

Mathématique

Pré-Calcul 40S

Pratique et Devoir
de Classe

Fonction

Exponentielle et

Logarithmique

Nom :

Table des Matières

Pratique de Classe

Les Fonctions Exponentielles

p.

Leçon 1 : Les Caractéristiques des Fonctions Exponentielles p. 3

Leçon 2 : Les Transformations des Fonctions Exponentielles p. 4

Leçon 3 : La Résolutions d'équations Exponentielles p. 5

Leçon 4 : La Fonction exponentielle naturelle p. 6

Les Fonctions Logarithmiques

Leçon 1 : Les Logarithmes p. 7

Leçon 2 : Les Transformations des Fonctions Logarithmiques p. 9

Leçon 3 : La Fonction Logarithmique naturelle p. 11

Leçon 4 : Les lois des logarithmes p. 12

Leçon 5 : Les Équations logarithmiques et exponentielles p. 14

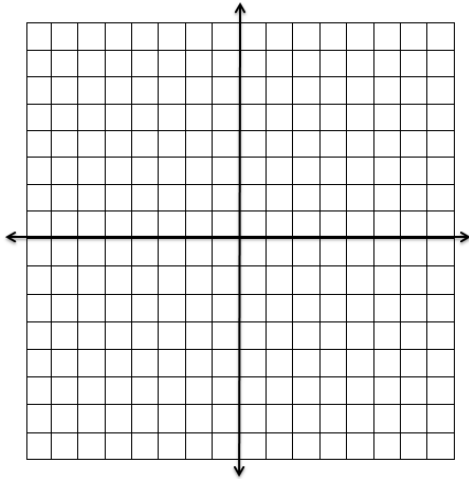
Devoir de Fonction Exponentielle et Logarithmique

p. 17 – 37

Pratique Leçon 1 : Les Caractéristiques des Fonctions Exponentielles

:

1. a) Trace le graphique de $y = 3^x$.



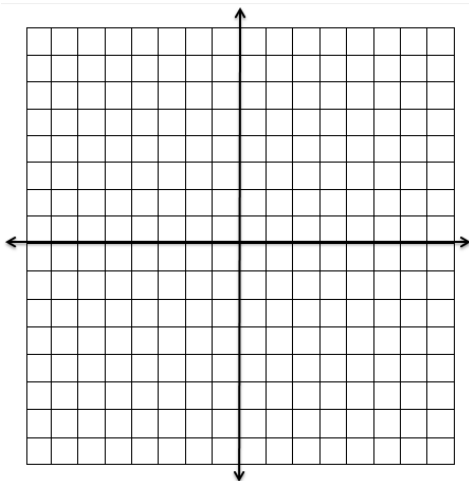
b) Détermine le domaine et l'image de la fonction ;

c) Détermine l'abscisse et l'ordonnée à l'origine du graphique, si elles existent ;

d) Détermine si le graphique représente une fonction croissante ou décroissante ;

e) Détermine l'équation de l'asymptote horizontale.

2. a) Trace le graphique de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



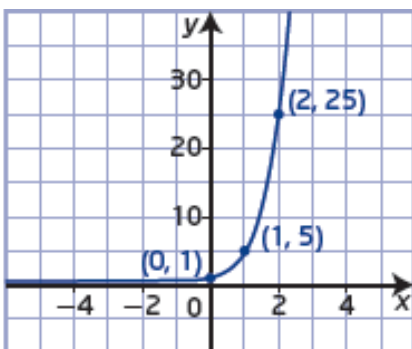
b) Détermine le domaine et l'image de la fonction ;

c) Détermine l'abscisse et l'ordonnée à l'origine du graphique, si elles existent ;

d) Détermine si le graphique représente une fonction croissante ou décroissante ;

e) Détermine l'équation de l'asymptote horizontale.

3. Quelle fonction de la forme $y = b^x$ est représenté par le graphique ci-dessous ?

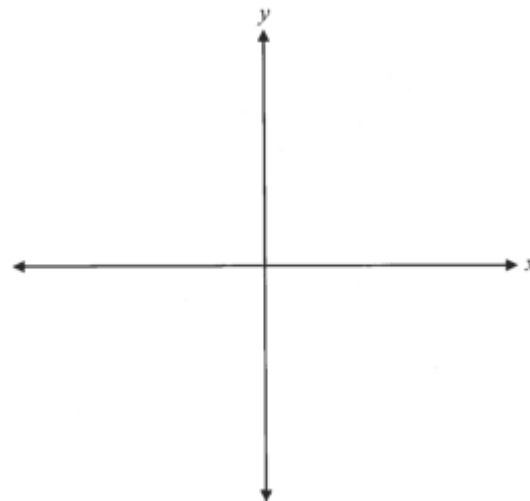
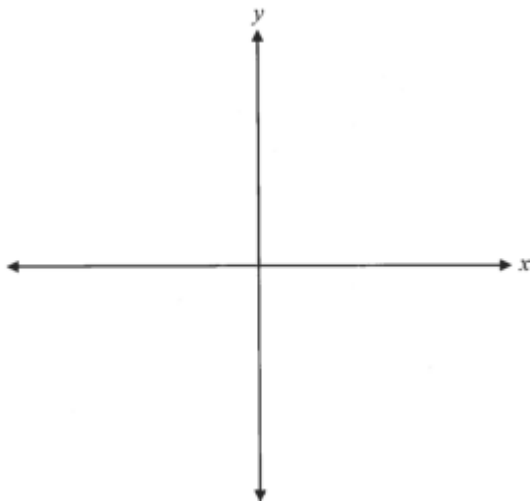


Pratique Leçon 2 : Les transformations des fonctions exponentielles

1. Trace les graphiques et détermine les propriétés (domaine, image, asymptote)

a) $f(x) = 4^{x+1} - 3$

b) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 1$



Domaine : _____

Image : _____

Asymptote : _____

2. Décris les transformations qu'il faut faire subir au graphique de chaque fonction exponentielle $f(x)$ pour obtenir le graphique de la transformée. Écris chaque fonction transformée sous la forme.

