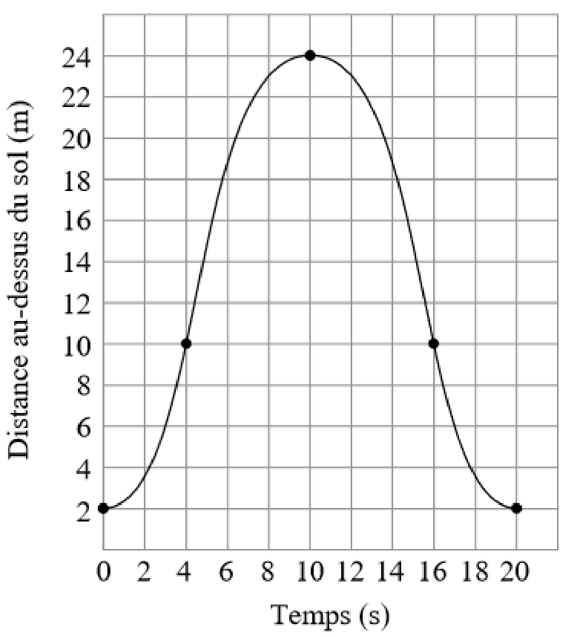
$$\boldsymbol{période\ 2e\ roue = \frac{2\pi}{0,262} = 23,98\ secondes}$$

c) Monter sur l'une ou l'autre des grandes roues coûte 3,00 $ et dure environ 5 minutes. Compare les deux manèges pour déterminer lequel tu préfèrerais prendre. Utilise des données périodiques pour soutenir/expliquer ton choix.

$$\boldsymbol{période\ 1e\ roue = \frac{2\pi}{0,105} = 59,84\ secones}$$

La deuxième fait un tour plus vite, alors tu pourrais faire plus de tour dans 5 minutes.

8. Le graphique ci-dessous représente une rotation complète d'une grande roue.



a) Détermine le diamètre de cette grande roue. (1 point)

Rayon = amplitude = $\boldsymbol{\frac{24-2}{2} = 11\ m}$ **d = 22 m**

b) Détermine la hauteur maximale que la roue peut atteindre.

Hauteur maximale = 24 m

c) Détermine la hauteur que les passagers embarquent.

Les passagers embarquent à 2 m

d) Dans cette situation, explique pourquoi la valeur minimale doit être supérieure à 0.

La grande roue ne peut pas toucher à 0 m, autrement il ne peut pas tourner.

9. La hauteur d'une nacelle de roue foraine est décrite par la fonction

$$h(t) = 15\cos\left(t - \frac{1}{2}\right) + 18$$

où h(t) représente la hauteur de la nacelle en mètres et t représente le temps en minutes.

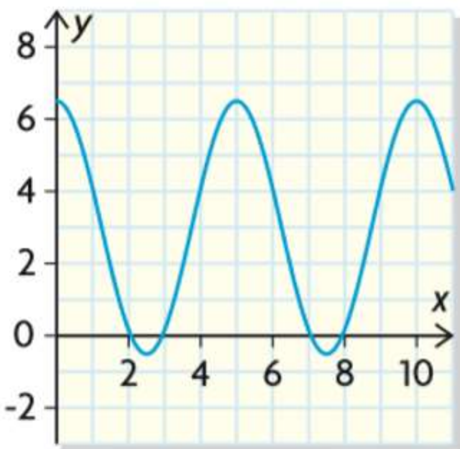
a) Quelles sont les hauteurs maximale et minimale que tu peux atteindre si tu montes dans une nacelle de cette roue ?

Hauteur maximale = 33 m
Hauteur minimale = 3 m

b) Quelle est la période de la fonction ? Que t'apprend la période au sujet de la roue foraine dans ce contexte ?

Période = 6,28 minutes

10. Détermine l'image, l'amplitude, l'équation de la droite médiane et la période du graphique.



L'image : **[-0,5 ; 6,5]**

Amplitude : **(6,5 – (-0,5))/2 = 3,5**

Droite médiane : **(6,5 + (-0,5))/2 = 3**

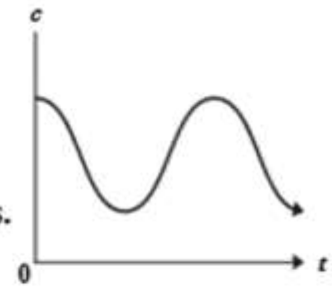
Période : **5**

Leçon 2 : Trace les graphiques des fonctions sinusoïdales

1. Un certain médicament détruit les cellules malades dans le corps d'une personne. Le nombre de cellules malades baisse pendant un court temps après avoir administré une dose du médicament et augmente ensuite. Cette situation varie de façon sinusoïdale et est modélisée par l'équation suivante :

$$c = 350 \sin(3{,}14t + 1{,}57) + 650$$

où t représente le temps (en semaines) et c représente le nombre de cellules malades.



a) Si la dose initiale du médicament est administrée à t = 0, quand administre-t-on la deuxième dose ?

