

# Pré-Calcul 40S

Enseignante :

Mme. Layton

Nom de l'élève :

---



**Pratique et Devoir  
d'Unité :**

Les Fonctions Circulaires

# Les Fonctions Circulaires (le cercle unitaire)

## Pratique

### **Leçon 1 : Les angles et leurs mesures** **p. 3**

- Convertir les degrés/radians
- Les angles coterminaux
- La forme générale
- La longueur d'un arc de cercle

### **Leçon 2 : Le Cercle Unitaire** **p. 4**

- Les Coordonnées d'un cercle unitaire
- Les Multiples des angles de référence sur le cercle unitaire
- Les Coordonnées des angles de référence
- Les angles inconnus et les valeurs exactes

### **Leçon 3 : Les Rapports Trigonométriques** **p. 5-6**

- Les Rapports trigonométriques inverses
- La Valeur exacte de rapport trigonométrique
- La Valeur approximative de rapports trigonométrique
- Déterminer les angles à partir des rapports
- Les rapports trigonométriques pas sur le cercle unitaire

### **Leçon 4 : Une introduction aux équations Trigonométriques** **p. 7-8**

- Isoler les fonctions trigonométriques et résoudre
- La Résolution par le regroupement des termes semblables
- La Résolution par factorisation
- La Résolution et la Solution Générale
- La Résolution par la substitution
- La Résolution avec la formule quadratique

### **Devoir Fonctions Circulaires** **p. 9 - 22**

# Pratique Fonctions Circulaires Leçon 1

1. Trace chaque angle en position standard. Convertis les degrés en radians et les radians en degrés. Donne les mesures sous forme exacte et sous forme approximative (si nécessaire) au millième d'unité près.

a) 2,1      b) 5,8      c)  $\frac{7\pi}{6}$       d) -1,7      e)  $-\frac{2\pi}{3}$       f)  $\frac{15\pi}{7}$       g)  $\frac{-17\pi}{9}$

2. Pour chaque angle en position standard, détermine la mesure d'un angle positif et d'un angle négatif ayant le même côté terminal.

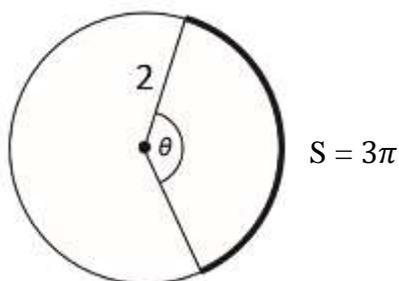
a)  $270^\circ$       b)  $-\frac{5\pi}{4}$       c)  $740^\circ$       d)  $\frac{11\pi}{5}$

3. Écris sous forme générale la mesure des angles ayant le même côté terminal que l'angle donné. Indique les angles coterminaux dans l'intervalle  $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  ou  $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .

a)  $-500^\circ$       b)  $650^\circ$       c)  $\frac{9\pi}{4}$       d)  $\frac{11\pi}{6}$

4. Une pizza de 15 pouces de diamètre est divisée en parts égales chacune ayant un angle au centre de  $36^\circ$ . Détermine la longueur de la croûte extérieure d'un morceau de pizza.

5. Détermine la mesure de l'angle en degré.



## Pratique Fonctions Circulaires Leçon 2

1. Détermine la coordonnée manquant de tous les points du cercle unitaire qui satisfont la ou les conditions données. Fais un schéma et indique le ou les quadrants dans lesquels les points se situent.

