Pré-Calcul 40S

Enseignante :
Mme. Layton
Nom de l'élève :

____

Note d'Unité :

Les Transformations de Fonctions

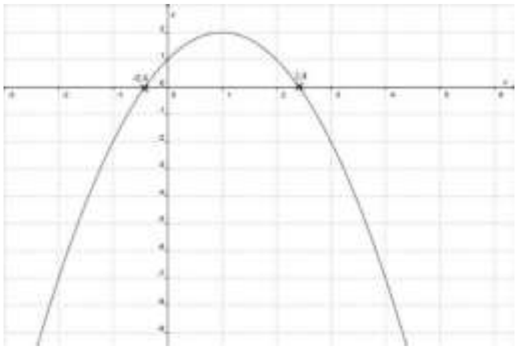
Les Fonctions Racines

Table des matières

Les Fonctions Racines (Racine Carrés) p. 31

Revue : **Le Domaine et l'Image (Notation ensembliste et notation intervalle)**

1. Détermine le domaine et l'image pour les fonctions ci-dessous.



a)

Domaine : ____________________________

Image : ___________________________

Domaine : ____________________________

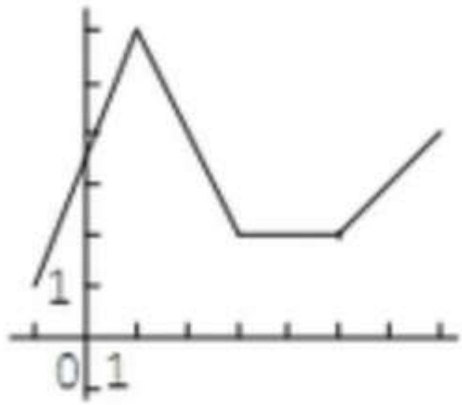
Image : ___________________________

b)
Domaine : ____________________________

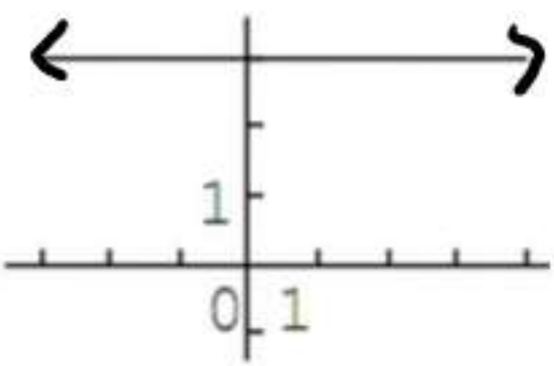
Image : ___________________________

Domaine : ____________________________

Image : ___________________________



c)



Domaine : ______________________

Image : _________________________

Domaine : ______________________

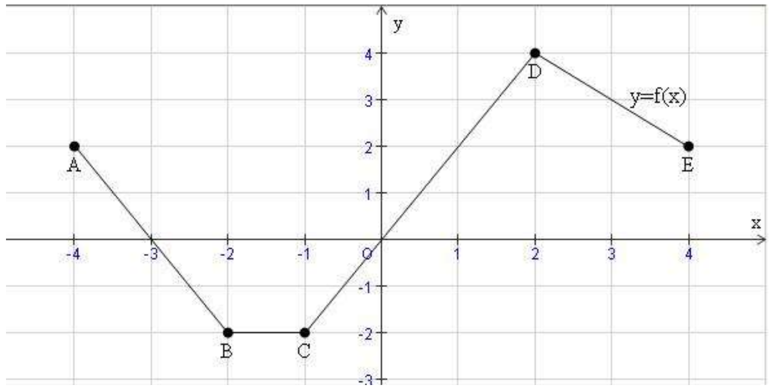
Image : _________________________

d)
Domaine : ______________________

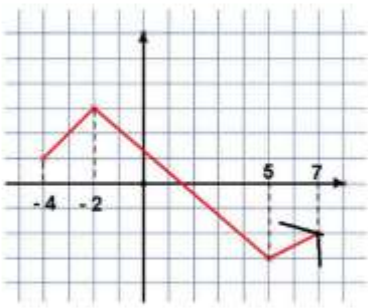
Image : ______________________

Domaine : ______________________

Image : ______________________



e)



Domaine : ______________________

Image : ______________________

Domaine : ______________________

Image : ______________________

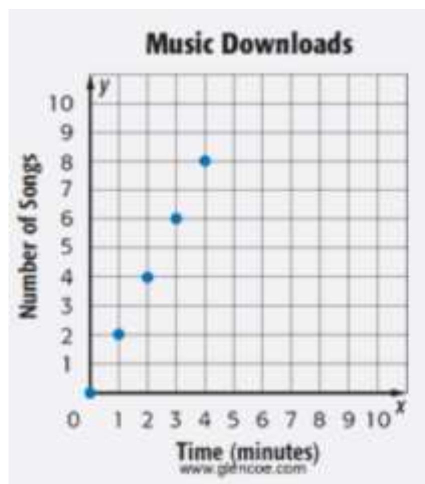
f)

Domaine : ______________________________

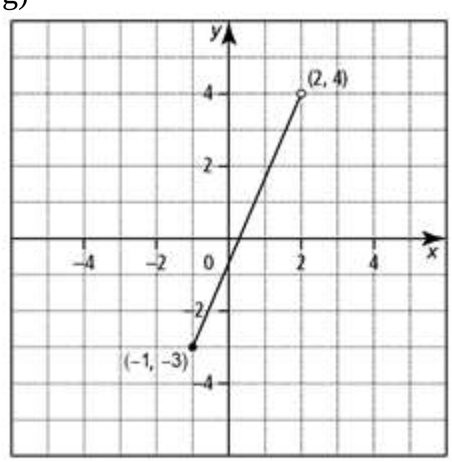
Image : ______________________________

Domaine : ______________________________

Image : ______________________________



g)



Domaine : ______________________

Image : ___________________________

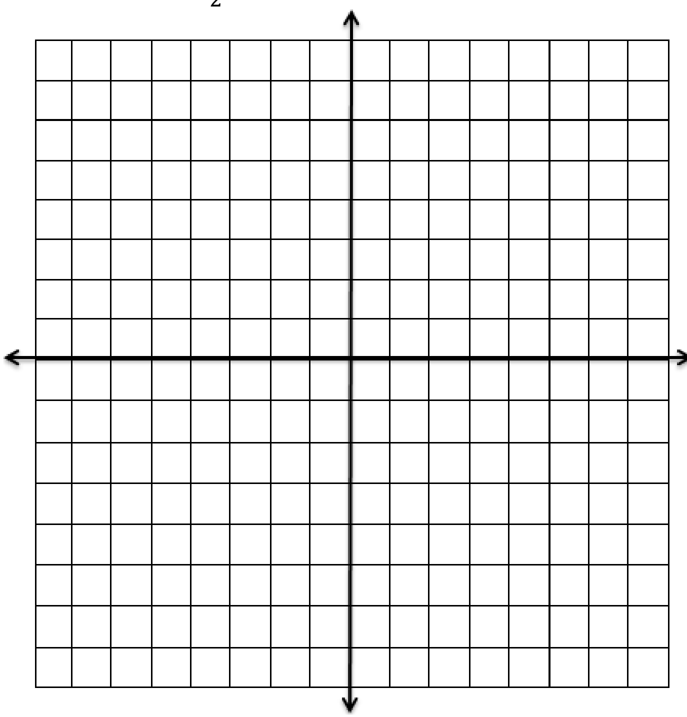
Domaine : ______________________

Image : ___________________________

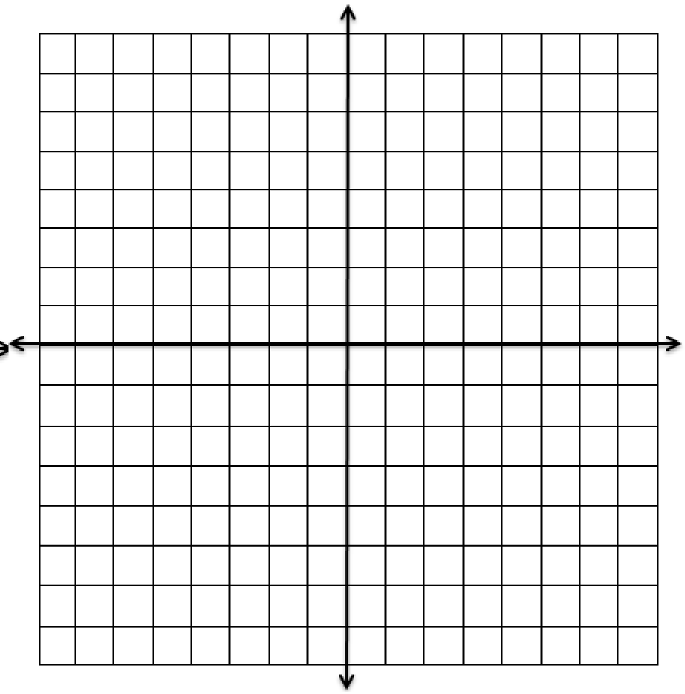
Les Fonctions Linéaires

2. Trace les graphiques des fonctions linéaires

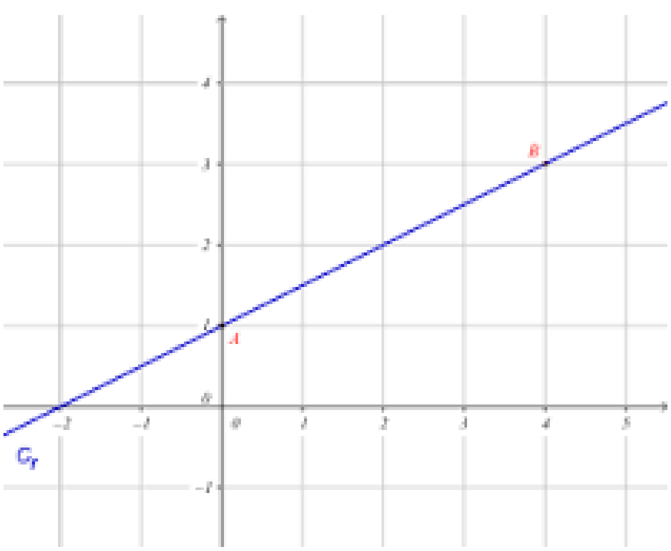
a) $f(x) = \frac{3}{2}x - 4$

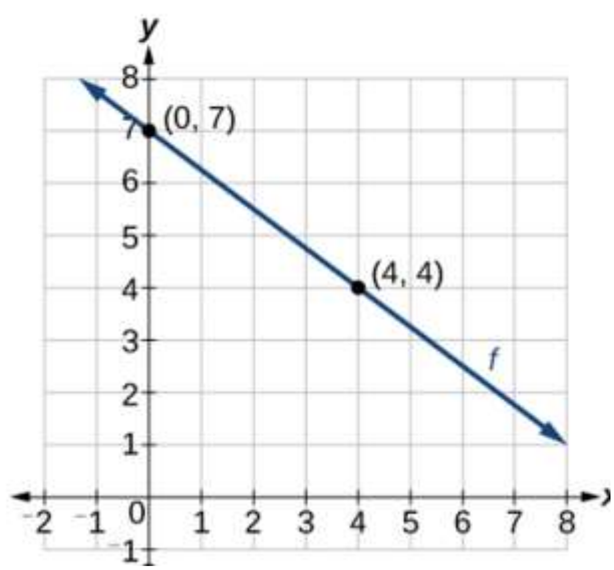


b) f(x) = -2x + 3



3. Détermine les équations des fonctions linéaires.





Les Fonctions Quadratiques

4. Les fonctions ci-dessous sont des transformations de la fonction quadratique de base $y = x^2$.

Pour chaque fonction ci-dessous, réponde aux questions suivantes.

a) Trouve les caractéristiques.

i) $f(x) = -2(x-3)^2 + 8$

a : ________________________

h : ________________________

k : ________________________

Sommet : __________________

L'axe de symétrie : _____________

Maximum ou Minimum et valeur

____

Ordonnée à l'origine : _______________

Domaine : ______________________

Image : _________________________

ii) $f(x) = \frac{1}{2}(x+5)^2 - 7$

a : ____________________________

h : ____________________________

k : ____________________________

Sommet : ___________________

L'axe de symétrie : _____________

Maximum ou Minimum et valeur

____

Ordonnée à l'origine : _______________

Domaine : ________________________

Image : _________________________

b) Indique les transformations qui sont arrivés :

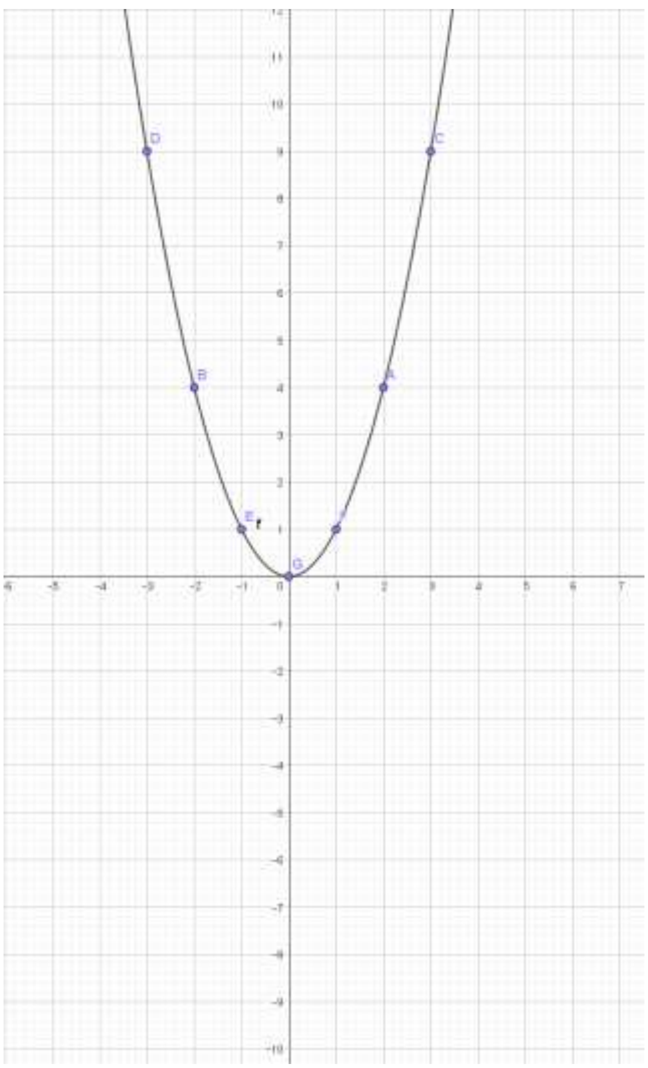
i)