$y = a(c)^{b(x-h)} + k$

a) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = f(x-2) + 1$

b) $f(x) = 5^x$, $y = -0,5f(x-3)$

Pratique Leçon 3 : La Résolutions d'équations Exponentielles

1. Écris chaque expression comme une base de 2.

a) 4^3

b) $\left(\frac{1}{8}\right)^3$

c) $8^{\frac{2}{3}}(\sqrt{16})^3$

2. Résous chaque équation.

a) $2^{4x} = 4^{x+3}$

b) $9^{4x} = 27^{x-1}$

3.

$$V_f = V_I \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{nt}$$

VF : Valeur finale d'un placement

VI : Valeur initiale

i = taux d'intérêt par année

n : Taux de composition (Le nombre de fois que l'intérêt est calculé par année ou le nombre de paiement dans une année)

t : durée en années

a) Vos parents vous donnent 10 000 \$ à investir et tu décides de l'investir pendant 30 ans à un taux de 4 % composé annuellement. Combien d'argent aurez-vous après le période de placement ?

b) Au lieu d'investir annuellement vous trouvez une banque qui vous donne un taux d'intérêt de 3 % composé mensuellement.

Pratique Leçon 4 : La fonction exponentielle naturelle

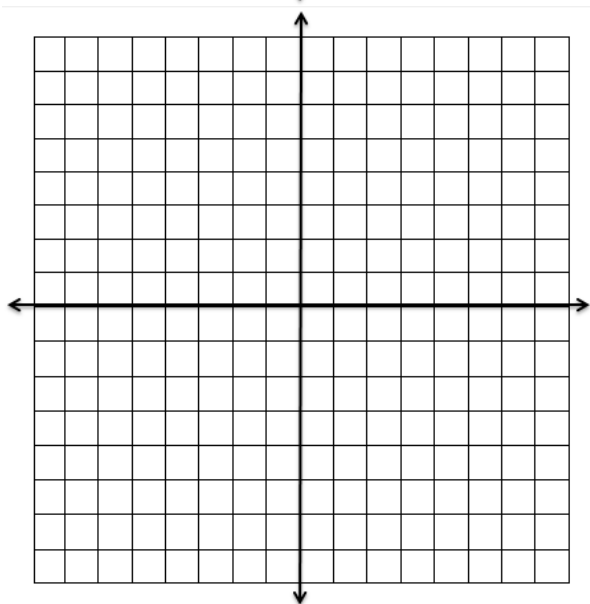
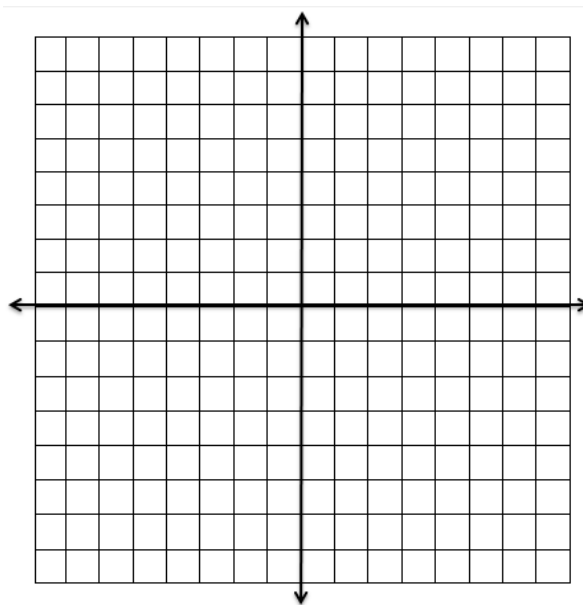
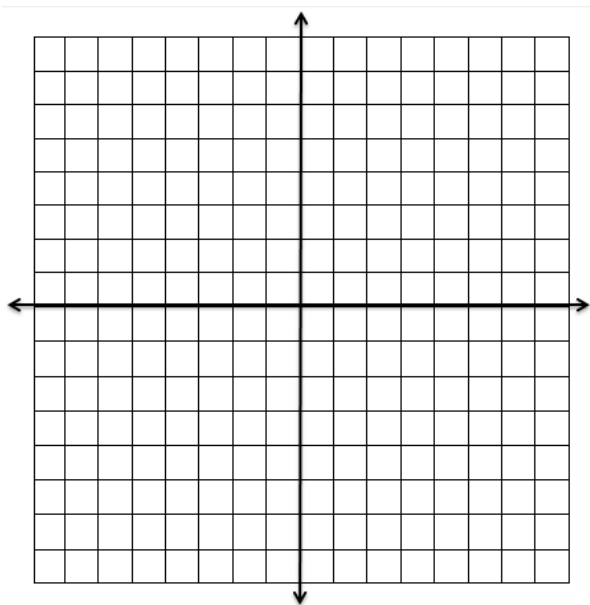
1.

Trace le graphique de chacune des fonctions exponentielles suivantes et indique le domaine, l'image, l'ordonnée à l'origine et l'équation de l'asymptote.

a) $y = e^x - 2$

b) $y = -e^{-x}$

c) $y = |e^x - 1|$



Pratique Leçon 1 : Les logarithmes

1. Évalue chaque logarithme.

a) $\log_2 32$

b) $\log_9 \sqrt[5]{81}$

c) $\log 1\,000\,000$

d) $\log_3 9\sqrt{3}$

c) $\log_3 27 + \log_5 125$

2. Détermine la valeur de x.

a) $\log_4 x = -2$

b) $\log_{16} x = -\frac{1}{4}$

c) $\log_x 9 = \frac{2}{3}$

d) $\log_6 6^5$

b) $12^{\log_{12} 144}$

c) $\log_5 25 = \log_5 x$

3. a) Détermine la fonction réciproque de $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

b) Trace le graphique de f(x) et celui de sa réciproque. Indique les caractéristiques suivantes de la **réciproque** et de son graphique :

- le domaine et l'image.

