Mathématique
Pré-Calcul 40S

Pratique et Devoir de Classe
Fonction Exponentielle et Logarithmique

Nom :

Table des matières

Les Identités Trigonométriques

Pratique de Classe

Pratique Leçon 1 : Les Identités inverses, les identités des quotients, l'identité de Pythagore et leurs valeurs non permises

1. a) Détermine les valeurs non permises, en degrés et radians, dans **l'équation**

$$cotanx = \frac{cosx}{sinx}$$

b) Vérifie que x = 45^o et x = $\frac{\pi}{6}$ sont des solutions de l'équation.

2. a) Détermine les valeurs non permises pour [0, 2π] dans l'expression :

$$\frac{sec\theta}{tan\theta}$$

b) Simplifie l'expression.

3. a) Simplifier l'identité pour le prouver.

$\mathbf{1 + tan^2x = sec^2x}$

b) Vérifie numériquement que l'équation $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ est vraie lorsque $x = \frac{3\pi}{4}$.

Pratique Leçon 2 : Les identités de la somme, de la différence et de l'angle double

1. Évalue.

a) $\cos 40^{\circ} \cos 50^{\circ} - \sin 40^{\circ} \sin 50^{\circ}$

b) $\sin\frac{5\pi}{14}\cos\frac{9\pi}{14} + \cos\frac{5\pi}{14}\sin\frac{9\pi}{14}$

c) $1 - 2\sin^2 30^{\circ}$

d) $2\cos^2 90^{\circ} - 1$

e) $4\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$

2. Détermine la valeur exacte de chaque expression.

a) $\cos 165^{\circ}$

b) $\tan \frac{11\pi}{12}$

3.

Soit $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$ et $\cos \beta = \frac{-5}{13}$ où α et β se trouvent dans le troisième quadrant.

a. Trouve les coordonnées de $P(\alpha - \beta)$.

b. Dans quel quadrant se trouve le côté terminal de $(\alpha - \beta)$?

Pratique Leçon 3 : Démontrer des identités

1.

a) Détermine les valeurs non permises de $\frac{\tan x \cos x}{\operatorname{cosec} x} = 1 - \cos^2 x$.

b) Vérifie que l'équation peut être une identité, soit graphiquement à l'aide de la technologie, soit en remplaçant x par une valeur.

c) Démontre que l'identité est vraie pour toute valeur permise.

2.

Démontre que $\frac{\sin 2x}{\cos 2x + 1} = \tan x$ pour toute valeur permise de x.

3.

Démontre que $\frac{1}{1 + \sin x} = \frac{\sec x - \sin x \sec x}{\cos x}$ pour toutes les valeurs permises de x.

4.

Démontre que $\frac{\sin 2x - \cos x}{4 \sin^2 x - 1} = \frac{\sin^2 x \cos x + \cos^3 x}{2 \sin x + 1}$ pour toutes les valeurs permises de x.

Pratique Leçon 4 : Résoudre des équations trigonométriques à l'aide d'identités

1.

Résous algébriquement chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x < 2\pi$.

a) $\sin 2x - \cos x = 0$

b) $2 \cos x + 1 - \sin^2 x = 3$

2.

Résous algébriquement l'équation $\sin^2 x = \frac{1}{2} \tan x \cos x$ pour $0° \leq x < 360°$.

3\.

Résous algébriquement l'équation $\cos 2x = \cos x$. Indique la ou les solutions générales, exprimées en radians.

4\.

Résous algébriquement $3 \cos x + 2 = 5 \sec x$. Indique les solutions générales, exprimées en radians.

Devoir Identité Trigonométriques

1. Simplifie l'expression suivante :

$$cos^2x(1 + \ cot^2x)$$

a) sin^2x b) cos^2x c) cot^2x d) sec^2x

2. L'expression (cotθ)(secθ) est équivalent à :

a) cscθ b) sinθ c) $\frac{cos\theta}{sin^2\theta}$ d) $\frac{sin\theta}{cos^2\theta}$

3.

L'expression $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$ est équivalente à :

a) secθ b) cscθ
c) $1 -$ tanθ d) cotθ

4.

Exprime $\dfrac{\csc\theta}{\cot\theta}$ sous forme d'une expression trigonométrique simple.

5.

Exprime $\dfrac{\cot\theta}{\csc\theta}$ en termes d'une fonction trigonométrique unique.