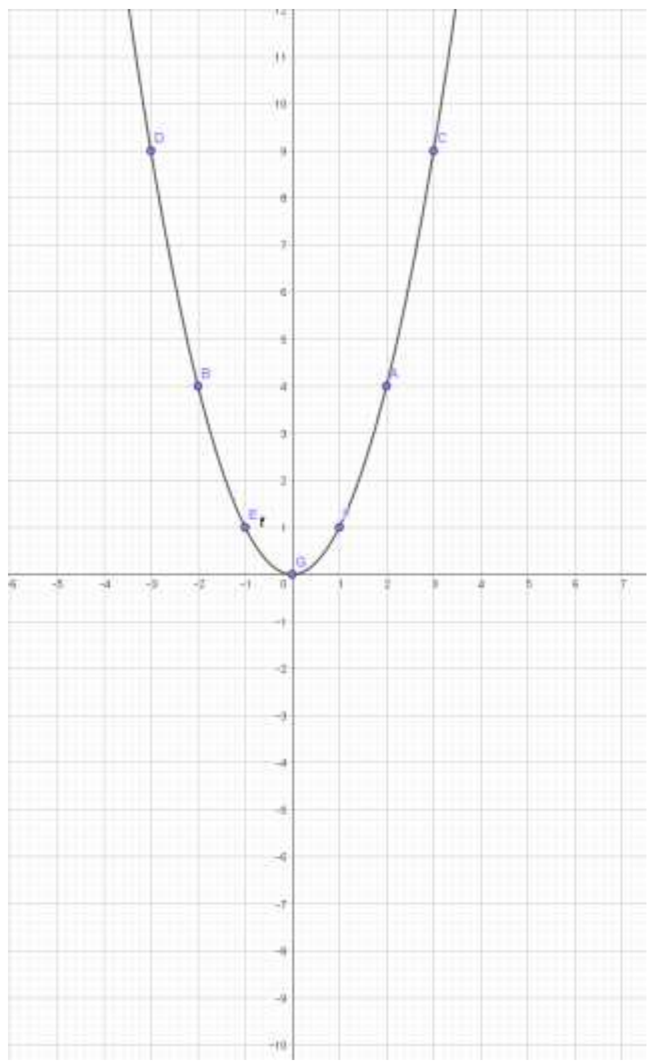
ii)

c) Trace les graphiques transformées.

i) $f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$

ii) $f(x) = \dfrac{1}{2}(x + 5)^2 - 7$





Les Valeurs absolues (les valeurs de x ne changent pas seulement les « y »).

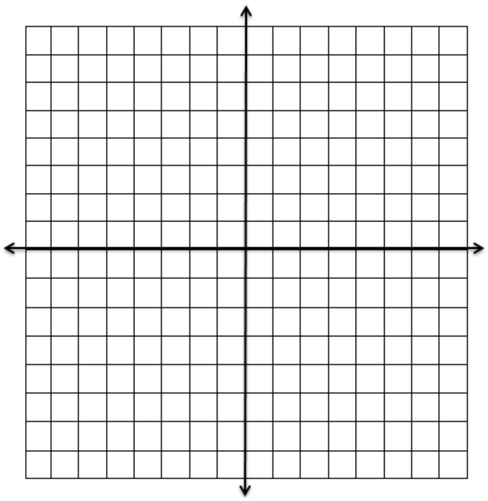
5. Détermine la valeur de ces expressions.

a) $| 4 - 9 |$

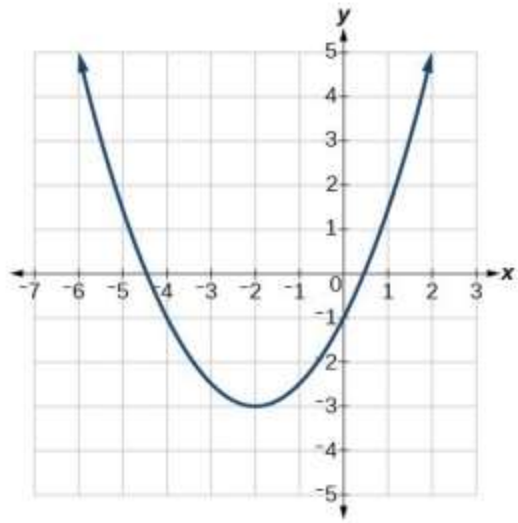
b) $3| -6 | - 24$

6. Représente graphiquement la fonction.

$y = |\,\text{-}3x + 4\,|$



7. Étant donné le graphique de f(x) ci-dessous, trace le graphique de y = $|f(x)|$



8. Détermine les points invariants pour les graphiques de #6 et #7.

Unité

LES TRANSFORMATIONS DE FONCTIONS

Certains mots de <u>Vocabulaire</u> pour l'unité

Une transformation	Un point invariant	Une correspondance
Une translation	Un étirement	La réciproque d'une fonction
Un point-image	Le test de la droite horizontale	Une réflexion

<u>Leçon 1 : Les translations horizontales et verticales (Revue 11^e)</u>

TRANSFORMÉE : La fonction obtenue par la transformation d'une fonction donnée

TRANSFORMATION : Une modification apportée à une figure ou à une relation telle que la figure ou le graphique de la relation change de position ou de forme.

CORRESPONDANCE : La relation entre un ensemble de points et un autre ensemble de points telle que chaque point de l'ensemble de départ correspond à un et un seul point de l'ensemble d'arrivée.

f(x) : Symbolise le graphique et l'équation de la fonction originale.

1. Les translations verticales y = f(x) + k

$y = f(x) + 4$ — $k = 4$ alors un déplacement (translation) vertical vers le haut par 4 unités. Additionne 4 unités à chaque valeur de y. (Graphique déplace vers le haut)

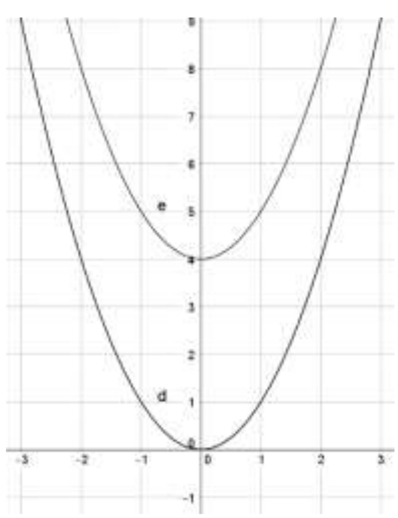
$y = f(x) – 3$ — $k = -3$ alors un déplacement (translation) vertical vers le bas par 3 unités. Soustrais 3 unités à chaque valeur de y. . (Graphique déplace vers le bas)

Exemple 1 : équation de base $f(x) = x^2$

a)
Transformée
$g(x) = f(x) + 4$

alors $g(x) = x^2 + 4$

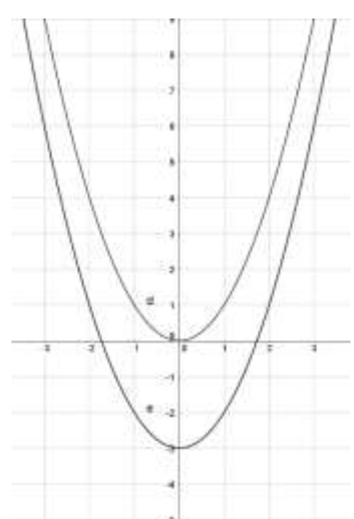
Règle de Correspondance :
Une nouvelle coordonnée sera $(x, y + 4)$



b)
Transformée
$g(x) = f(x) – 3$

alors $g(x) = x^2 – 3$

Règle de Correspondance :
Une nouvelle coordonnée sera $(x, y – 3)$



2. Les translations horizontales y = f(x – h).

y = f(x – 2)   h = 2 alors déplacement(translation) horizontal vers la droite par 2 unités. Additionne 2 unités à chaque valeur de x. (Graphique déplace vers la droite).

y = f(x + 4)   h = -4 alors déplacement (translation) horizontal vers la gauche par 4 unités Soustrais 4 unités à chaque valeur de x. (Graphique déplace vers la gauche).

Exemple 2 : équation de base f(x) = x^2

a)
Transformée

g(x) = f(x – 2)

alors g(x) = $(x – 2)^2$ h = 2

Règle de Correspondance :

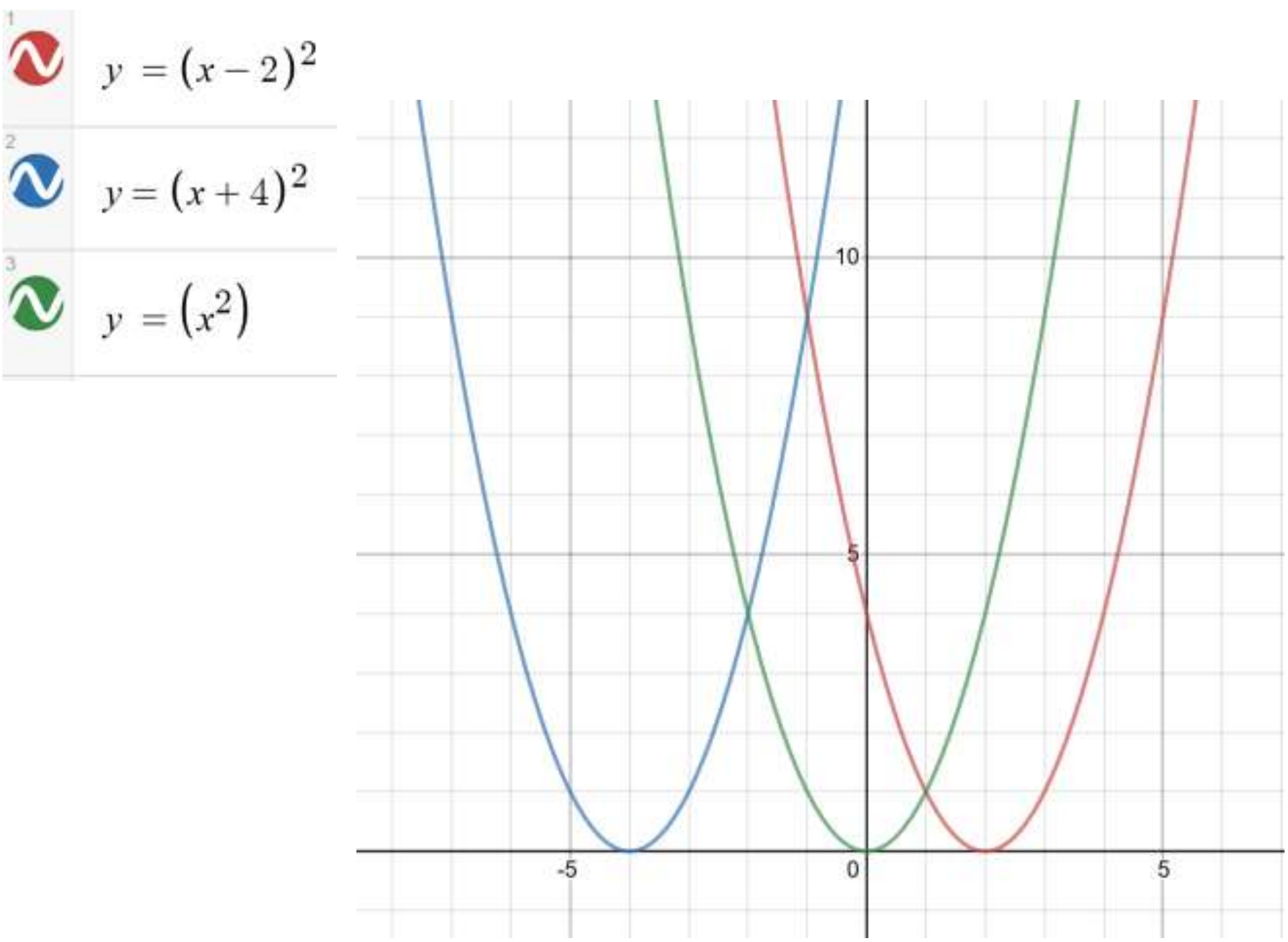
Une nouvelle coordonnée sera (x + 2, y)

b)
Transformée

g(x) = f(x + 4)

alors g(x) = $(x + 4)^2$
(x – (-4)) = (x + 4)   h = -4

Une nouvelle coordonnée sera (x – 4, y)



3. Déterminer l'équation d'une fonction obtenue par translation.

Point-image : Le point obtenu par la transformation d'un point du graphique.