a)  $(-\frac{5}{8}, y)$

b)  $(x, \frac{5}{13})$ , situé dans le quadrant II

2. Détermine si les points se trouve sur le cercle unitaire

a)  $(\frac{5}{13}, \frac{-12}{13})$

b)  $(\frac{\sqrt{5}}{8}, \frac{7}{8})$

3. Détermine solutions générales pour les valeurs exactes suivantes.

$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\sin\theta = \frac{-1}{2}$

c)  $\cos\theta = \frac{1}{2}$

d)  $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Détermine les valeurs exactes pour les fonctions suivantes. (Évalue)

a)  $\tan \frac{7\pi}{4}$

b)  $\tan \frac{7\pi}{6}$

c)  $\tan \frac{5\pi}{3}$

d)  $\sin \frac{4\pi}{3}$

e)  $\cos \frac{5\pi}{6}$

5. Détermine les coordonnées pour les angles suivantes.

a)  $P(\frac{3\pi}{4})$

b)  $P(\frac{19\pi}{6})$

c)  $P(\frac{-10\pi}{3})$

d)  $P(\frac{5\pi}{4})$

e)  $P(\frac{5\pi}{6})$

## Pratique Fonctions Circulaires Leçon 3

1. Le point  $B \left( -\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)$  se trouve à l'intersection du cercle unitaire et du côté terminal d'un angle  $\theta$  en position standard.

a) Fais un schéma qui représente la situation.

b) Détermine la valeur des six rapports trigonométriques de  $\theta$ . Exprime tes réponses sous forme irréductible.

2. Le point  $D(-5, -12)$  se situe sur le côté terminal d'un angle  $\theta$  en position standard. Quelle est la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique de  $\theta$  ?

3. Détermine la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique.

- a)  $\tan \frac{\pi}{2}$                       b)  $\operatorname{cosec} \frac{7\pi}{6}$                       c)  $\sin(-300^\circ)$                       d)  $\sec 60^\circ$

4. Quelle est la valeur approximative de chaque rapport trigonométrique ? Arrondis tes réponses au dix-milième près. Justifie le signe de chaque réponse.

- a)  $\sin 1,92$                       b)  $\tan(-500^\circ)$                       c)  $\sec 85,4^\circ$                       d)  $\cotan 3$

5. Détermine la mesure de tous les angles qui satisfont les conditions données. Inclus des schémas.

a)  $\cos\theta = 0,843$  et  $-360^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .

Donne les mesures exactes.

b)  $\sin\theta = 0$  et  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .

Donne les mesures exactes.

c)  $\cotan\theta = -2.777$  et  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ .

Indique tes réponses à 3 décimales près.

d)  $\operatorname{cosec}\theta = -\frac{2}{\sqrt{2}}$  et  $-2\pi \leq \theta \leq \pi$ .

Donne les mesures exactes.

6. Soit le point  $P(\theta) = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  sur le cercle unitaire.

a) Détermine les coordonnées de  $P\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$  et de  $P\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

b) Détermine les coordonnées de  $P(\theta + \pi)$  et de  $P(\theta - \pi)$ .

## Pratique Fonctions Circulaires Leçon 4

1. Résous chaque équation trigonométrique dans l'intervalle indiqué

a)  $3\cos\theta - 1 = \cos\theta + 1$ , où  $-2\pi \leq \theta < 2\pi$

b)  $4 \sec x + 8 = 0$ , où  $180^\circ \leq \theta < 360^\circ$

c)  $\cos^2\theta - \cos\theta - 2 = 0$ , où  $0 \leq \theta < 2\pi$

2. Sachant que  $\cos^2 x - 1 = 0$ , détermine la ou les valeurs de  $x$  dans l'intervalle  $0 \leq x < 2\pi$ .  
Donne les valeurs exactes.

b) Détermine la solution générale de  $\cos^2 x - 1 = 0$  pour l'ensemble des nombres réels, où  $x$  est exprimés en radians.