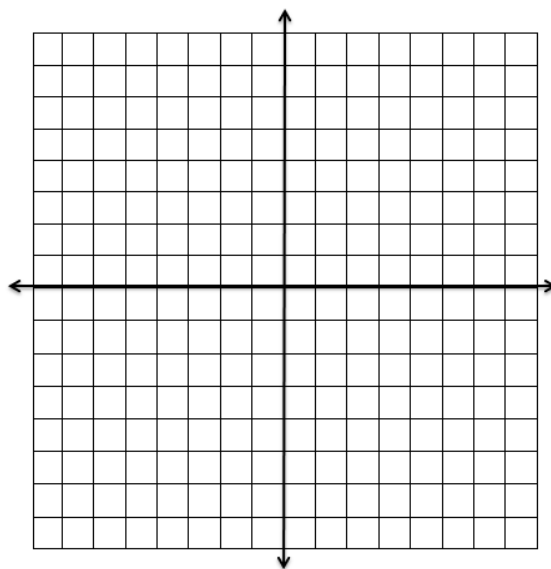
Domaine : _____

Image : _____

l'abscisse à l'origine du graphique, s'il y a lieu :

- l'ordonnée à l'origine du graphique, s'il y a lieu :

- l'équation de toute asymptote :



4. Estime la valeur de $\log_3 32$, au dixième près.

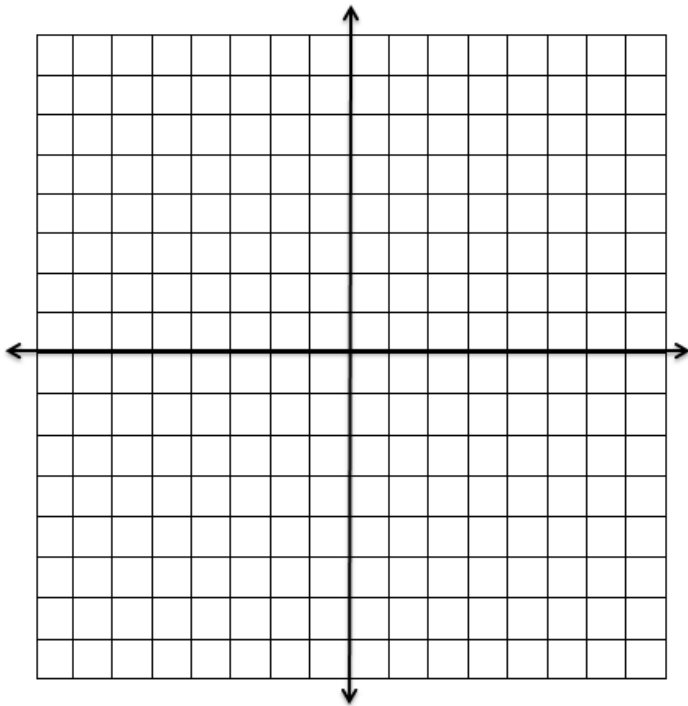
5. Quelle expression a la plus grande valeur ?
 $\log_2 8$ ou $\log_3 9$

6.

Le plus puissant tremblement de terre de l'histoire a frappé le Chili en 1960. Sa magnitude était de 9,5 sur l'échelle de Richter. Combien de fois était-il plus puissant que le séisme d'une magnitude de 8,1 survenu en 1949 à Haida Gwaii ?

Pratique Leçon 2 : Les transformations des fonctions logarithmiques

1. À l'aide de transformations, trace le graphique de la fonction $y = \log(x - 10) - 1$.



Détermine :

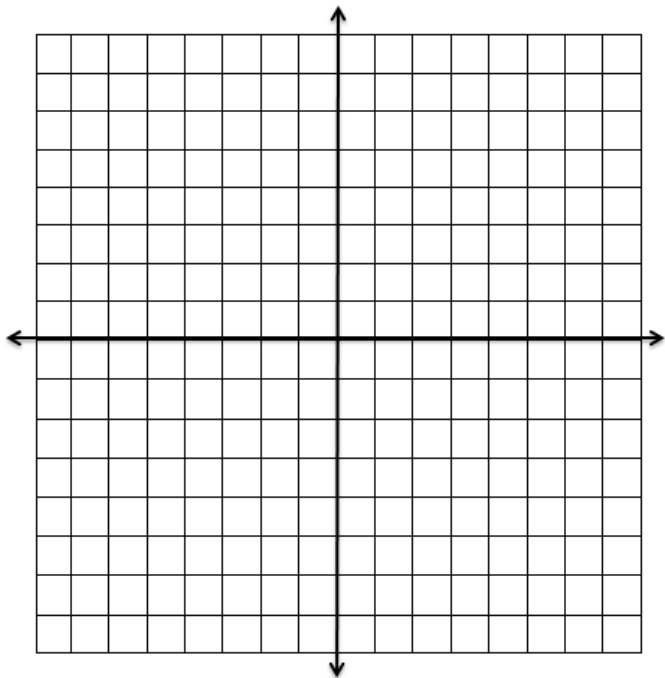
i) l'équation de l'asymptote ;

ii) le domaine et l'image ;

iii) l'ordonnée à l'origine, s'il y a lieu ;

iv) l'abscisse à l'origine, s'il y a lieu.

2. À l'aide de transformations, trace le graphique de la fonction $y = 2\log_3(-x + 1)$



b) Détermine :

i) l'équation de l'asymptote ;

ii) le domaine et l'image de la fonction ;

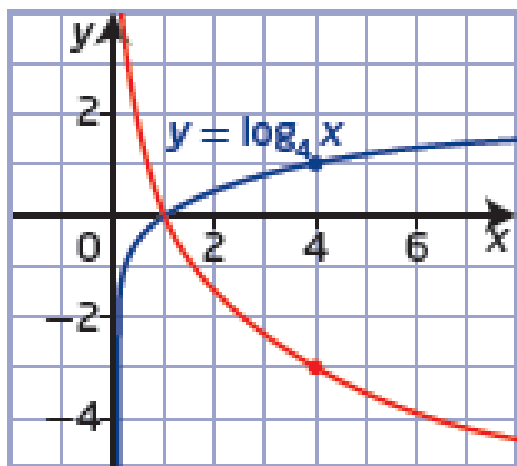
domaine : _____

image : _____

iii) l'ordonnée à l'origine, s'il y a lieu ;

iv) l'abscisse à l'origine, s'il y a lieu.

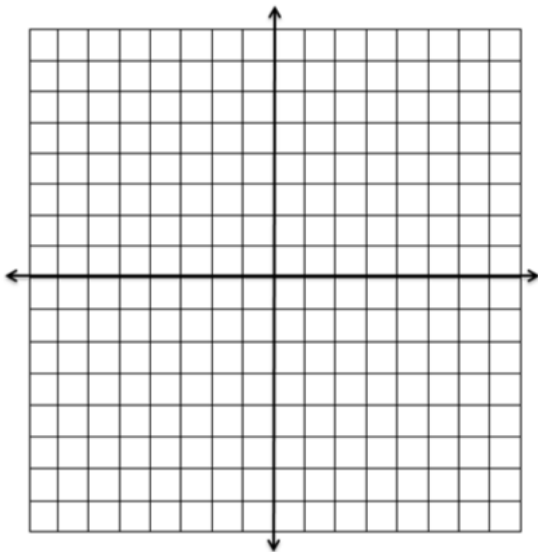
3. On peut obtenir le graphique (en rouge) par un étirement et une réflexion du graphique en bleu de $y = \log_4 x$. Écris l'équation qui correspond au graphique en rouge.