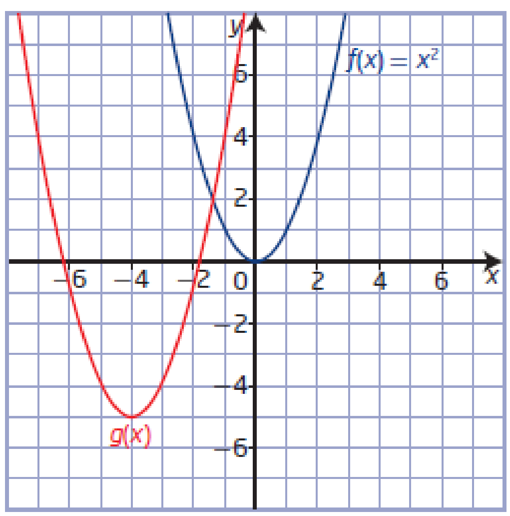
Par convention, on ajoute le symbole prime (′) à chaque lettre qui représente un point-image.

i) Détermine la fonction de base.
ii) Choisis des points significatifs du graphique et repère les points-images correspondants du graphique de g(x).

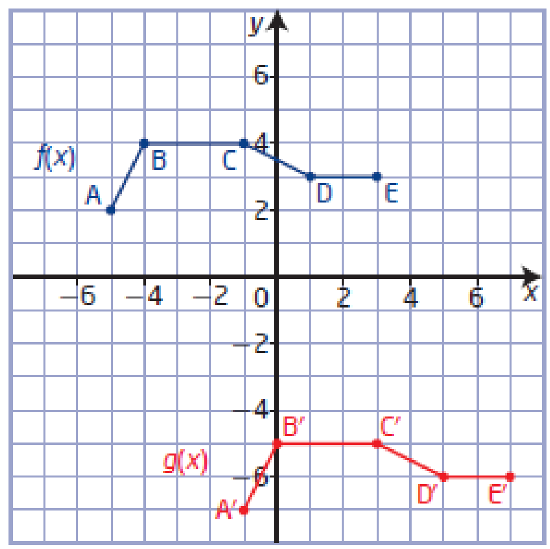
A : point du graphique original
A': point de la transformée

Exemple 3 :

a)



b)



i) Fonction de base : $f(x) = x^2$

Fonction de base : f(x)

1) Trouve des points images pour comparer les deux graphiques

2) Trouve la règle de correspondance pour ensuite trouver les transformations qui sont arrivés.

Point originale → Point image

$f(x)$		$g(x)$
$(0, 0)$	$\rightarrow$	$(-4, -5)$
$(-1, 1)$	$\rightarrow$	$(-5, -4)$
$(1, 1)$	$\rightarrow$	$(-3, -4)$
$(-2, 4)$	$\rightarrow$	$(-6, -1)$
$(2, 4)$	$\rightarrow$	$(-2, -1)$
(x, y)	$\rightarrow$	$(x - 4, y - 5)$

Alors g(x) = f(x + 4) – 5
Ou $g(x) = (x + 4)^2 - 5$

Point originale → Point image

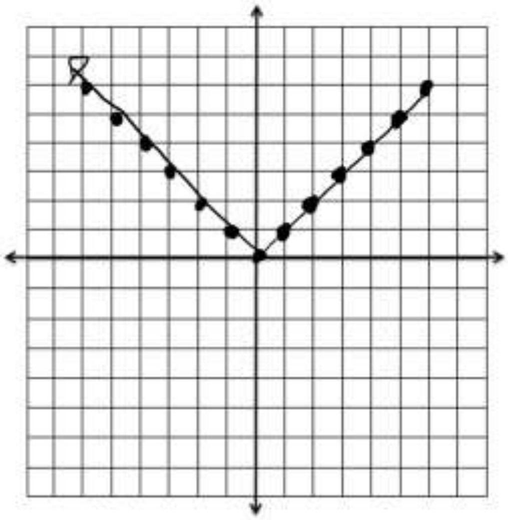
$f(x)$		$g(x)$
$A(-5, 2)$	$\rightarrow$	$A'(-1, -7)$
$B(-4, 4)$	$\rightarrow$	$B'(0, -5)$
$C(-1, 4)$	$\rightarrow$	$C'(3, -5)$
$D(1, 3)$	$\rightarrow$	$D'(5, -6)$
$E(3, 3)$	$\rightarrow$	$E'(7, -6)$
(x, y)	$\rightarrow$	$(x + 4, y - 9)$

g(x) = f(x – 4) – 9

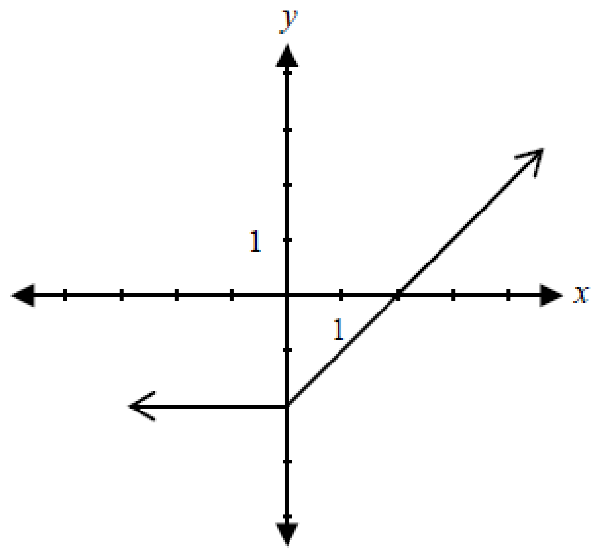
4. Valeur Absolues (seulement les y changent et non les « x »)

Exemple 4 : Trace les graphiques.

a) Voici le graphique de $\boldsymbol{f(x) = |x|}$
Trace-la transformée $g(x) = |x-4| + 3$
ou
g(x) = f(x – 4) + 3 Attention au domaine du graphique originale!!!



b) Étant donnée le graphique f(x) ci-dessous, trace le graphique de g(x) = $|f(x+5)|$) – 2



ON UTILISE g(x) = EN FONCTION DE f(x)…..

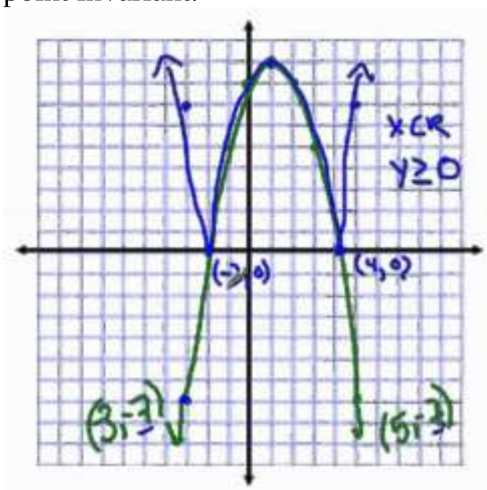
SI ON NE SAIT PAS L'ÉQUATION DU GRAPHIQUE ORIGINALE.

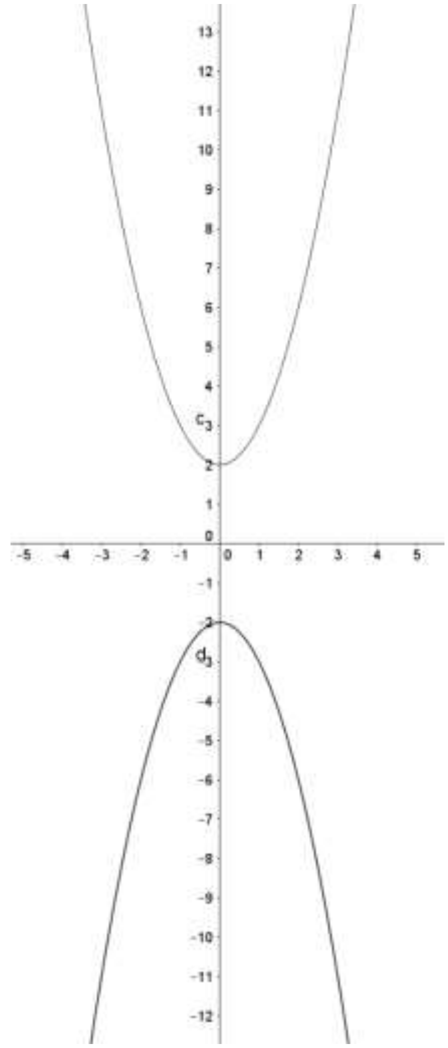
Leçon 2 : Les réflexions et les étirements

Point invariant :

- Un point d'un graphique qui reste inchangé après une transformation.

Tout point d'un graphique qui se trouve sur l'axe de réflexion est un point invariant.



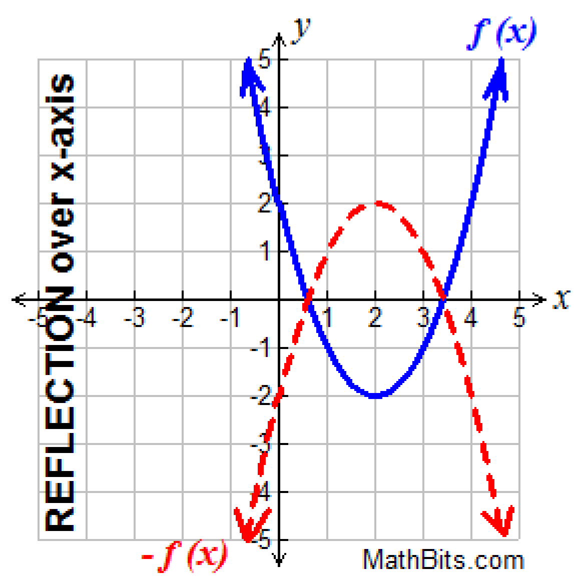


Réflexion :

- Une transformation dans laquelle chaque point du graphique initial possède un point-image résultant d'un rabattement par rapport à un axe.
- Une réflexion peut modifier l'orientation du graphique mais ne change pas sa forme.

A) Les réflexions (à partir des axes horizontaux et verticaux)

1. Quand les valeurs de sortie (y) d'une fonction y = f(x) sont multipliées par -1, le résultat,
   y = -f(x).



<u>C'est une réflexion du graphique par rapport à l'axe des x.</u>

Exemple 1 : $f(x) = (x - 2)^2 - 2$ subit une réflexion par rapport à l'axe des x.

Réponse : $-f(x)$ ou $y = -(x - 2)^2 + 2$

Exemple 2 :

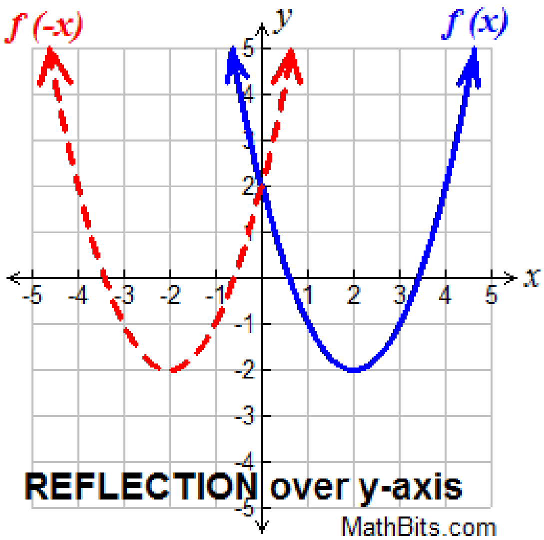
Détermine l'équation de la réflexion par rapport à l'axe des x de :

a) $y = 2x - 4$ b) $y = -3x + 2$

2. Quand les valeurs d'entrée (x) d'une fonction y = f(x) sont multipliées par -1, le résultat,
y = f(-x),

<u>C'est une réflexion du graphique par rapport à l'axe des y.</u>

Exemple 3 : f(x) = $(x+2)^2 - 2$ subit une réflexion par rapport à l'axe **des y.**



Réponse : f(-x) ou y = $(-(x))^2 - 1$

Exemple 4 :

Détermine l'équation de la réflexion par rapport à l'axe des y de :

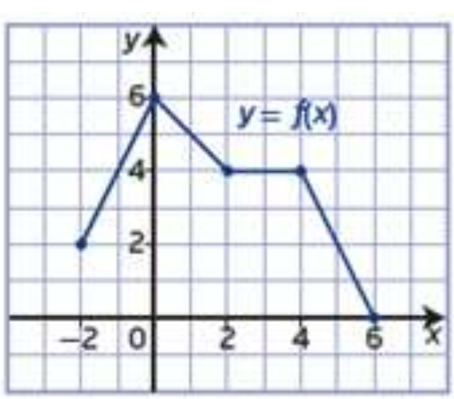
a) y = 3x – 1

b) y = -3x – 4

Exemple 5 :

Réponds aux questions de réflexions en utilisant le graphique ci-dessous.

a) Qu'est-ce qui arrive au graphique s'il subit une **réflexion par rapport à l'axe des x** ? Donne la règle de correspondance, trouve les points images et l'équation de la fonction.



(x, y) → (   )

A (-2, 2) → A'(   )

B (0, 6) → B' (   )

C (2, 4) → C' (   )

D (4, 4) → D' (   )

E (6, 0) → E' (   )

b) Qu'est-ce qui arrive au graphique s'il subit une **réflexion par rapport à l'axe des y** ? Donne la règle de correspondance et l'équation de la fonction.