3. Résous  $\sin 2\theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  pour l'intervalle de  $[-\pi, 2\pi]$

4. Détermine la solution générale en radians pour  $\sin \theta = 2\cos\theta\sin\theta$ .

5. Détermine les solutions de l'équation trigonométrique  $4\sin^2x - 3 = 0$  dans l'intervalle  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

6. Résous l'équation suivante dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$

a)  $\sin^2\theta + 6\sin\theta - 2 = 0$

7. Résous  $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

Pour  $\theta \in R$

## Devoir Fonctions Circulaires

1. Un élève utilise la formule  $s = \theta r$  pour trouver la longueur de l'arc de cercle. Étant donné un angle au centre de  $35^\circ$  et un rayon de 6 cm, sa solution se trouve ci-dessous :

$$s = (35)(6)$$

$$s = 210 \text{ cm}$$

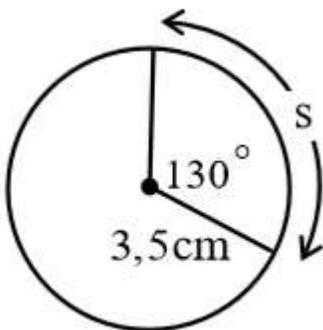
Explique pourquoi cette solution n'est pas bonne. Écris la bonne solution.

2.

Un angle au centre d'un cercle sous-tend un arc ayant une longueur de  $5\pi$  cm.

Étant donné que le cercle a un rayon de 9 cm, trouve la mesure de l'angle au centre en degrés.

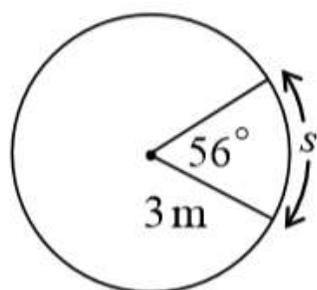
3. Utilise l'information du diagramme pour déterminer la longueur de l'arc « s ».



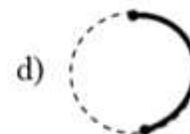
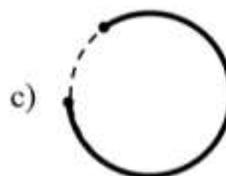
4. Détermine la longueur de l'arc sous-tendu par un angle au centre si le diamètre est 19 cm et l'angle au centre est 1,6 radian.

5.

Utilise l'information présentée dans le diagramme pour déterminer la valeur de la longueur de l'arc «  $s$  », étant donné que l'angle au centre est  $56^\circ$ .

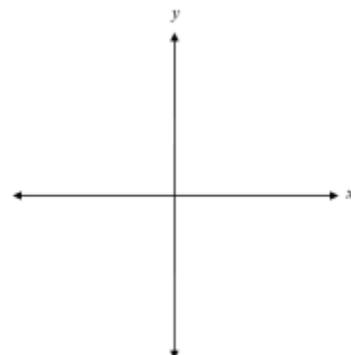


6. Considère l'arc dessiné sur chaque cercle. Quel arc se rapproche le plus d'une mesure de 3 radians?



7.

Dessine l'angle  $-\frac{7\pi}{8}$  en position normale.



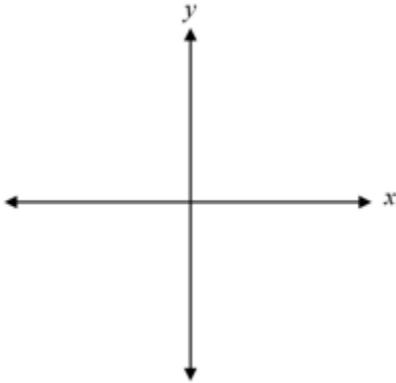
8. Lequel des angles suivants se termine dans le quadrant III?