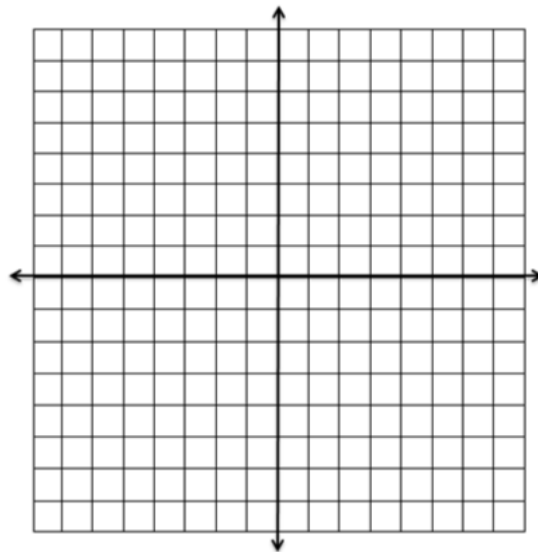
Pratique Leçon 3 : La Fonction logarithmique naturelle

1. Trace les graphiques.

a) $y = 2\ln x$



b) $y = |\ln(x - 3)|$



2. Utilise ta calculatrice pour trouver les logarithmes :

a) $\log_7 e$

b) $\ln 100$

c) $\ln e^3$

3. Détermine x. (Résous.)

a) $e^{\ln 4} = x$

b) $\ln 10 = \ln 2x$

c) $\ln x = 0$

Pratique Leçon 4 : Les Lois des logarithmes

1. Réécris chaque expression à l'aide de logarithme de x, de y et de z.

a) $\log_6 \frac{x}{y}$

b) $\log_5 \sqrt{xy}$

c) $\log_3 \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$

d) $\log_7 \frac{x^5 y}{\sqrt{z}}$

2. Écris chaque expression sous sa forme la plus simple. Indique toute restriction sur les valeurs de la variable.

a) $4 \log_3 x - \frac{1}{2}(\log_3 x + 5 \log_3 x)$

b) $\log_2 (x^2 - 9) - \log_2 (x^2 - x - 6)$

3. À l'aide des lois des logarithmes, simplifie chaque expression puis évalue-la.

a) $\log_3 9\sqrt{3}$

b) $\log_5 1\,000 - \log_5 4 - \log_5 2$

c) $2 \log_3 6 - \frac{1}{2} \log_3 64 + \log_3 2$

4.

Soit : $\log_a 2 = 0,3562$

$\log_a 3 = 0,5646$

$\log_a 5 = 0,8271$

Trouve la valeur de $\log_a \frac{18}{5}$

5.

L'échelle des pH sert à mesurer l'acidité ou la basicité (alcalinité) d'une solution. Le pH d'une solution est défini par $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$, où $[\text{H}^+]$ est la concentration d'ions hydrogène, en moles par litre (mol/L). Une solution neutre, comme l'eau pure, a un pH de 7. Les solutions dont le pH est inférieur à 7 sont acides et celles dont le pH est supérieur à 7 sont basiques ou alcalines. Plus le pH est proche de 0, plus la solution est acide.

a) Les boissons au cola contiennent de l'acide phosphorique, tout comme certains produits qui enlèvent la rouille. Une boisson au cola a un pH de 2,5. Le lait a un pH de 6,6. Combien de fois une boisson au cola est-elle plus acide que le lait ?

(12589 fois plus acide)

b) Une pomme est 5 fois plus acide qu'une poire. Si une poire a un pH de 3,8, quel est le pH d'une pomme ?

(3,1)

Pratique Leçon 5 : Les équations logarithmiques et exponentielles

1. Résous chaque équation.

a) $\log_7 x + \log_7 4 = \log_7 12$

b) $\log_2 (x - 6) = 3 - \log_2 (x - 4)$

c) $\log_3 (x^2 - 8x)^5 = 10$

2. Résous chaque équation. Arrondis tes réponses au centième près.

a) $2^x = 2\,500$

b) $5^{x-3} = 1700$

c) $6^{3x+1} = 8^{x+3}$

3. Mme Layton investit 10 000 \$ à un taux d'intérêt de 2,5 % composé mensuellement. Combien de temps faudra-t-il à Mme pour tripler son investissement ?

Exprime ta réponse en années, à 3 décimales près.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

P: investissement (principal)

A: Valeur future

r : taux d'intérêt

n : période composé

4. Lorsqu'on a étudié pour la première fois la croissance démographique de la ville de SangChuMahne, sa population était de 22 000 habitants. Cinq ans plus tard, elle est de 24 000 habitants. Si la population croît de manière exponentielle, combien faudra-t-il de temps pour qu'elle double? (4 points) $\mathbf{P = P_0 e^{rt}}$

Devoir Fonctions Exponentielle et Logarithmique

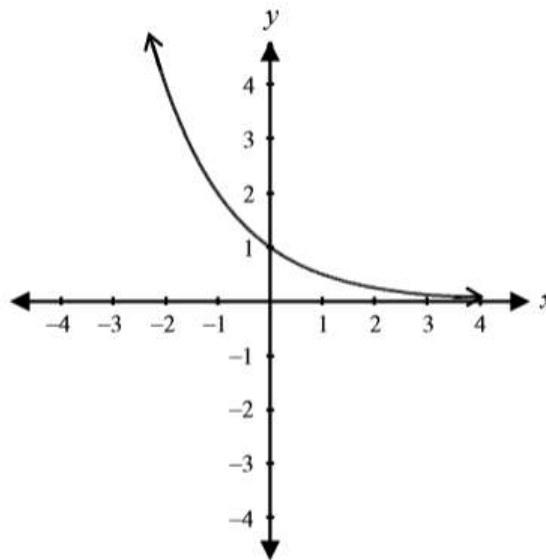
1. Quelle équation est représentée par le graphique tracé ci-dessous?

a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = 2^x$

d) $y = -2^x$



2. Étant donné $\log_b a = 3$, trouve un exemple de valeurs possibles pour a et b qui rendent cette équation vraie.

3.