B) Les étirements verticaux et horizontaux

Étirement :
- Une transformation dans laquelle la distance entre chaque point et l'axe des x (ou des y) est multipliée par un facteur donné.
- Quand le facteur est compris entre 0 et 1, le point se rapporche de l'axe des x (ou des y); quand le facteur est supérieur à 1, le point s'éloigne de l'axe des x (ou des y)

1) Étirements vertical y = af(x)

Le graphique subit un étirement vertical par un facteur de $|a|$

i) Si $a > 1$, les valeurs de y sont multipliées par un facteur de a.

Exemple 6 :

a) y = 3f(x) Les valeurs de y sont multipliées par 3.

ii) Si $0 < a < 1$, les valeurs de y sont multipliées par un facteur de a.

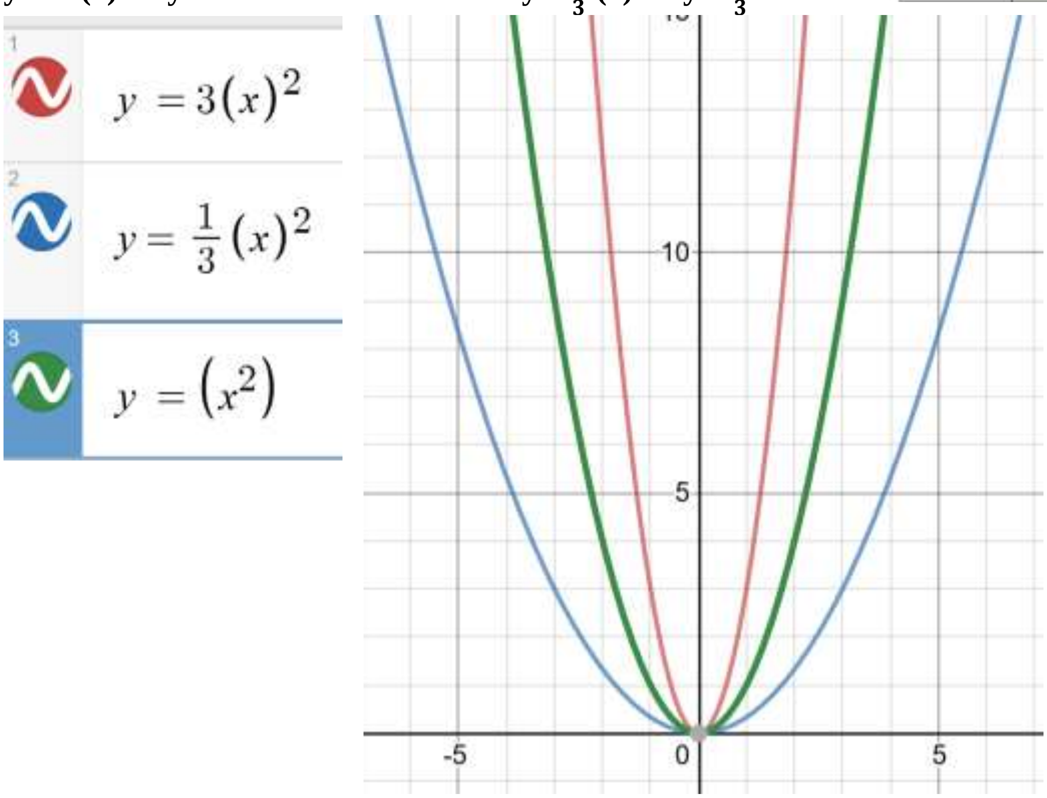
b) $y = \frac{1}{3}f(x)$ Les valeurs de y sont multipliées par 1/3, donc vraiment les valeurs de y sont divisés par 3.

x	y = f(x)	y = 3f(x)	$y = \frac{1}{3}x^2$
-3	9	27	3
-2	4	12	1,3333
-1	1	3	0,3333
0	0	0	0
1	1	3	0,3333
2	4	12	1,3333
3	9	27	3

Fonction de base $f(x) = x^2$

$y = 3f(x)$ ou $y = 3x^2$

$y = \frac{1}{3}f(x)$ ou $y = \frac{1}{3}x^2$



Ex : Le point (1, 5) se trouve sur le graphique f(x), trouve la coordonnée qui se trouve sur le graphique g(x) = 2f(x).

2) Étirements horizontaux y = f(bx)

Le graphique subit un étirement vertical par un facteur de $\left|\frac{1}{b}\right|$.

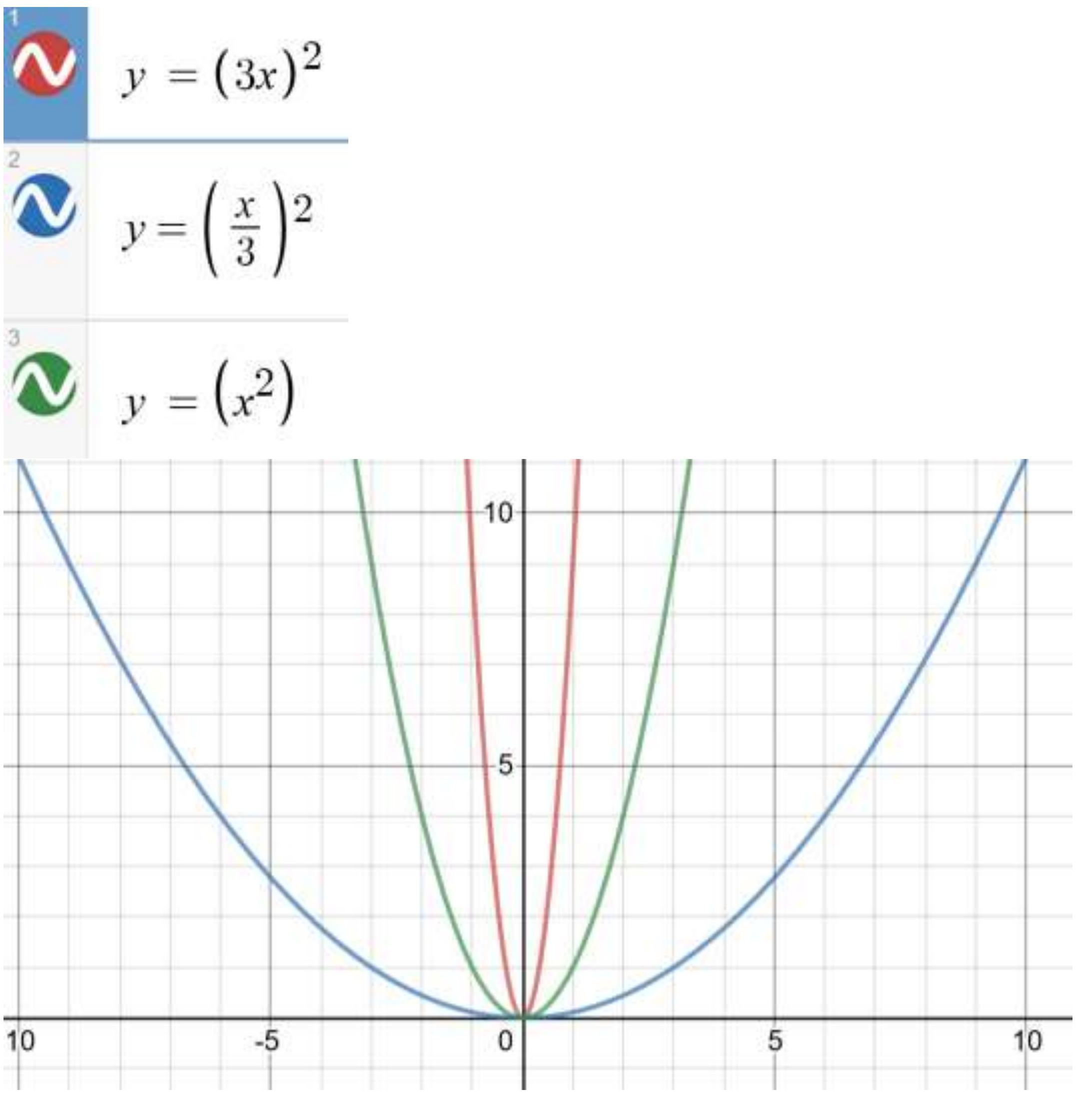
i) Si $b > 1$, les valeurs de x sont multipliées par un facteur de $\left|\frac{1}{b}\right|$, alors ils sont vraiment divisées par un facteur de b.

Exemple 7 :

a) y = f(3x) Les valeurs de x sont multipliées par 1/3 alors divisées par 3.

ii) Si $0 < b < 1$, les valeurs de y sont multipliées par un facteur de b.

b) $y = f(\frac{1}{3}x)$ Les valeurs de x sont multipliées par 3.

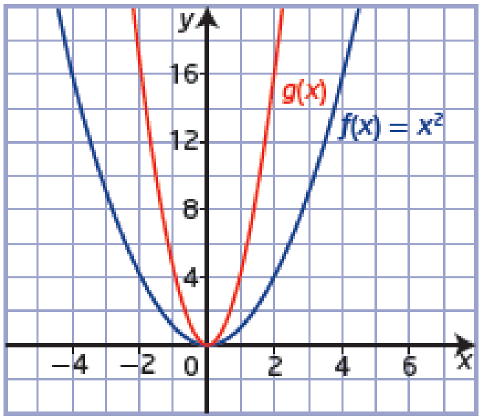


Exemple 8 : Le point (5, 3) se trouve sur le graphique f(x), trouve la coordonnée qui se trouve sur le graphique g(x) = $2f(\frac{1}{5}x)$.

3) Déterminer l'équation de la transformée d'une fonction.

Exemple 9 :

Le graphique de la fonction y = f(x) a subi un étirement ou une réflexion? Détermine l'équation de la transformée, g(x).

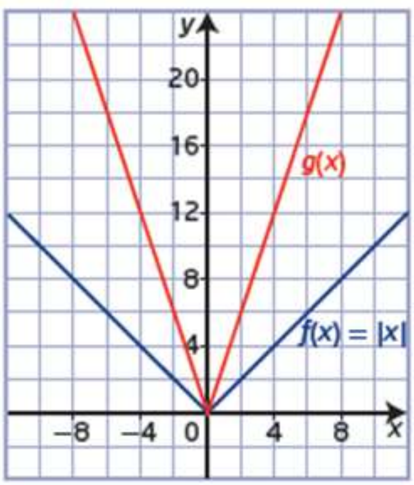


$g(x) = 4x^2$ ou $g(x) = (2x)^2$

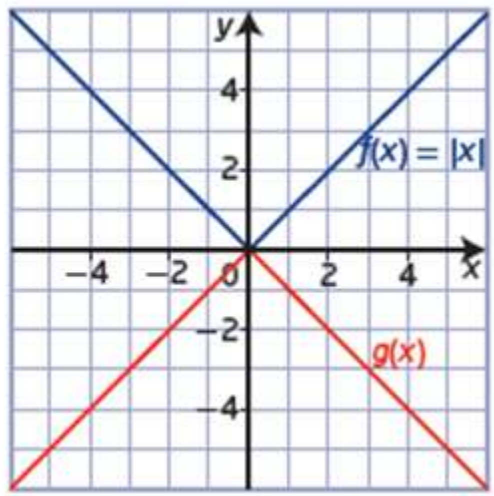
Exemple 10 :

Le graphique de la fonction y = f(x) a subi un étirement ou une réflexion. Détermine l'équation de la transformée, g(x).

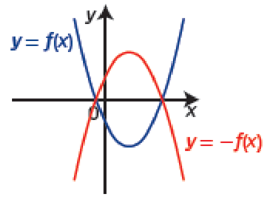
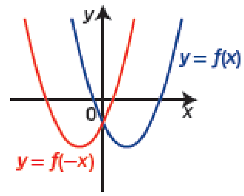
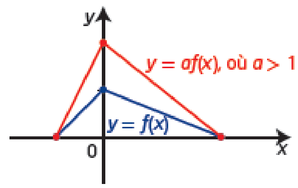
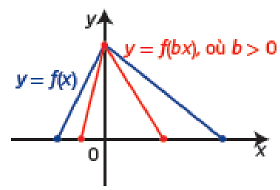
a)



b)

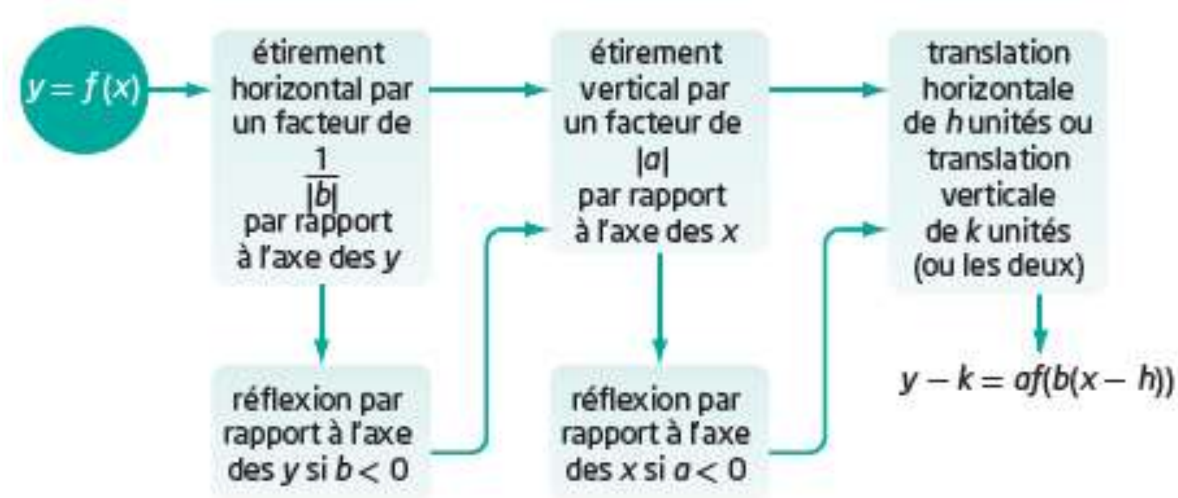


- Tout point qui se trouve sur un axe de réflexion est un point invariant.