- a) 3 radians                      b)  $\frac{7\pi}{5}$  radians                      c)  $-210^\circ$                       d)  $500^\circ$

9. Un pendule de 40 cm de long oscille à l'intérieur d'un angle de  $60^\circ$ . La longueur de l'arc décrit par le pendule est de :

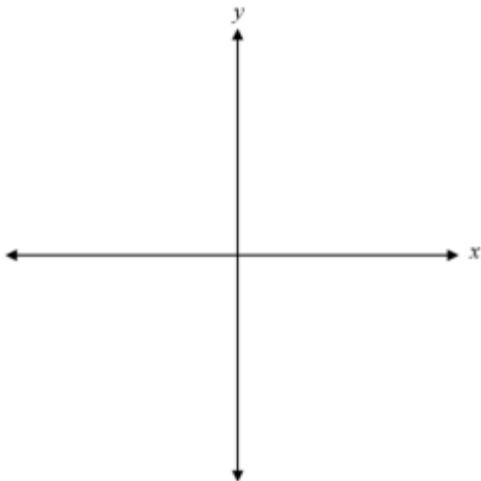
- a)  $\frac{40\pi}{3}$  cm                      b)  $\frac{120}{\pi}$  cm                      c)  $\frac{20\pi}{3}$  cm                      d) 2 400 cm

10. Trace l'angle de 5 radians en position normale.



11.

Trace l'angle  $-320^\circ$  en position normale.



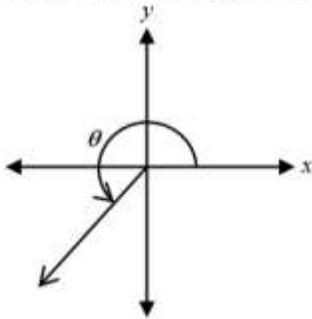
12.

Convertis  $-\frac{13\pi}{5}$  en degrés.

13.

L'angle  $\theta$ , mesurant  $\frac{5\pi}{4}$ , est tracé en position normale tel qu'illustré ci-dessous.

Détermine les mesures de tous les angles dans l'intervalle  $[-4\pi, 2\pi]$  qui sont coterminaux avec  $\theta$ .



14.

Trouve l'angle coterminal de  $\frac{27\pi}{5}$  dans l'intervalle  $[-360^\circ, 0^\circ[$ .

15.

Détermine deux angles coterminaux, un positif et un négatif, avec l'angle  $\frac{5\pi}{6}$ .

16.

Un angle coterminal pour  $\theta = \frac{11\pi}{3}$  dans le domaine  $-2\pi \leq \theta \leq 0$  serait :

a)  $-\frac{5\pi}{3}$

b)  $-\frac{\pi}{3}$

c)  $\frac{\pi}{3}$

d)  $\frac{5\pi}{3}$

17.

Détermine les angles coterminaux avec  $\frac{2\pi}{3}$  dans l'intervalle  $[-2\pi, 4\pi]$ .

18. a) Convertis en  $\frac{\pi}{7}$  degrés. Exprime ta réponse à 3 décimales près.

b) Un cercle unitaire est divisé en sections égales où chaque section a un angle au centre de  $\frac{\pi}{7}$ .  
Combien de sections peut-on obtenir ?

c) Donne un angle co-terminal négatif et positif pour  $\frac{\pi}{7}$  radians.

19. Est-ce que le point  $\left(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$  se trouve sur le cercle unitaire ?

Justifie ta réponse.

20. Ton compagnon de classe, Léo, était absent pour un de ses cours de mathématiques. Explique à Léo comment déterminer la valeur du rapport de la cosécante d'un angle en position normale étant donné que  $P(-3, -4)$  est un point sur le côté terminal de l'angle.

21.

Le côté terminal d'un angle  $\theta$ , en position normale, coupe le cercle unitaire dans le quadrant IV au point  $P\left(\frac{\sqrt{5}}{4}, y\right)$ . Détermine la valeur de  $\sin \theta$ .

22.

Étant donné que le point  $A(-3, 5)$  est sur le côté terminal d'un angle  $\theta$ , identifie la valeur de  $\cot \theta$ .

a)  $-\frac{3}{5}$

b)  $-\frac{5}{3}$

c)  $-\frac{4}{5}$

d)  $-\frac{5}{4}$

23.