Si $\log_2 x = 4$, alors $\log_2 (2x)$ est égal à :

a) 5

b) 8

c) 16

d) 32

4. Identifie la valeur de l'abscisse à l'origine de la fonction $y = \ln(x - 2)$.

a) -1

b) 0

c) 2

d) 3

5. Estime la valeur de $\log_5 35$. Justifie ta réponse.

6. Quelle expression a la plus grande valeur ?
 $\log_2 36$ ou $\log_3 80$

Justifie ta réponse.

7. Le graphique de $y = \log_2(2x + 6)$ croise le graphique de $y = 4$ à :

- a) $x = -1$ b) $x = 1$ c) $x = 5$ d) $x = 14$

8. Laquelle des valeurs suivantes représente une estimation raisonnable de $\log 350$?

- a) 2 b) 2,5 c) 2,8 d) 3

9.

Identifie quelle expression a la plus grande valeur. Justifie ta réponse

$$\log_5 80 \quad \text{ou} \quad \log_3 30$$

10.

Simplifie l'expression suivante :

$$\frac{1}{2} \log_a 36 - \log_a 2$$

- a) $\log_a 3$ b) $\log_a 4$ c) $\log_a 9$ d) $\log_a 12$

11.

Laquelle des valeurs suivantes est la plus proche de la valeur de $\log_2 40 + \log_5 125$?

a) 3

b) 8

c) 10

d) 45

12.

Évalue :

$$\frac{1}{2} \log_3 144 - \log_3 4 + 2 \log_3 3$$

13.

Détermine la valeur de $\log_9 (\log_3 27)$.

a) $\frac{1}{3}$

c) 2

b) $\frac{1}{2}$

d) 3

14. Identifie une expression équivalente à $1 + \log_2 5$.

a) $\log_2 5$

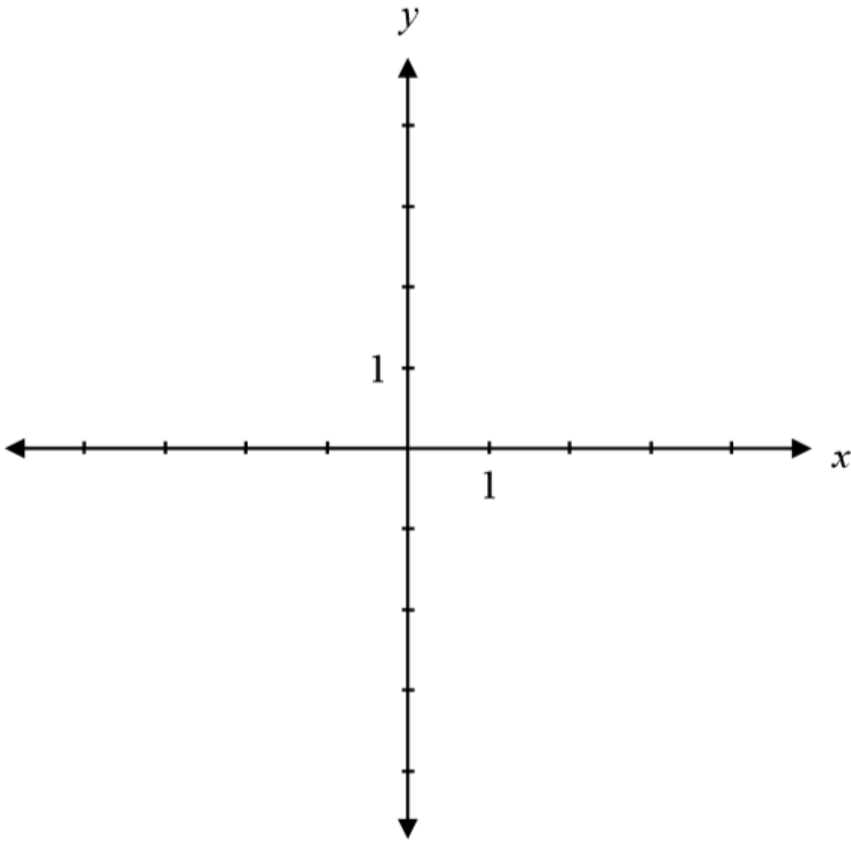
c) $\log_2 10$

b) $\log_2 7$

d) $\log_2 11$

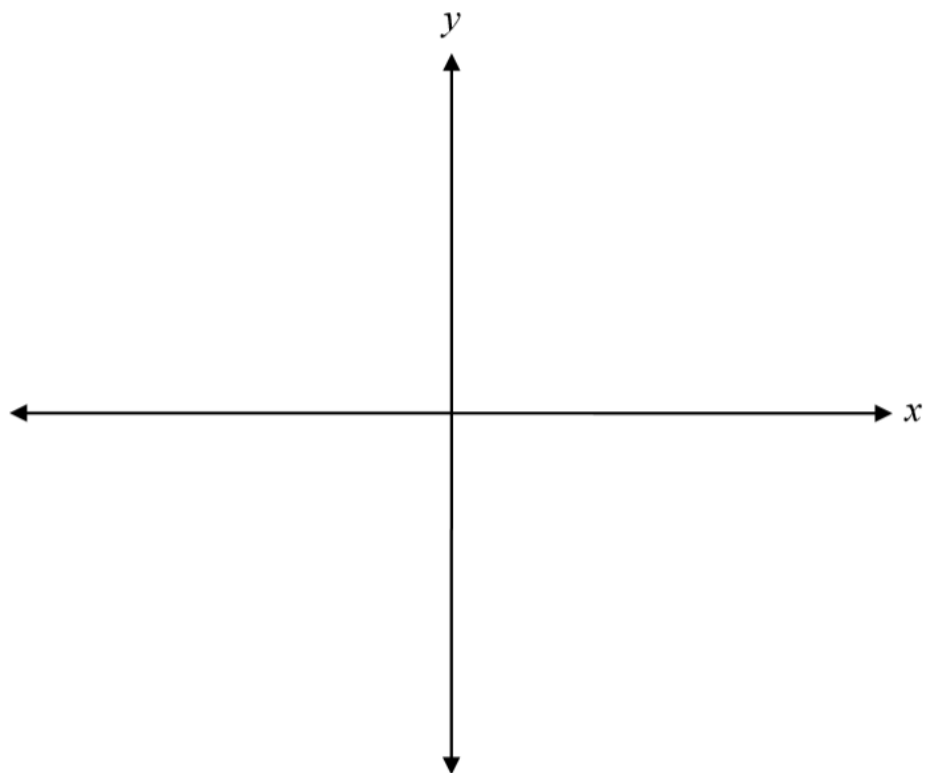
15.

a) Trace le graphique de $y = 3^x$.