Fonction	Transformation subie par $y = f(x)$	Règle de correspondance	Exemple
$y = -f(x)$	Une réflexion par rapport à l'axe des x	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	
$y = f(-x)$	Une réflexion par rapport à l'axe des y	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	
$y = af(x)$	Un étirement vertical par un facteur de $\lvert a \rvert$ par rapport à l'axe des x ; si $a < 0$, alors le graphique subit aussi une réflexion par rapport à l'axe des x	$(x, y) \rightarrow (x, ay)$	
$y = f(bx)$	Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{\lvert b \rvert}$ par rapport à l'axe des y ; si $b < 0$, alors le graphique subit aussi une réflexion par rapport à l'axe des y	$(x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{b}, y\right)$	

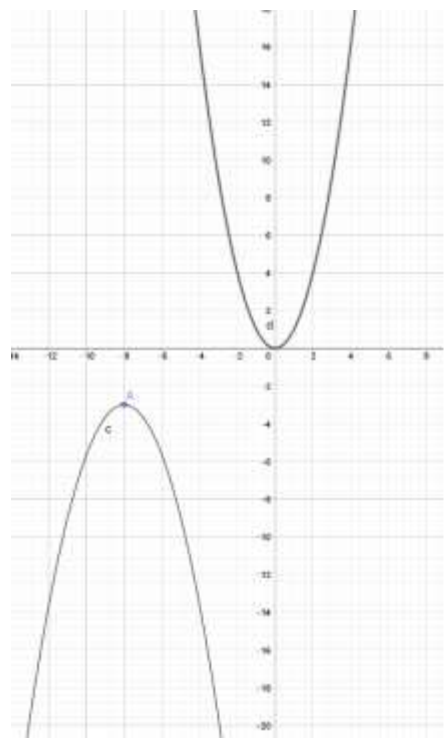
Leçon 3 : Les Combinaisons des transformations

Ordre des combinaisons



1. a) Décris la combinaison de transformations à appliquer à la fonction $f(x) = x^2$ pour obtenir la transformée

$$g(x) = -2f\left(\frac{1}{3}(x+8)\right) - 3$$



Les transformations sont :

- une réflexion par rapport à l'axe des _______,

- un étirement vertical par un facteur de ______,

- un étirement _____________ par un facteur de 3 et,

- une translation _____________ de 8 unités vers la _____________ et,

- une translation vertical vers le ________ par _____ unités.

b) f(x) subit des transformations. Écris l'équation de g(x) en fonction de f(x).

- une réflexion par rapport à l'axe des y

- un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{2}$,

- un étirement horizontal par un facteur de 4 et,

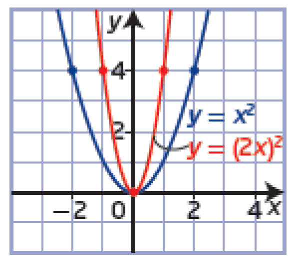
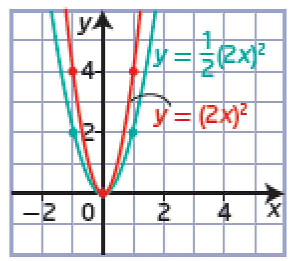
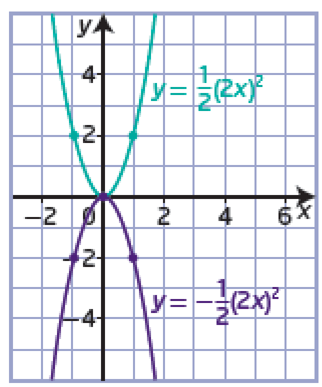
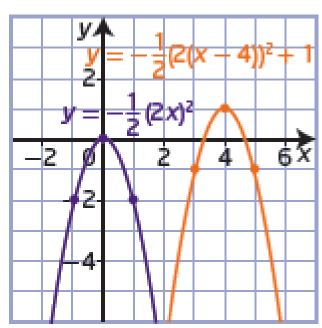
- une translation horizontal de 4 unités vers la droite et,

- une translation vertical vers le haut par 1 unité.

g(x) =

2.

Montre la combinaison de transformations que doit subir le graphique de la fonction $f(x) = x^2$ pour devenir le graphique de la transformée $g(x) = -\frac{1}{2}f(2(x-4)) + 1$. Écris l'équation qui correspond à $g(x)$.

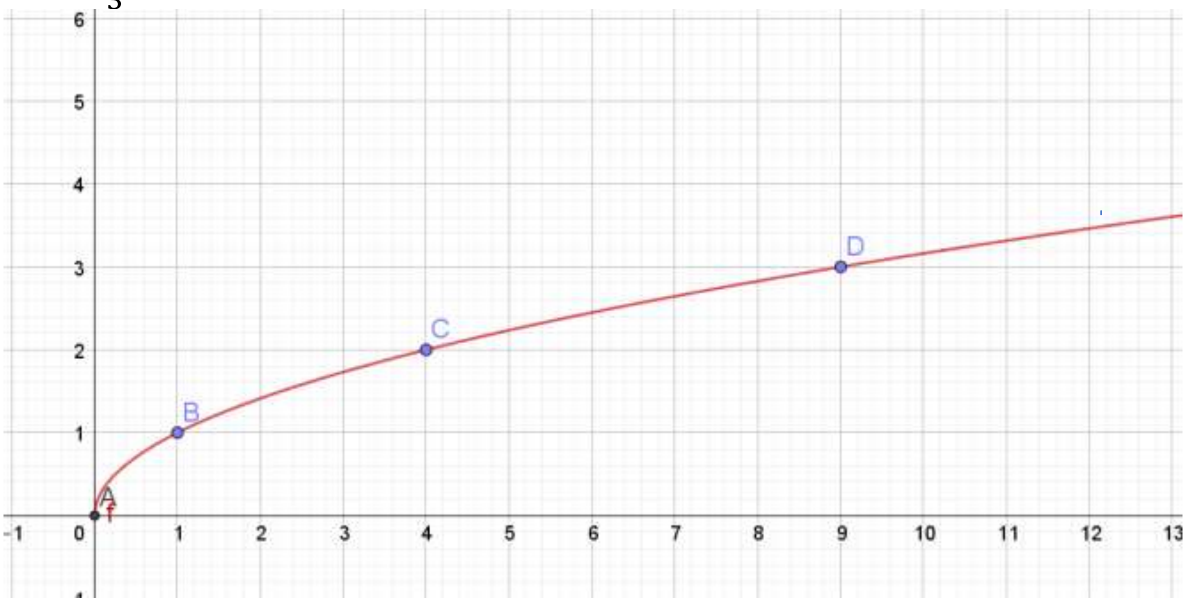
Description	Règle de correspondance	Graphique
Étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des y $y = (2x)^2$	$(-2, 4) \rightarrow (-1, 4)$ $(0, 0) \rightarrow (0, 0)$ $(2, 4) \rightarrow (1, 4)$ $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{2}x, y\right)$	
Étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des x $y = \frac{1}{2}(2x)^2$	$(-1, 4) \rightarrow (-1, 2)$ $(0, 0) \rightarrow (0, 0)$ $(1, 4) \rightarrow (1, 2)$ $\left(\frac{1}{2}x, y\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$	
Réflexion par rapport à l'axe des x $y = -\frac{1}{2}(2x)^2$	$(-1, 2) \rightarrow (-1, -2)$ $(0, 0) \rightarrow (0, 0)$ $(1, 2) \rightarrow (1, -2)$ $\left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y\right)$	
Translation de 4 unités vers la droite et de 1 unité vers le haut $y = -\frac{1}{2}(2(x-4))^2 + 1$	$(-1, -2) \rightarrow (3, -1)$ $(0, 0) \rightarrow (4, 1)$ $(1, -2) \rightarrow (5, -1)$ $\left(\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 4, -\frac{1}{2}y + 1\right)$	

L'équation de la transformée est $y = -\frac{1}{2}(2(x-4))^2 + 1$.

Au lieu de faire chaque étape nous allons utiliser la règle de correspondance pour trouver les points images pour tracer une transformée. $\left(\frac{x}{b} + h, ay + k\right)$

Exemple 1 :
Décris la combinaison de transformations à appliquer à la fonction y = f(x) pour obtenir la transformée. Trace le graphique et montre chaque étape.

a) $y = \frac{1}{3}f(2x) + 1$



Le graphique a subit un étirement ____________ par un facteur de ______, un étirement ________________ par un facteur de _______ et une translation verticale vers le ________ par ______ unités.

Régle de correspondance : $\left(\frac{x}{2}, \frac{1}{3}y + 1\right)$

A (0, 0) →

B (1, 1) →

C(4, 2) →

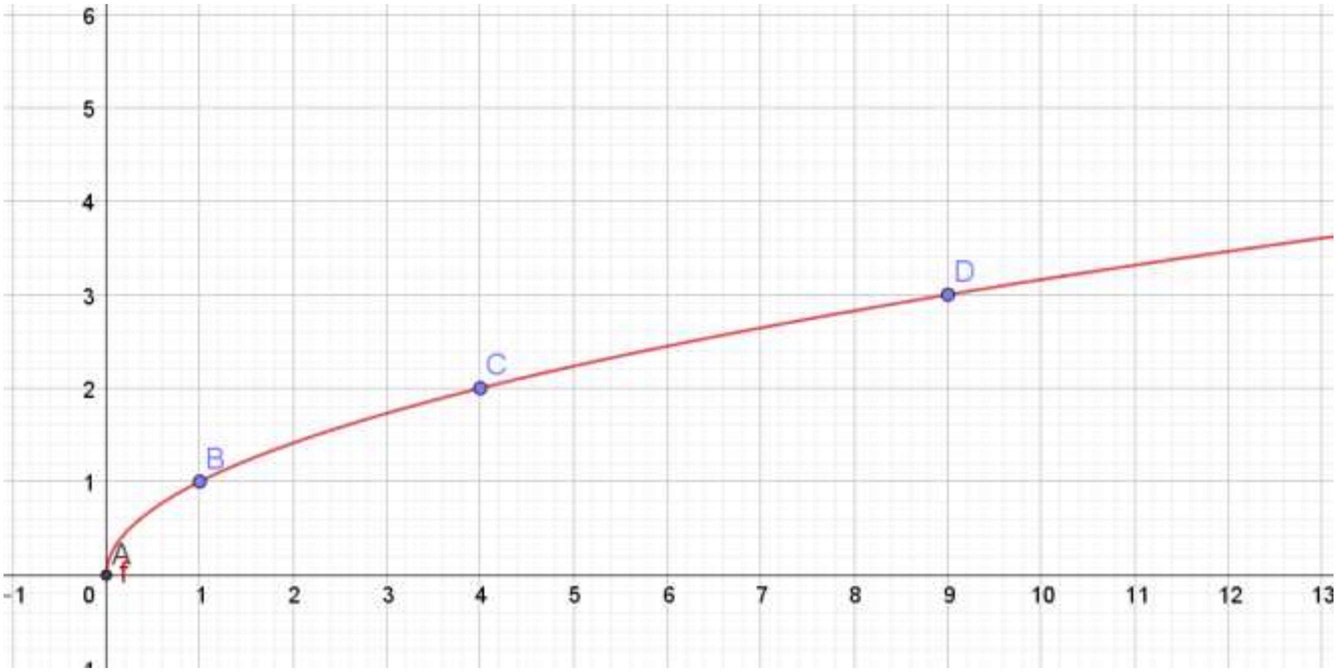
D (9, 3) →

Trace le graphique de la transformée

b) y = f(2x – 6)

****** N'oubliez pas la fonction doit être sous forme de $y = af(b(x – h)) + k$
Alors la factorisation est nécessaire!!!!

y = f(2(x – 3))



Régle de correspondance : (,   )

A (0, 0) →

B (1, 1) →

C(4, 2) →

D (9, 3) →

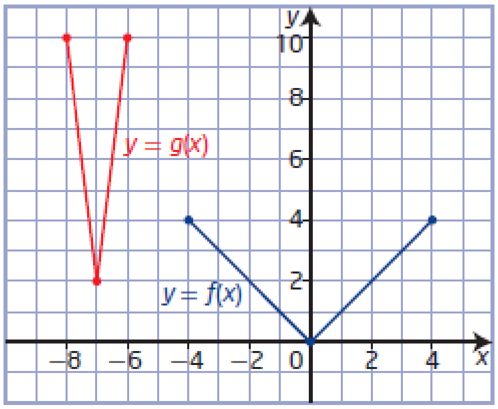
Trace le graphique de la transformée

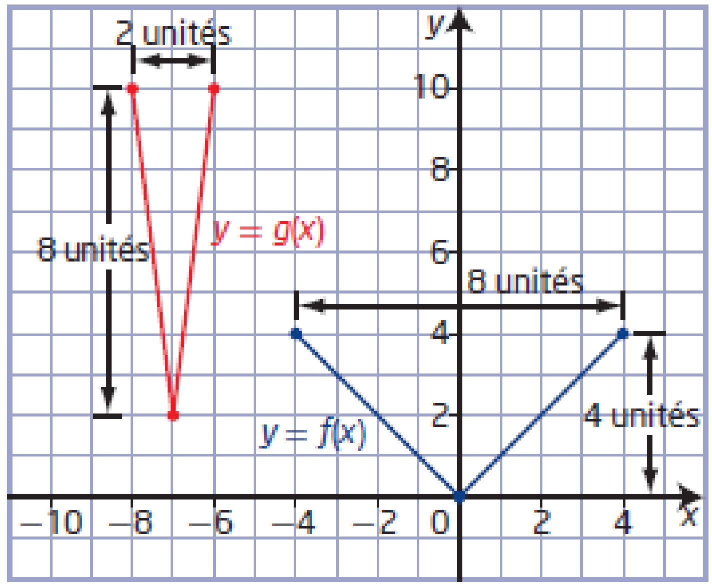
Exemple 2 :
Détermine le point de g(x) si g(x) = -3f(2x + 6) + 4 et le point de f(x) est (4, 16).