Si  $\theta$  se termine dans le quadrant II et  $\csc \theta = \frac{3}{2}$ , détermine la valeur exacte de  $\tan \theta$ .

24.

Étant donné que  $\cot \theta = -\frac{2}{5}$ , et que  $\theta$  se trouve dans le quadrant IV, détermine la valeur exacte de  $\sin \theta$ .

25.

Explique comment trouver la valeur exacte de  $\sec\left(\frac{19\pi}{6}\right)$ .

26. Détermine les coordonnées d'un point  $(x,y)$  sur le cercle unitaire si  $\theta = 30^\circ$  et qu'il est en position normale

27.

Le point  $P(\theta)$  se trouve sur le cercle unitaire. Quelles sont les coordonnées de ce point si  $\theta = 300^\circ$  ?

a)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

b)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d)  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

28.

Le point  $P(\theta)$  se trouve sur le cercle unitaire. Quelles sont les coordonnées du point  $P$  si  $\theta = 120^\circ$  ?

a)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

d)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

29.

Trouve la valeur exacte de l'expression suivante :

$$\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) \cdot \sec\left(\frac{4\pi}{3}\right) \cdot \tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

30.

Évalue :

$$\csc\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{23\pi}{3}\right)$$

31.

Évalue :

$$\left(\sin\frac{11\pi}{3}\right)\left(\sec\frac{11\pi}{6}\right)$$

32.

Évalue et simplifie  $\sec\left(\frac{5\pi}{6}\right) \cdot \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

33.

La solution générale de l'équation  $\cos \theta = -\frac{1}{2}$  est :

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \theta = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ \theta = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k \end{array} \right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} \theta = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \\ \theta = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \end{array} \right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \theta = \frac{\pi}{3} + \pi k \\ \theta = \frac{5\pi}{3} + \pi k \end{array} \right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \quad \text{d) } \left. \begin{array}{l} \theta = \frac{2\pi}{3} + \pi k \\ \theta = \frac{4\pi}{3} + \pi k \end{array} \right\} \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

34.

Étant donné l'équation  $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$ , vérifie que  $\theta = \frac{\pi}{2}$  est une solution.

35.

Explique pourquoi l'équation  $\sec \theta = \frac{1}{4}$  n'a aucune solution.

36. Gina a bien commencé à répondre la question suivante. Complète sa solution.



Question : Résous l'équation suivante. Trouve toutes les valeurs réelles de  $\theta$ .  
Exprime ta réponse en radians à 3 décimales près.

$$3 \sin^2 \theta - 14 \sin \theta - 5 = 0$$

*La solution de Gina :*  $3 \sin^2 \theta - 14 \sin \theta - 5 = 0$

$$(3 \sin \theta + 1)(\sin \theta - 5) = 0$$

37.

Résous l'équation  $\csc^2 \theta + 3 \csc \theta - 4 = 0$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Exprime tes réponses sous forme de valeurs exactes ou à 3 décimales près.



38.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

$$(\tan \theta - 3)(\tan \theta + 1) = 0$$



39.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

$$2 \cos 2\theta - 1 = 0$$

40.

Résous l'équation suivante dans l'intervalle  $[0, 2\pi[$ .

$$\tan^2 \theta + 2,8 \tan \theta + 1,96 = 0$$

Utilise la formule quadratique  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  pour  $ax^2 + bx + c = 0$ .



41.

Talla a incorrectement résolu l'équation trigonométrique suivante :

Résous :  $2 \sec x - 5 = 0$ ;  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

Travail de Talla :

$$2 \sec x - 5 = 0$$

$$\cancel{\sec x = \frac{5}{2}}$$

*Pas de solution, sec x ne peut pas être plus grand que 1.*

a) Explique son erreur.

b) Détermine la bonne solution.

42.

Résous  $\tan^2 \theta - 5 \tan \theta + 4 = 0$  où  $\theta \in \mathbb{R}$ .