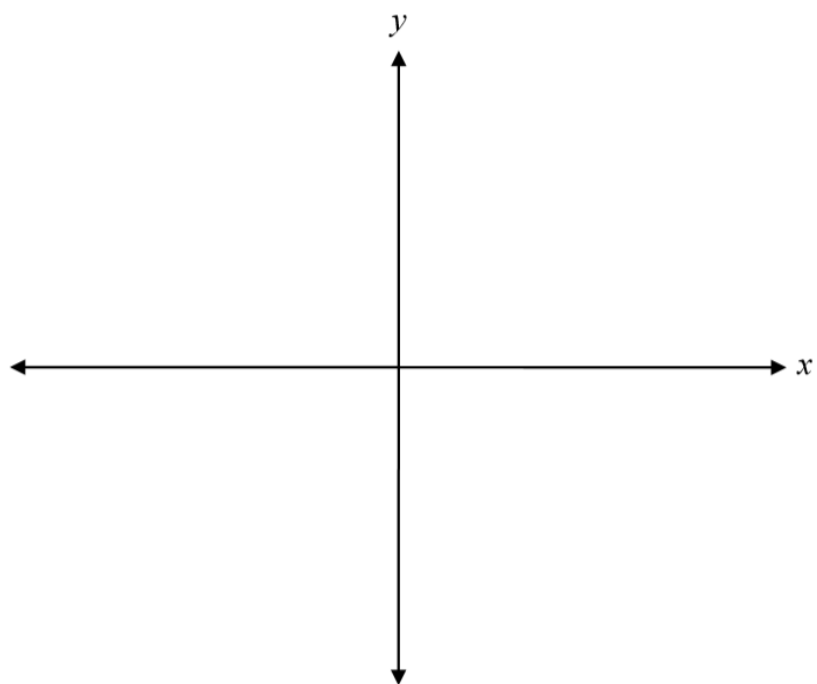


b) Explique comment le graphique de $y = 3^x$ peut être utilisé pour tracer le graphique de $y = \log_3 x$.

16. a) Trace le graphique de $y = \ln(x)$.

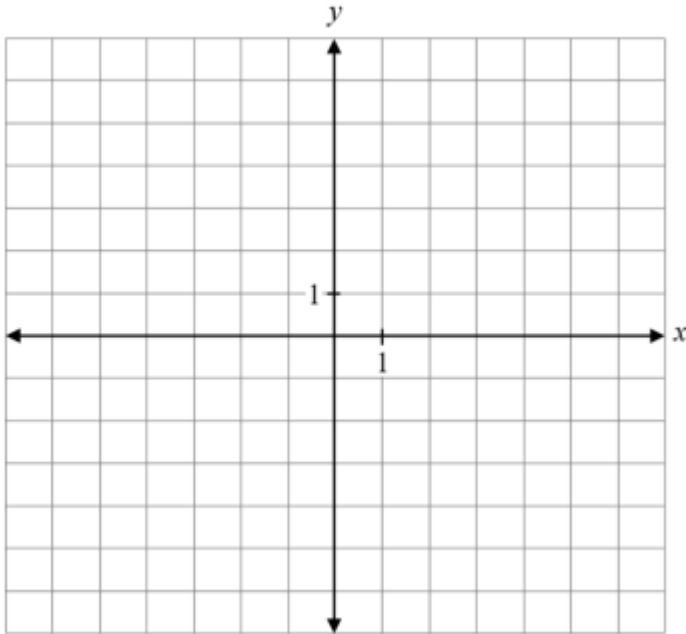


b) Trace le graphique de $y = -\ln(x - 2)$.

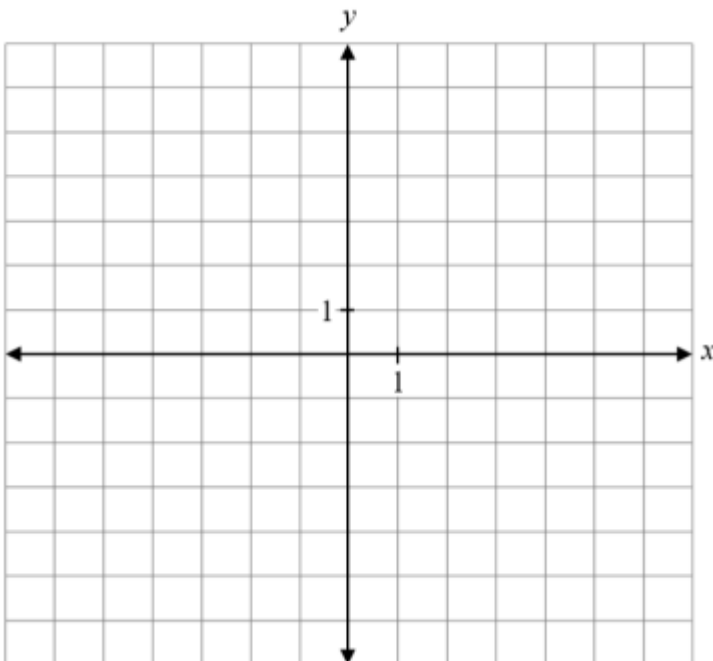


17.

a) Trace le graphique de $f(x) = 3^x + 1$.

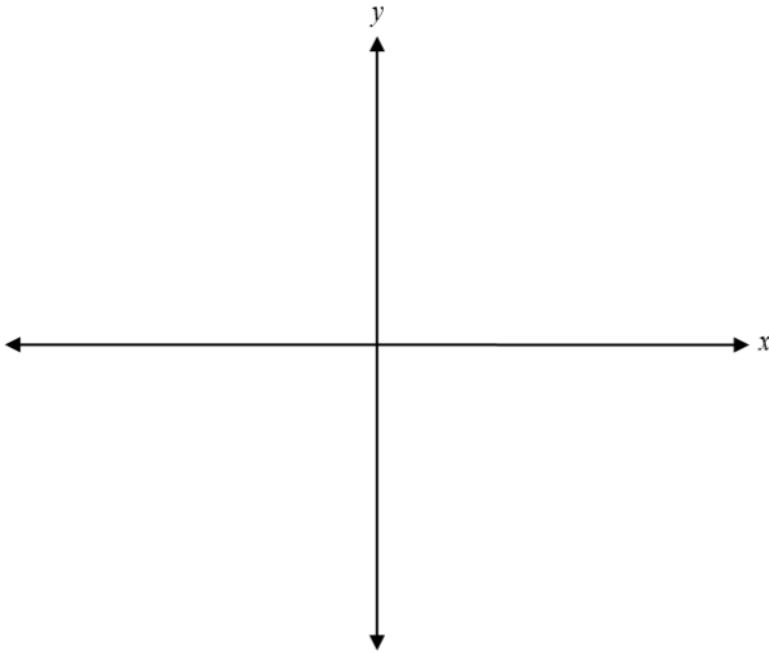


b) Trace le graphique de $f^{-1}(x)$.