Exemple 3 :
Si l'image de f(x) est [-20, 30], détermine l'image de la fonction g(x) si g(x) = $\frac{1}{2}$f(-5(x – 1)) + 3.

Détermine l'équation de la transformation

3. La fonction y = g(x) est une transformée de y = f(x). Détermine l'équation de g(x) sous la forme y = af(b(x – h)) + k. Explique ta réponse.





Repère les points significatifs du graphique de $f(x)$ et les points-images du graphique de $g(x)$.

$(-4, 4) \rightarrow (-8, 10)$

$(0, 0) \rightarrow (-7, 2)$

$(4, 4) \rightarrow (-6, 10)$

Le point (0, 0) du graphique de $f(x)$ n'est pas modifié par un étirement, qu'il soit horizontal ou vertical, ni par une réflexion. Il peut donc servir à déterminer les translations verticale et horizontale. Le graphique de $g(x)$ montre une translation de 7 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut.

$h = -7$ et $k = 2$

Il n'y a pas de réflexion.

Compare la distance entre les points significatifs. Dans le sens vertical, 4 unités deviennent 8 unités. Il y a donc un étirement vertical par un facteur de 2. Dans le sens horizontal, 8 unités deviennent 2 unités. Il y a donc aussi un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{4}$.

$a = 2$ et $b = 4$

Remplace a, b, h et k par leurs valeurs dans $y = af(b(x - h)) + k$.

L'équation de la transformée de la fonction est $y = 2f(4(x + 7)) + 2$.

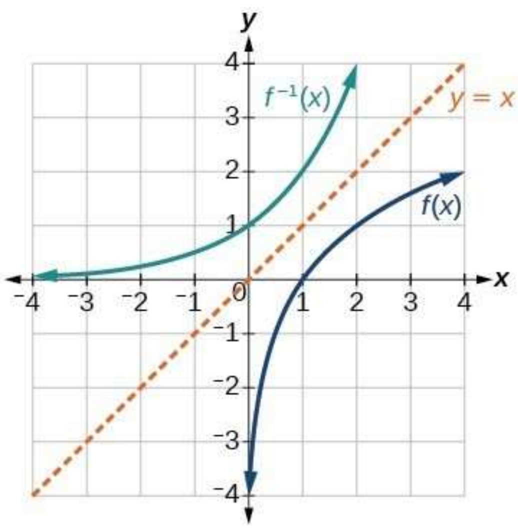
Leçon 4 : La Réciproque d'une fonction ($f^{-1}(x)$)

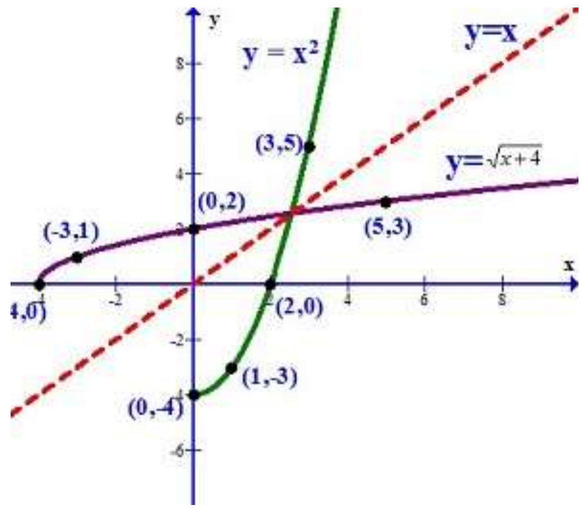
1. **La Réciproque d'une fonction :**

- si f est une fonction dont le domaine est A et l'image est B, sa réciproque, si elle existe, est notée f^{-1}, et son domaine est B et son image est A.

Ex : Coordonnée (3, 5) **Réciproque devient (5,3)**

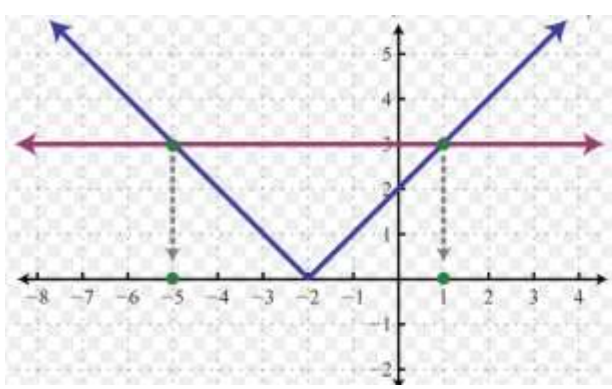
- f^{-1} associe y à x si et seulement si f associe x à y
- **La réciproque est une réflexion par rapport au droite y = x.**





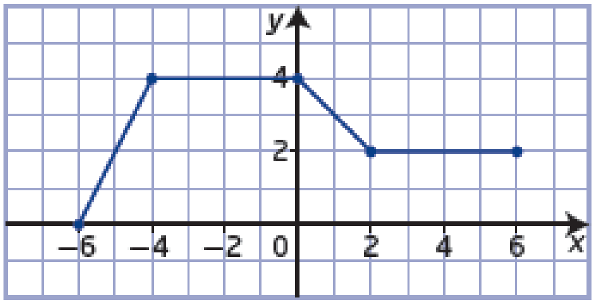
Test de la droite horizontale :

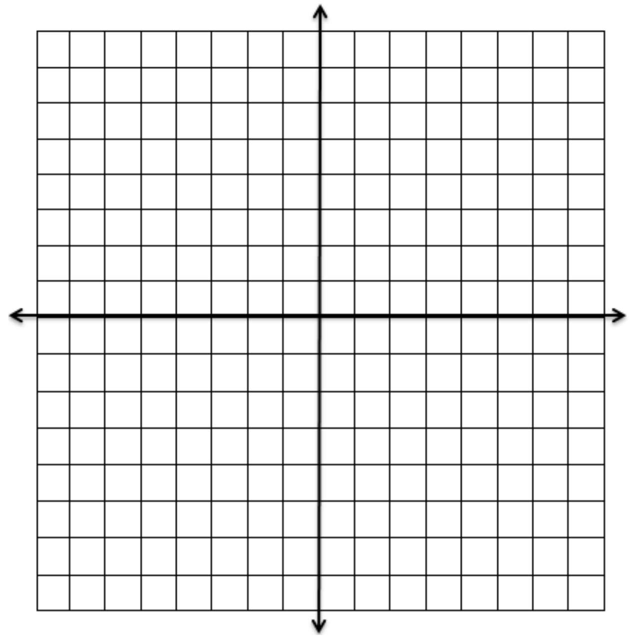
- Un test qui sert à déterminer si la réciproque est une fonction, à partir de son graphique.
- Si une droite horizontale peut couper le graphique (originale) d'une relation plus d'une fois, alors la réciproque de la relation n'est pas une fonction.



Exemple 1 :

a) Trace le graphique de la réciproque





b) Indique le domaine et l'image de f(x).

Domaine : ________________________

Image : ___________________________

c) Indique le domaine et l'image de $f^{-1}(x)$.

Domaine : ________________________

Image : ___________________________

d) Détermine les coordonnées à l'origine de f(x).

Abscisse : ____________________ Ordonnée : ___________________

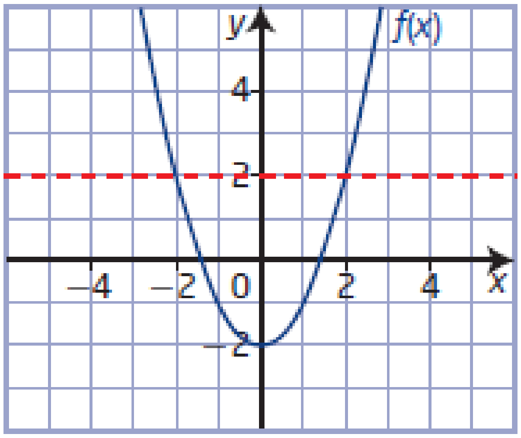
e) Détermine les coordonnées à l'origine de $f^{-1}(x)$.

Abscisse : ____________________ Ordonnée : ___________________

f) Détermine si la relation et sa réciproque sont des fonctions. Pourquoi ?

2. **Restreindre le domaine de f(x) pour que $f^{-1}(x)$ soit une fonction**

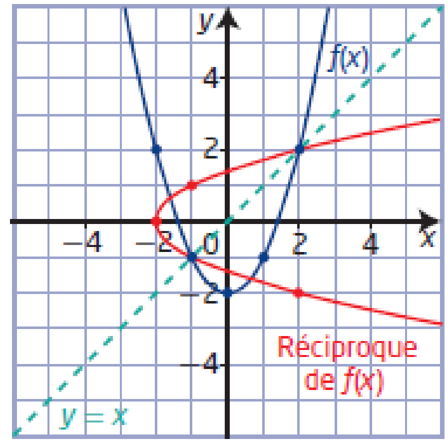
Exemple 2 :



Soit la fonction $f(x) = x^2 – 2$.

La réciproque n’est pas une fonction parce que la fonction originale ne passe pas le test horizontal

Ou la réciproque n’est pas une fonction parce qu’il ne passe pas le test verticale.



a) Écrit l’équation de la réciproque.

b) Restreint le domaine (de l’équation f(x)) pour que la réciproque soit une fonction. (alors on coupe une moitié du graphique originale)

c) domaine et l’image de f(x)

d) domaine et l’image de $f^{-1}(x)$ (alors fonction restreint)

3. **Détermine les équations des fonctions réciproques.**

Exemple 3 :

Si $f(x) = \frac{1}{3}x + 6$, évalue $f^{-1}(2)$.

$f^{-1}(2)$ veut dire trouver y quand x = 2 pour la fonction réciproque.

Méthode 1 :
Trouve l’équation de $f^{-1}(x)$ et insère x = 2.

Méthode 2 :
Si x = 2 pour $f^{-1}(x)$, ça veut dire que y = 2 pour la fonction f(x). Alors insère y = 2 pour f(x).

PRÉ-CALCUL 40S

Unité

LES FONCTIONS RACINES

Revue :

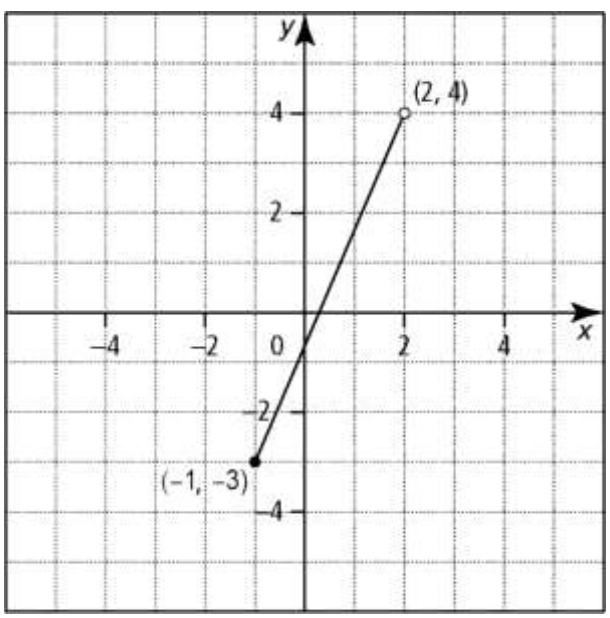
1. Détermine toute restriction sur les valeurs de la variable de chaque expression ou équation.

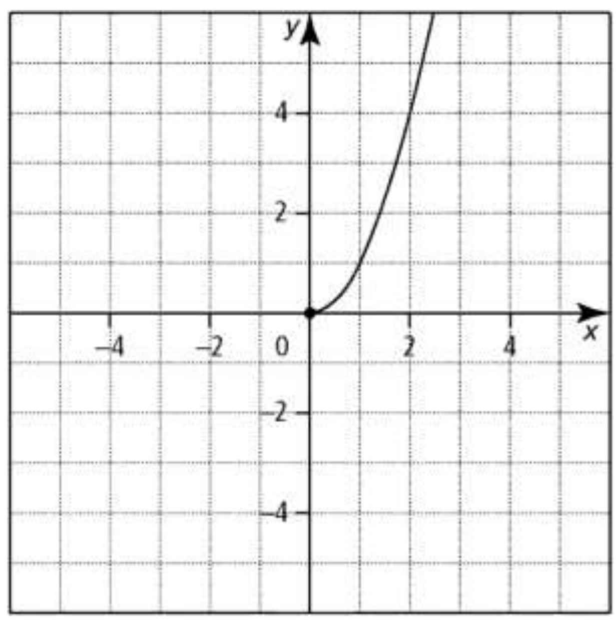
a) $7\sqrt{x}$ b) $\dfrac{5x+1}{x\sqrt{x+2}}$ c) $8\sqrt{x-4}$ d) $-2\sqrt{3x+1}=4$

2. Résous chaque équation.

a) $5-\sqrt{3x}=1$ b) $\sqrt{x^2}=x$ c) $\sqrt{4x+1}+3=8$ d) $\sqrt{7y+25}-y=1$

3. Détermine le domaine et l'image de chaque fonction représentée.

a) 

b) 

Domaine : ____________________ Domaine : ________________

Image :___________________ Image : __________________

Leçon 1 : Les Fonctions Racines et leurs Transformations

Fonction racine :

- Une fonction qui contient une variable sous un radical.
- $y = \sqrt{3x}$ et $y = 4\sqrt[3]{5+x}$ sont des fonctions racines.