(1 point)

Après 2 semaines.

b) Quelle est l'image de cette fonction ?

(1 point)

$$[300, 1\,000]$$

$$\{300 \leq c \leq 1\,000\}$$

L'image est de 300 à 1 000.

c) Un patient déclare qu'il se sent bien quand le nombre de ses cellules malades est inférieure à 500. À t = 2,5 semaines, le patient se sentira-t-il bien ? Montre ton travail.

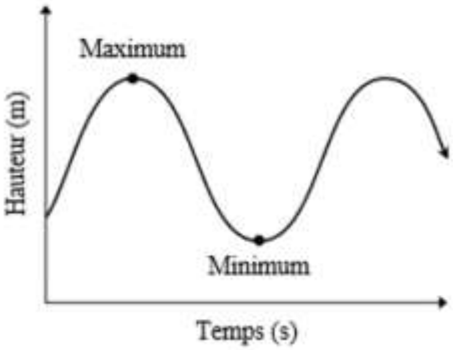
(2 points)

$\boxed{\text{TRACE}}$ $t = 2{,}5$

$c = 651{,}672\ 28\ldots$

Non, le patient ne se sentira pas bien étant donné que le nombre de ses cellules malades sera supérieur à 500.

2. Quand on saute à la corde, le centre de la corde atteint une hauteur maximale de 1,90 m après 0,38 s et une hauteur minimale de 0,08 m après 0,88 s.



Pour la fonction sinusoïdale qui modélise la hauteur au centre de la corde en fonction du temps,

a) Détermine la période.
(1 point)

$$\text{moitié de la période} = 0,88 - 0,38 = 0,50$$
$$\therefore \text{période} = 0,50 \times 2 = 1,00$$

La période est de 1,00 s.

b) Détermine la hauteur médiane.
(1 point)

$$\begin{aligned}\text{hauteur médiane} &= \frac{\text{hauteur maximale} + \text{hauteur minimale}}{2}\\ &= \frac{1,90 + 0,08}{2}\\ &= \frac{1,98}{2}\\ &= 0,99\end{aligned}$$

La hauteur médiane est de 0,99 m.

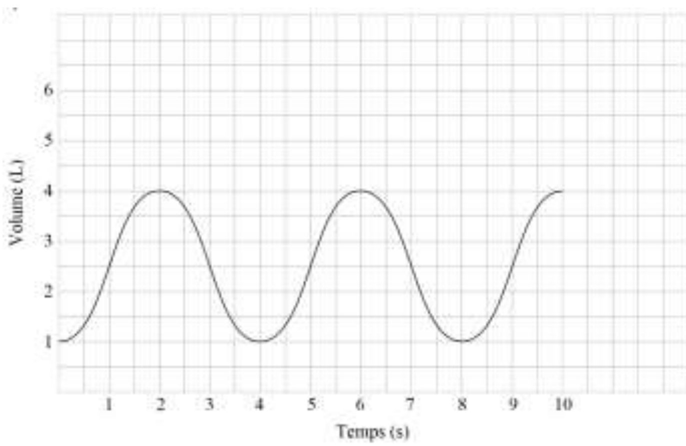
3. Le volume d'air dans les poumons varie avec le temps quand les personnes inspirent et expirent. Le volume d'air dans les poumons d'une personne qui dort est modelé par l'équation sinusoïdale suivante.

$$y = 1,5\sin(1,57x - 1,57) + 2,5$$

où x est le temps en secondes et
y est le volume d'air en litres.

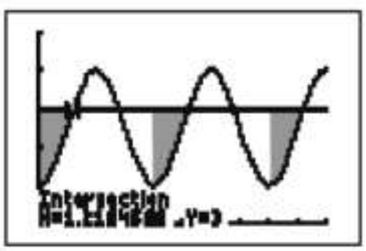
a) Trace un graphique clairement étiqueté qui représente le volume d'air dans les poumons d'une personne qui dort sur une période d'au moins 10 secondes. Indique les valeurs maximale et minimale.