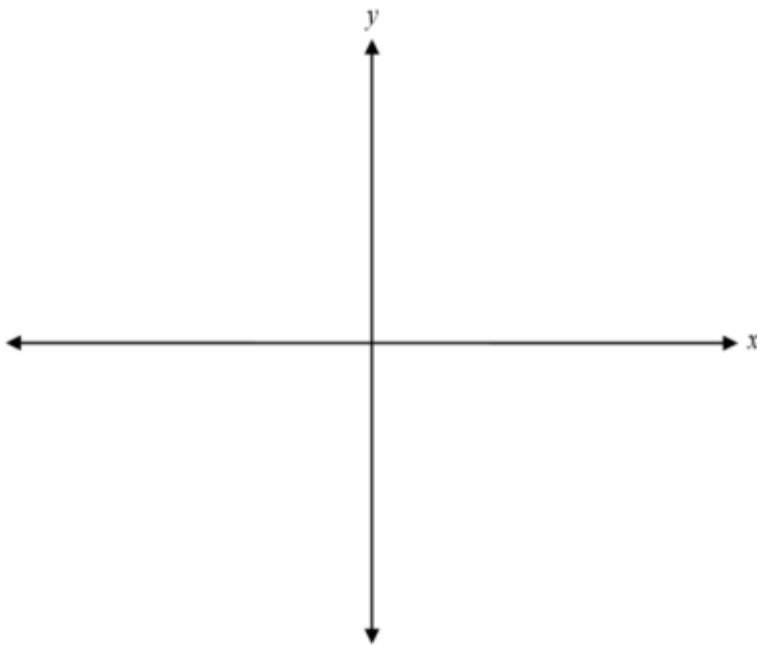


18.

a) Trace le graphique de $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

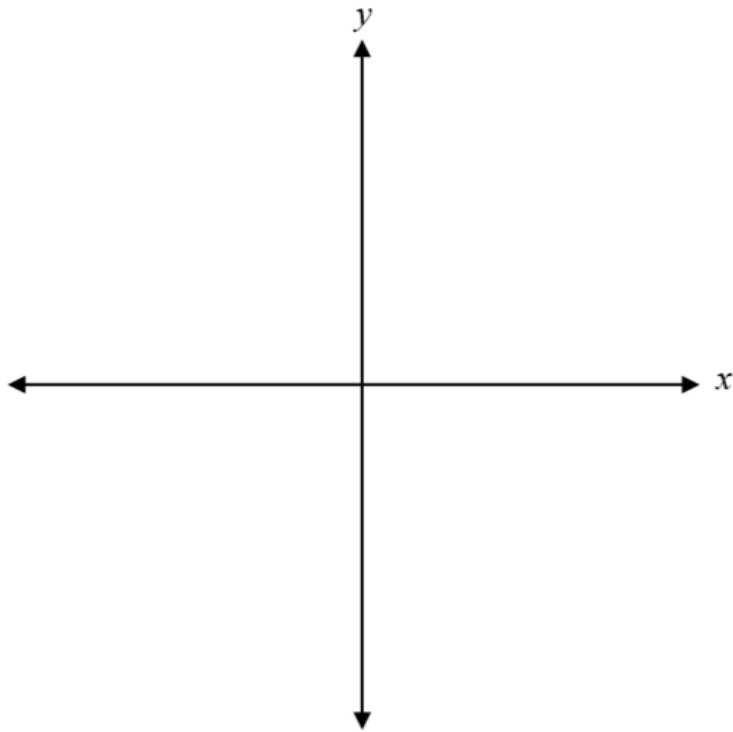


b) Trace le graphique de $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^x$.

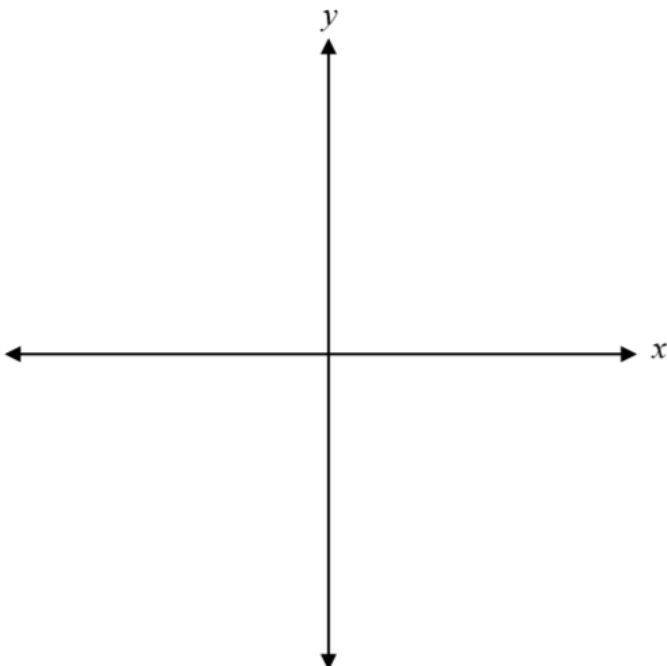


19.

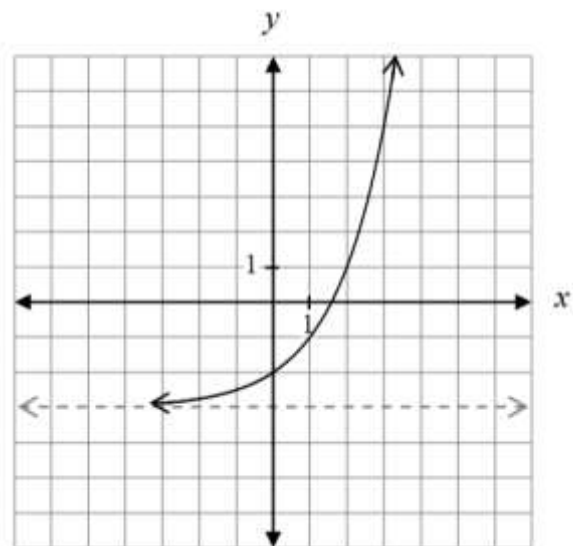
a) Trace le graphique de $f(x) = \log_5(x-1)$.



b) Trace le graphique de $f^{-1}(x)$.