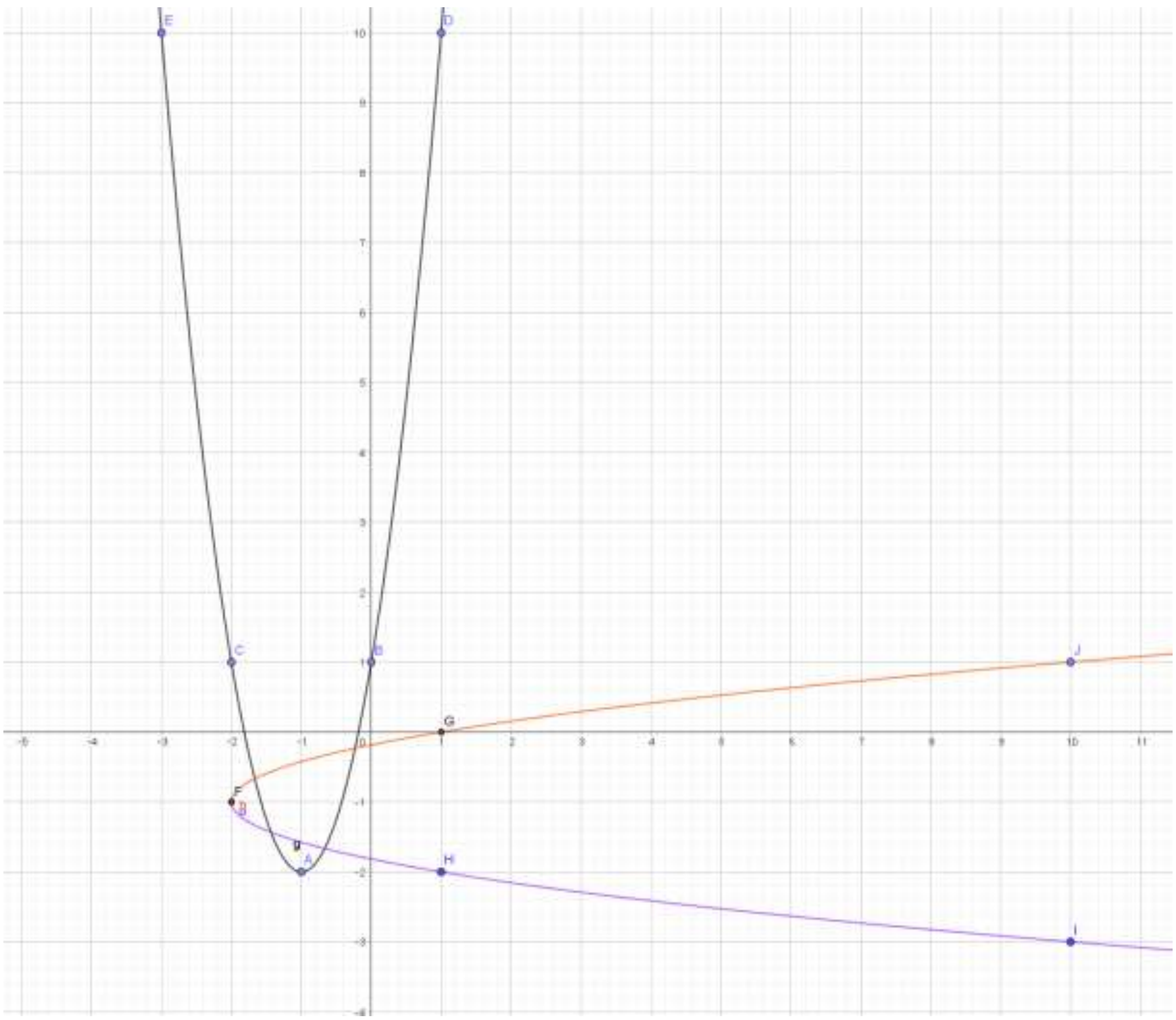
Une fonction racine est une fonction réciproque d'une fonction quadratique qui est restreint pour qu'elle soit une fonction.

Exemple $f(x) = 3(x+1)^2 - 2$ $\qquad$ $x = 3(y+1)^2 - 2$

$$\sqrt{\frac{x+2}{3}} - 1 = y$$

$x \geq -1$ $\qquad$ $y = +\sqrt{\frac{x+2}{3}} - 1$

$x \leq -1$ $\qquad$ $y = -\sqrt{\frac{x+2}{3}} - 1$

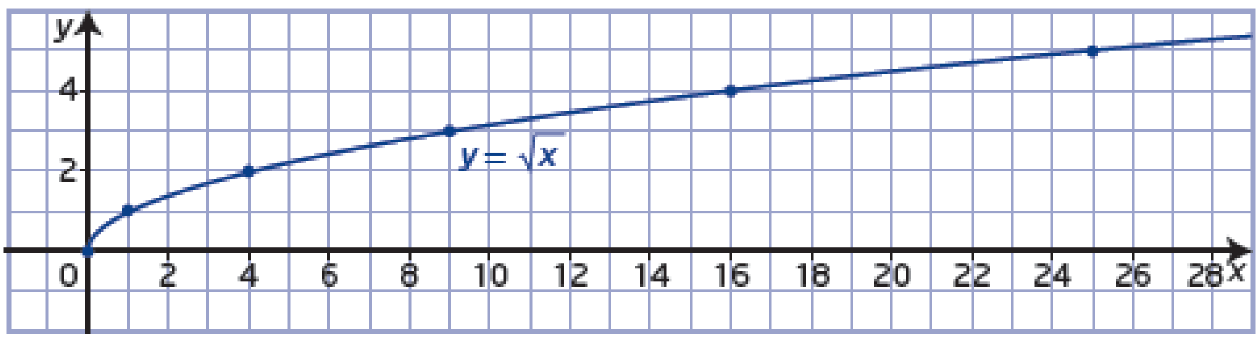


A) Trace le graphique d'une fonction racine avec une table de valeurs

1. **La fonction de base pour une fonction racine est y = $\sqrt{x}$. On restreint le domaine pour que la relation soit une fonction. (On ne peut pas avoir des valeurs négatives dans une racine carré.)**

Les points qui ne changent pas :

x	y
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5



Domaine : ______________________________ Image : ________________________________

B) Explorons les transformations sur les fonctions racine !!!

$y = a\sqrt{b(x-h)} + k$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{(\frac{x}{b} + h, ay + k)}$

a : Étirement vertical $\qquad$ b : Étirement horizontal (ou compression)

h : Translation horizontal $\qquad$ k : Translation vertical

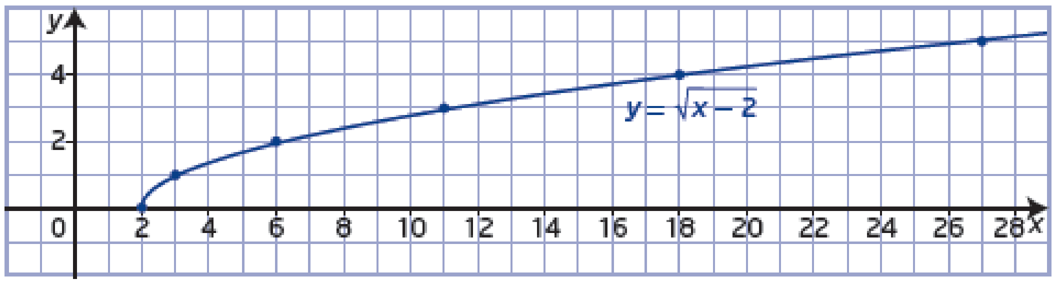
Exemple 1 :

a) Trace la fonction racine de y = $\sqrt{x-2}$. Détermine la restriction sur le domaine de la transformée.

i) Restriction :

$x - 2 \geq 0$

$x \geq 2$



ii) Règle de correspondance

f(x) = $\sqrt{x}$ → y =$\sqrt{x-2}$

(x, y) → (x + 2, y)

iii) Points Images

(0, 0) → (2, 0)
(1, 1) → (3, 1)
(4, 2) → (6, 2)
(9, 3) → (11, 3)
(16, 4) → (18, 4)
(25, 5) → (27, 5)

b) Quel type de transformation est arrivé ?

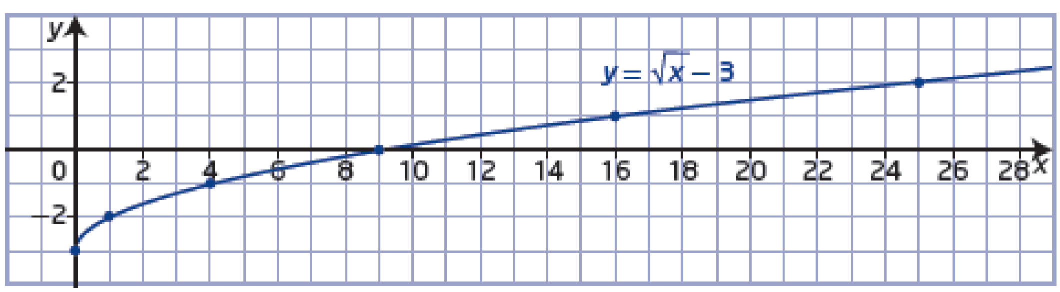
____

Domaine : ________________________ $\qquad$ Image : ________________________

b) Trace la fonction racine de y = $\sqrt{x} - 3$. Détermine la restriction sur le domaine ainsi que le domaine et l'image.

i) Restriction :

$x \geq 0$



ii) Règle de correspondance :

f(x) = $\sqrt{x}$ → y =$\sqrt{x} - 3$

(x, y) → (x, y – 3)

iii) Points Images

(0, 0) → (0, -3)
(1, 1) → (1, -2)
(4, 2) → (4, -1)
(9, 3) → (9, 0)
(16, 4) → (16, 1)
(25, 5) → (25, 2)

b) Quel type de transformation est arrivé ?

____

Domaine : ________________________ $\qquad$ Image : ________________________

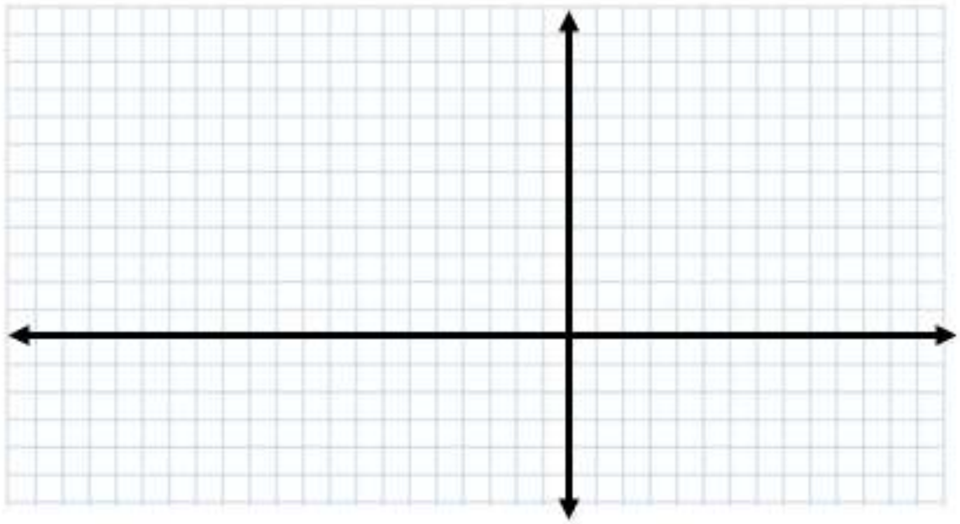
Exemple 2 :
Trace le graphique de fonctions racine à l'aide de transformations, détermine le domaine et l'image.

$y = 3\sqrt{-x+1}$
$y = 3\sqrt{-(x-1)}$

i) Restriction :

ii) Règle de correspondance :

Points Images :
(0, 0) →
(1, 1) →
(4, 2) →
(9, 3) →
(16, 4) →
(25, 5) →



Domaine : ____________________________ Image : ____________________________

Transformations :

____

____

____

____

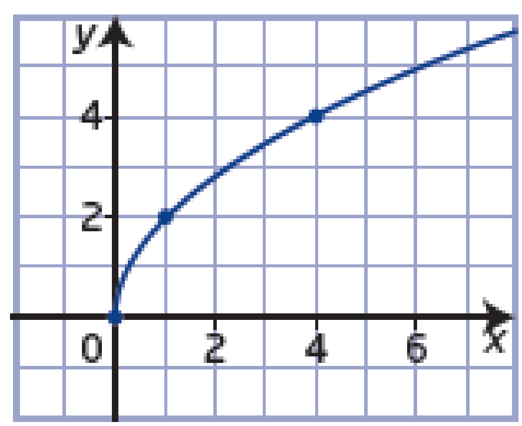
C) Détermine l'équation d'une fonction racine.