6.

a) Exprime $\dfrac{\csc^2\theta - 1}{1 - \sin^2\theta}$ en termes de $\csc\theta$ uniquement.

Simplifie complètement ta réponse.

b) Détermine la valeur exacte de l'expression ci-dessus si $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

7.

Détermine toutes les valeurs non permises de θ dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \csc\theta + \cot\theta$$

Explique ton raisonnement.

8.

Une valeur non permise de x pour la fonction $f(x) = \dfrac{1}{\cos x + 1}$ est :

a) -1 b) 0 c) π d) $\frac{3\pi}{2}$

9.

Identifie une valeur non permise de x pour l'expression $\dfrac{1}{\cos 2x}$.

a) 0 b) $\dfrac{\pi}{4}$ c) $\dfrac{\pi}{2}$ d) π

10.

Dans l'intervalle $0 \leq \theta < 2\pi$, identifie les valeurs non permises de θ pour l'identité trigonométrique :

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

11.

Dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, détermine les valeurs non permises de θ dans l'expression $\csc\theta(\cos\theta + 1)$.

12.

a) Vérifie que l'équation $\frac{1-\sin^2 x}{\cos x} = \frac{\sin 2x}{2\sin x}$ est vraie pour $x = \frac{\pi}{3}$.

Membre de gauche	Membre de droite

b) Explique pourquoi vérifier l'équation pour $x = \frac{\pi}{3}$, ne suffit pas pour conclure que l'équation est une identité.

13. Évalue

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right)-\cot\left(\frac{\pi}{6}\right)\tan(4\pi)$$

14. Trouve les valeurs exactes.

a) $\cos 33^o \cos 27^o - \sin 33^o \sin 27^o$

b) $\cos\frac{17\pi}{12}\cos\frac{2\pi}{12}+\sin\frac{17\pi}{12}\sin\frac{2\pi}{12}$

15. Trouve la valeur exacte de $\cos^2 75^o - \sin^2 75^o$.

16. L'expression $1 - 2\sin^2 70^o$ est équivalent à :

a) $\cos 35^o$ b) $\sin 35^o$ c) $\cos 140^o$ d) $\sin 140^o$

17. Évalue les expressions :

a) $\sin 45^o \cos 15^o - \cos 45^o \sin 15^o$

b) $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{2\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{2\pi}{12}$

18. Détermine la valeur exacte de :

$$\frac{\tan 70^\circ - \tan 10^\circ}{1 + \tan 70^\circ \tan 10^\circ}$$

19. Trouve la valeur exacte de :

a)

$$\cos\frac{17\pi}{12}$$

b)

$$\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right).$$

20. Trouve la valeur exacte de :

a)

$$\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

b)

$$\tan\left(-\frac{23\pi}{12}\right)$$

21. Détermine la valeur exacte de :

a)

$$4\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$$

b)

$\sin\frac{13\pi}{12}$

c)

$$\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) =$$

22.

Évalue :

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) 1

d) $\sqrt{2}$

23.

Étant donné que $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, où α se trouve dans le quadrant II, et que $\cos\beta = -\frac{5}{13}$, où β se trouve dans le quadrant III,

a) trouve la valeur exacte de $\tan(\alpha - \beta)$.

b) trouve la valeur exacte de $\cot(\alpha - \beta)$.

24.

Si $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ où α se trouve dans quadrant I et $\cos\beta = \dfrac{2}{5}$ où β se trouve dans quadrant IV, trouve :

a) $\cos(\alpha - \beta)$

b) $\sin(2\alpha)$

25.

Étant donné que $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$, où α se trouve dans le premier quadrant, et que $\sec\beta = \dfrac{7}{4}$, où β se trouve dans le quatrième quadrant, détermine la valeur exacte de $\sin(\alpha + \beta)$.

26.

Étant donné que $\cos\alpha = \dfrac{3}{4}$ et que $\sin\alpha < 0$, trouve la valeur exacte de $\tan(2\alpha)$.

27.

Si $\cos \alpha = \dfrac{5}{13}$ et $\tan \beta = \dfrac{3}{4}$ et que α et β ne se trouvent pas dans le 1er quadrant, trouve $\tan(\alpha - \beta)$.

b) trouve la valeur exacte de $\cot(\alpha - \beta)$.

28.