20. Quelle équation décrit le mieux le graphique de la fonction $f(x)$ illustré ci-dessous ?



- a) $f(x) = 2^{x+3}$ b) $f(x) = 2^x + 3$ c) $f(x) = 2^{x-3}$ d) $f(x) = 2^x - 3$

21.

François a essayé de développer une expression logarithmique en utilisant les lois des logarithmes. Il a fait une erreur.

La solution de François : $\log_a \frac{(x+2)}{zw} = \log_a x + \log_a 2 - \log_a z - \log_a w$

Écris la bonne solution.

22. À l'aide des lois des logarithmes, développe :

$$\log_a \left(\frac{x \cdot y}{z} \right)$$

23.

L'expression $2 \log x - \frac{1}{3} \log y$ sous forme d'un seul logarithme est :

a) $\log \frac{x^2}{\sqrt[3]{y}}$

c) $-\log x^2 \sqrt[3]{y}$

b) $\log \frac{2x}{3y}$

d) $\log(x^2 - \sqrt[3]{y})$

24.

Étant donné que $\log_a 9 = 1,129$ et que $\log_a 4 = 0,712$, trouve la valeur de $\log_a 12$.

25.

Résous :

$$e^{\ln(5-x)} = 7$$

a) -2

b) $-\ln 2$

c) $\ln 7 - \ln 5$

d) $\frac{7}{5}$

26. Laquelle des équations suivantes peut être résolue sans utiliser les logarithmes ?

Explique ta réponse, sans résoudre le problème.

$$4^x = 10^{3x+1} \quad \text{ou} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} = 27^{4x-1}$$

27. Claire résout l'équation suivante correctement :

$$\log_2(6-x) + \log_2(3-x) = 2$$

Elle obtient deux valeurs possibles pour x : $x = 2$ et $x = 7$. Identifie laquelle de ces valeurs n'est pas acceptable et explique pourquoi.

28.

Résous l'équation suivante algébriquement :

$$\log_3(x-4) + \log_3(x-2) = 1$$

29. Détermine la valeur de y dans l'équation suivante :

$$\log_x 27 - \log_x 3 = 2 \log_x y$$

30. Résous l'équation suivante :

$$2 \log_4 x - \log_4 (x + 3) = 1$$

31. Détermine l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de $y = \log_2(x + 4) - 1$.

32. Résous l'équation suivante :

$$2 \log_2 (x - 1) - \log_2 (x - 5) = \log_2 (x + 1)$$

33. L'abscisse à l'origine du graphique de $y = 3^x - 1$ est :

- a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

34. Résous l'équation suivante :

$$\log_4 (x + 2) + \log_4 3 = \log_4 x$$

35. Résous :

$$2 \log_4 x - \log_4 (x + 3) = 1$$

36. Kim a résolu l'équation logarithmique suivante :

$$\log_2 \left(-\frac{x}{3} \right) = \log_2 (x - 4)$$

$$-\frac{x}{3} = x - 4$$

$$-x = 3x - 12$$

$$-4x = -12$$

$$\cancel{x = 3}$$

Explique pourquoi $x = 3$ est une solution étrangère.

37. Jess investit 12 000 \$ à un taux de 4,75 % composé mensuellement. Combien de temps faudrait-il à Jess pour tripler son investissement? Exprime ta réponse en années, à 3 décimales près.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

A : Valeur de l'investissement après t années

P : Valeur du placement initial

r : taux d'intérêt

n : le type de composition dans une année

t : le nombre d'année que l'investissement est placé.

38. Le nombre de fois qu'un site Web est visité peut être modelé selon la fonction :

$$A = 800(e)^{rt}$$

où A = le nombre total de visiteurs au temps t

t = le temps en jours ($t \geq 0$)

r = le taux de croissance

Après 5 jours, 40 000 personnes ont visité le site. Détermine le nombre de visiteurs prévus après 9 jours. Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

39. On a ressenti un tremblement de terre de magnitude 6,3 sur l'échelle Richter à Vancouver, et un autre de magnitude 8,9 sur l'échelle Richter au Japon.
Combien de fois le tremblement de terre ressenti au Japon était-il plus intense que celui de Vancouver ?

Tu peux utiliser la formule suivante :

$$M = \log \left(\frac{A}{A_0} \right)$$

où M correspond à la magnitude du tremblement de terre sur l'échelle Richter

A correspond à l'intensité du tremblement de terre

A_0 correspond à l'intensité d'un tremblement de terre de référence

Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

40.

On veut investir dans un compte d'épargne qui donne un intérêt annuel de 3 %, composé mensuellement. Combien d'investissements mensuels de 50 \$ seront nécessaires pour que la valeur finale soit de 50 000 \$?

Utilise la formule :

$$VF = \frac{R \left[(1 + i)^n - 1 \right]}{i}$$

où VF = la valeur finale

R = le montant investi

$i = \frac{\text{le taux d'intérêt annuel}}{\text{le nombre de compositions en une année}}$

$n = \text{le nombre d'investissements}$

Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

41.

Une population de 500 bactéries va tripler en 20 heures.

En utilisant la formule ci-dessous,

$$A = Pe^{rt}$$

A = population après t heures

P = population initiale

r = taux de croissance

t = temps en heures

- a) Détermine le taux de croissance, r .
- b) Détermine combien d'heures il faudrait pour que la population initiale double, avec le même taux de croissance.

42.

Un lac touché par des pluies acides a un pH de 4,4.

Une personne souffrant de brûlures d'estomac a un pH acide gastrique de 1,2.

Le pH d'une solution est défini comme $\text{pH} = -\log [H^+]$ où $[H^+]$ est la concentration en ions hydrogène.

Combien de fois la concentration en ions hydrogène de l'estomac est-elle supérieure à celle du lac?

Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

43. Résous algébriquement :

$$10^{3x} = 7^{x+5}$$

Exprime ta réponse à 3 décimales près.

44. Résous :

$$2^{5x} = 3(5)^{x-3}$$