Volume maximale = 4 litres **Volume minimale = 1 litres**



b) Quand une personne qui dort expire, le volume atteint sa valeur minimale. Quand une personne inspire, elle ronfle jusqu'à ce que le volume atteigne 3 litres.

En utilisant l'équation sinusoïdale, détermine la durée totale de temps qu'une personne ronflera durant les 10 premières secondes. Montre ton travail et indique ta réponse à 2 décimales près.



1,22 x 3 = 3,66 secondes

Elle ronflera pendant 3,66 secondes.

4. Un ballon qui flotte sur l'océan monte et descend par rapport au fond de l'océan en fonction du mouvement des vagues. Le mouvement du ballon peut être représenté par l'équation suivante :

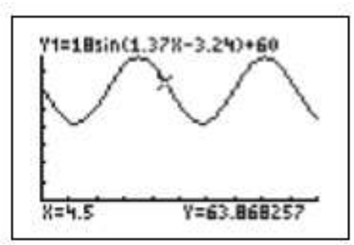
$$y = 18\sin(1,37x - 3,24) + 60$$

où y est la distance (en pouces) entre le ballon et le fond de l'océan et x est le temps (en secondes).

a) Quelle est la distance maximale entre le ballon et le fond de l'océan ?
(1 point)

60 + 18 = 78 pouces

b) Quelle sera la distance entre le ballon et le fond de l'océan après 4,5 secondes ? Indique ta réponse à 2 décimales près.
(1 point)



La distance sera 63,87 pouces.

Leçon 3 : Modélisation de données à l'aide de fonctions sinusoïdales

1. Durant une expérience de physique, Carol tenait un poids attaché à un ressort, puis laissait tomber le poids. La hauteur du poids au-dessus d'une table est montrée ci-dessous.

Temps (s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
Hauteur (po)	5	11	17	11	5	11	17	11	5

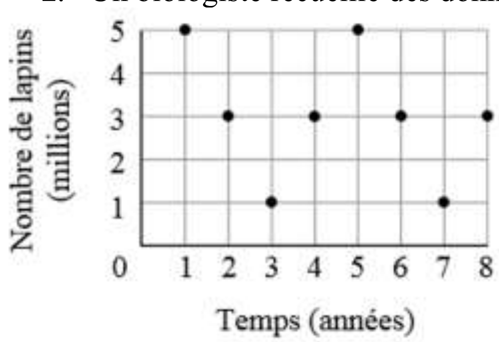
a) Détermine une équation de régression sinusoïdale qui modélise les données.

y = 6sin($\pi x - 1,57$) + 11

b) Après 0,75 s, quelle hauteur le poids a-t-il atteinte au-dessus de la table ? Après 5,3 s, quelle hauteur le poids a-t-il atteinte ? Arrondis tes réponses au dixième près.

15,2 po et 14,5 po

2. Un biologiste recueille des données sur une population de lapins tel qu'indiqué ci-dessous.



Laquelle des équations suivantes représente le mieux ces données ?

A) y = -3sin(1,57x) + 2

B) y = -2sin(1,57x) + 3

C) y = 2sin(1,57x) + 3

D) y = 3sin(1,57x) + 2

3. Les données suivantes montrent la variation du niveau de l'eau causée par la marée à Qualicum Beach (Colombie-Britannique) pour une journée donnée.

Temps (heures)	1	3	5	9	11,5
Profondeur (mètres)	2,3	4,7	5,3	1,3	0,6

a) Trouve l'équation de la courbe sinusoïdale la mieux ajustée qui correspond à ces données. (1 point)

y = 2,50sin(0,51x – 7,4)+ 2,90

4. Durant un cours, on te demande de réaliser une expérience à l'aide d'un ressort. Tu attaches une masse au bout du ressort et enregistres les données suivantes :

Temps (s)	0,30	1,05	1,80	2,55	3,30
Distance entre la masse et le sol (cm)	60	50	40	50	60

a) Détermine l'équation sinusoïdale pour cette situation.
(1 point)

$y = 10\sin(2{,}09x + 0{,}94) + 50$

b) Quelle sera la distance entre la masse et le sol à 5 secondes ? Montre ton travail.
(2 points)
2nd TRACE, value, $x = 5$ $y = 40{,}86$ 40,86 cm

c) Quand la masse sera-t-elle à 60 cm du sol pour la 5^{e} fois ?
(1 point)

1er fois c'est à 0,30, 2^{e} fois c'est à 3,30 donc la période est 3,0 s
Alors la 5^{e} fois sera 12,30 s.