Étant donné que $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, où α se trouve dans le quadrant II, et que $\cos\beta = \frac{2}{5}$, où β se trouve dans le quadrant IV, trouve la valeur exacte de :

a) $\cos(\alpha + \beta)$

b) $\sin 2\alpha$

29.

Étant donné que $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ et que $\csc\beta = -3$, où α et β se terminent dans le quadrant III, calcule la valeur exacte de $\sin(\alpha - \beta)$

30.

Donne un exemple en utilisant des valeurs de A et B, en degrés ou en radians, pour vérifier que $\cos(A + B) = \cos A + \cos B$ **n'est pas** une identité.

Membre de gauche	Membre de droite

31.

Étant donné $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, α se trouvant dans le quadrant IV, et $\cos\beta = -\frac{2}{3}$, β se trouvant dans le quadrant II, détermine la valeur exacte de $\sin(\alpha - \beta)$.

32. Prouve les identités suivantes :

a)

$$\cot\theta + \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = (\csc\theta)(\sec\theta)$$

Membre de gauche	Membre de droite

b)

$$\frac{2}{1-\tan^2\theta}=\frac{2-2\sin^2\theta}{\cos 2\theta}$$

Membre de gauche	Membre de droite

c)

$$\frac{1+\cos 2x}{\sin 2x} = \cot x$$

Membre de gauche	Membre de droite

d)

$$\sin x + \cot x \cos x = \csc x$$

Membre de gauche	Membre de droite

e)

$$\frac{\tan\theta + \cot\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$$

Membre de gauche	Membre de droite

f)

$$\frac{\sin^2 x}{\sec x + 1} = \cos x - \cos^2 x$$

Membre de gauche	Membre de droite

33.

a) Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de θ.

$$\frac{1+2\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta + 3$$

Membre de gauche	Membre de droite

b) Détermine toutes les valeurs non permises de θ.

34. Prouve les identités suivantes pour les valeurs permises :

a)

$$\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \cos 2\theta$$

Membre de gauche	Membre de droite

b)

$$\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x} = \sin 2x$$

Membre de gauche	Membre de droite

c)

$$\frac{\tan\theta + \cot\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$$

Membre de gauche	Membre de droite

35.

Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de θ.

$$\frac{1}{1+\cos\theta} = \csc^2\theta - \frac{\cot\theta}{\sin\theta}$$

Membre de gauche	Membre de droite

36.

Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de x.

$$\sec x + \tan x = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

Membre de gauche	Membre de droite

37.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $\left[0,\ 2\pi\right]$.

$$3\sin^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$$

Écris tes réponses sous forme de valeurs exactes ou à 3 décimales près.

38.

Résous l'équation suivante dans laquelle $\theta \in \mathbb{R}$.

$$\cos 2\theta = -\frac{3}{4}$$

Donne la solution générale en radians à 3 décimales près.

39.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

$$\sec^2\theta - \tan\theta = 1$$

40.

Détermine une valeur possible pour θ qui satisfait l'équation ci-dessous.

$$\cos\theta = \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) - 1$$

41.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

$$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exprime tes réponses sous forme de valeurs exactes.

42.

a) Résous l'équation suivante où $\theta \in \mathbb{R}$.

$$\sin 3\theta = \frac{1}{2}$$

Exprime tes réponses en radians.

b) Combien de solutions y a-t-il pour $\sin 3\theta = \frac{1}{2}$ dans l'intervalle $[0, 4\pi]$?

43.

Résous l'équation suivante algébriquement où $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

$$2\sin^2\theta + 5\cos\theta + 1 = 0$$

44. Résous l'équation suivante algébriquement où $[-180^0, 360^0]$

sin2x + sinx = 0

45.

Explique l'erreur qui a été faite en résolvant l'équation suivante :

$\sin 2\theta = \cos \theta \mathcal{L}$ où $\theta \in \mathbb{R}$

$$\sin 2\theta = \cos\theta$$
$$2\sin\theta\cos\theta = \cos\theta$$
$$\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta}$$
$$2\sin\theta = 1$$
$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$
$$\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi,\ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

46.

Résous l'équation suivante algébriquement pour x, où $0 \leq x \leq 2\pi$.

$$2\cos^2 x = -3\sin x$$

47.

Résous algébriquement l'équation suivante dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

$$\cos 2\theta - 3\sin\theta - 2 = 0$$