5. Janelle et Justin décident de prendre une pause pendant qu'ils se préparent pour leur test de Mathématiques appliquées. Puisque Janelle a un trampoline dans sa cour, ils décident d'aller sauter. Lorsque Janelle est en train de sauter, Justin se souvient du chapitre sur les fonctions périodiques et note que :

- Lorsque Janelle saute, sa hauteur minimale est de 3 pieds au-dessus du sol.
- Sa hauteur maximale est de 11pieds plus élevée que sa hauteur minimale.
- Elle atteint sa hauteur maximale chaque 1,5 seconde.

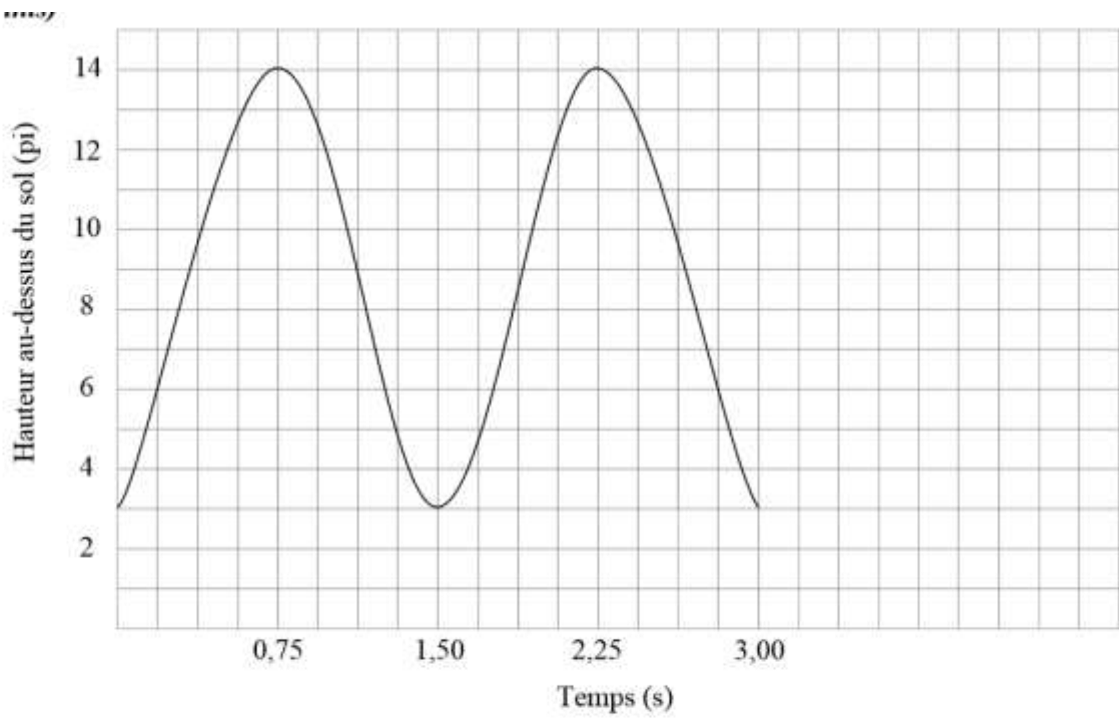
a) Détermine une équation sinusoïdale qui représente la hauteur (en pieds) de Janelle au-dessus du sol en fonction du temps. Explique comment tu es arrivé à ta réponse. Indique les valerus entrées si tu utilises la technologie.

Temps (s)	**0**	**0,375**	**0,75**	**1,125**	**1,5**	**1,875**	**2,25**
Hauteur (cm)	**3**	**8,5**	**14**	**8,5**	**3**	**8,5**	**14**

STAT, Edit, insère les valeurs de temps pour L1 et insère les valeurs de hauteur pour L2.
STAT, CALC, SinReg, L1, L2, VARS, Y-VARS, Function, Y1, entrer

$y = 5{,}5\sin(4{,}19x – 1{,}57) + 8{,}5$

b) En utilisant ton équation en (a), détermine quand Janelle atteindra une hauteur de 10 pieds au-dessus du sol pour la première fois. Explique comment tu es arrivé à ta réponse. Énonce ta réponse à 2 décimales près.
(2 points)



y2 = 10 2nd TRACE, intersect x = 0,44 y = 10
Janelle atteint une hauteur de 10 pieds pour la première fois à 0,44 seconde.