2. Détermine l'équation du graphique.

Méthode 1 :

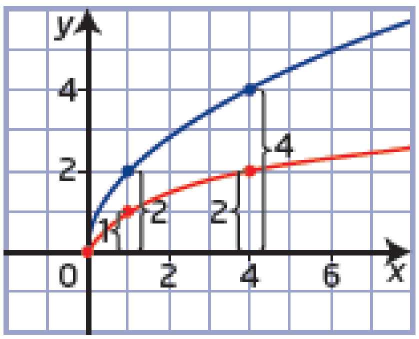
i) Trouve s'il y avait des déplacements en premier. (Si le sommet de la racine a été déplacé).

ii) Ensuite compare les distances verticales ou horizontales entre les points du graphique et les points originales de f(x) = $\sqrt{x}$



Considère la transformation comme un étirement vertical ($y = a\sqrt{x}$)

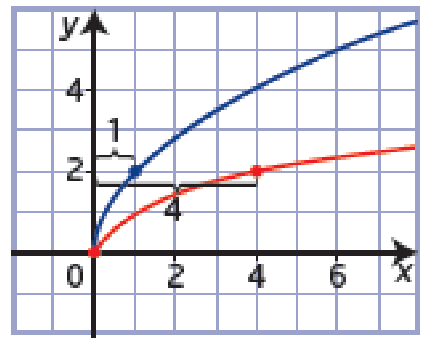
Chaque distance verticale est égale à 2 fois la distance correspondante dans le graphique de $y = \sqrt{x}$.



Cela représente un étirement vertical par un facteur de 2, ce qui signifie que $a = 2$. L'équation $y = 2\sqrt{x}$ représente la fonction.

Considère la transformation comme un étirement horizontal ($y = \sqrt{bx}$)

Chaque distance horizontale est égale à $\frac{1}{4}$ de la distance correspondante dans le graphique de $y = \sqrt{x}$.



Cela représente un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{4}$, ce qui signifie que $b = 4$. L'équation $y = \sqrt{4x}$ représente la fonction.

$$y = 2\sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{4x}.$$

Méthode 2 :

i) Insère les coordonnées d'un point dans l'équation de la fonction (assurez-vous de mettre h et k s'ils ont des valeurs).

Considère la transformation comme un étirement vertical

Substitue 1 à x et 2 à y dans l'équation $y = a\sqrt{x}$. Ensuite, détermine la valeur de a.

$y = a\sqrt{x}$

$2 = a\sqrt{1}$

$2 = a(1)$

$2 = a$

L'équation de la fonction est $y = 2\sqrt{x}$.

Considère la transformation comme un étirement horizontal

Substitue les coordonnées (1, 2) à x et à y dans l'équation $y = \sqrt{bx}$, puis détermine la valeur de b.

$y = \sqrt{bx}$

$2 = \sqrt{b(1)}$

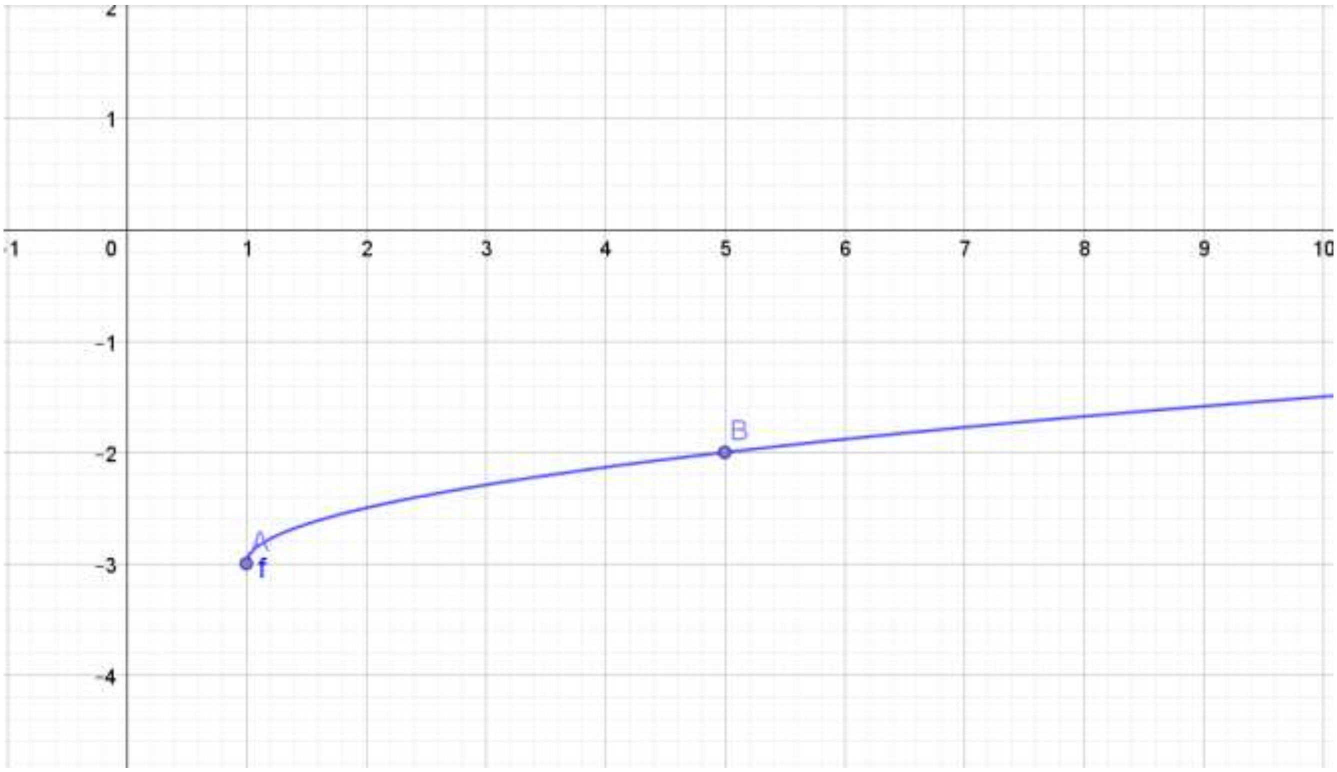
$2 = \sqrt{b}$

$2^2 = (\sqrt{b})^2$

$4 = b$

Tu peux écrire l'équation ainsi : $y = \sqrt{4x}$.

Exemple 3 :
Détermine l'équation de la fonction racine.



Étirement vertical :

Étirement horizontal ;

.

Leçon 2 : La Racine Carrée d'une Fonction

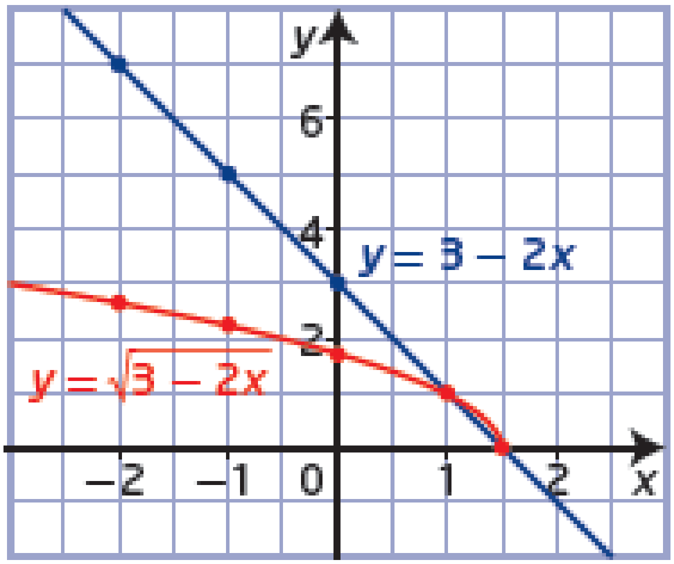
Racine Carrée d'une fonction :

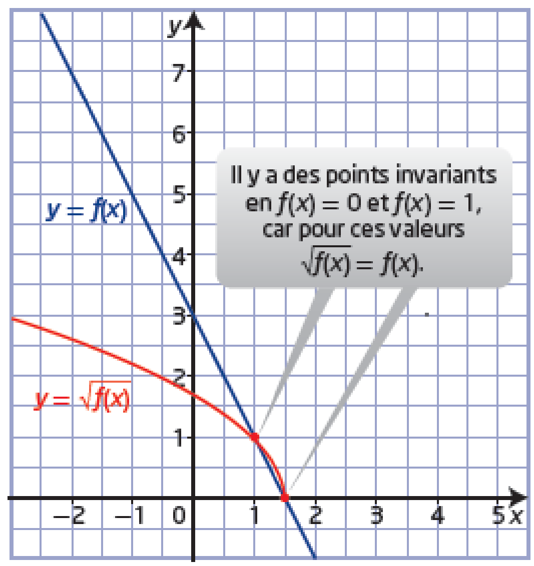
- La fonction $y = \sqrt{f(x)}$ est la racine carrée de la fonction y = f(x)
- $y = \sqrt{f(x)}$ est définie uniquement pour f(x)≥ 0. (Ex : $\sqrt{25} = 5$ *et non* $\cancel{\sqrt{25} = \pm 5}$)

A) Trace le graphique de la fonction ainsi que la fonction racine du <u>graphique originale</u>.

1. Comparer le graphique d'une fonction linéaire et le graphique de la racine carrée de cette fonction.

a) Soit f(x) = 3 – 2x. Représente graphiquement les fonctions y = f(x) et y = $\sqrt{f(x)}$.
b) Compare les deux fonctions.

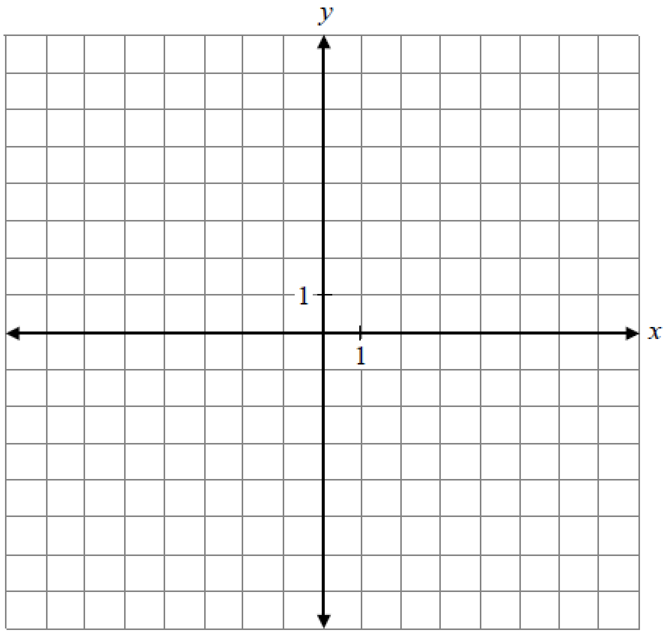




Pourquoi le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ se trouve-t-il au-dessus du graphique de $y = f(x)$ pour les valeurs de y comprises entre 0 et 1 ? Cela sera-t-il toujours vrai ?

Valeur de $f(x)$	$f(x) < 0$	$f(x) = 0$	$0 < f(x) < 1$	$f(x) = 1$	$f(x) > 1$
Position relative du graphique de $y = \sqrt{f(x)}$	Le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ est non défini.	Le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ et celui de $y = f(x)$ se coupent sur l'axe des x.	Le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ se trouve au-dessus du graphique de $y = f(x)$.	Le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ coupe le graphique de $y = f(x)$.	Le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ se trouve en dessous du graphique de $y = f(x)$.

Exemple 1 :
Trace le graphique de f(x) = 2x + 1 ensuite trace le graphique de y = $\sqrt{f(x)}$.

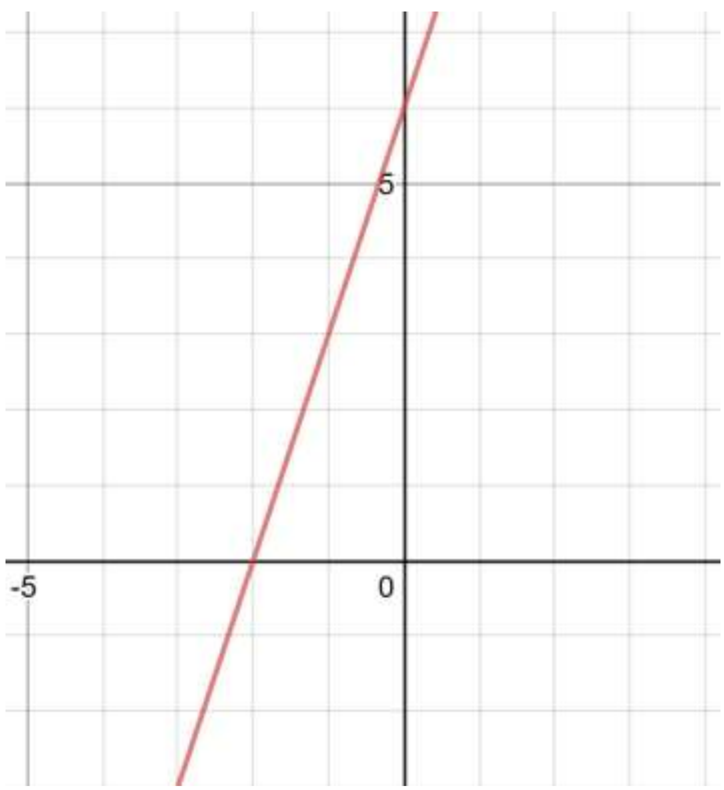


f(x) = 2x + 1 y = $\sqrt{f(x)}$ ou y = $\sqrt{2x+1}$

Règle de correspondance
(x, y) (x, $\sqrt{y}$)

Points Images :
$(-\frac{1}{2}, 0) \rightarrow (-\frac{1}{2}, 0)$
$(0, 1) \rightarrow (0, 1)$
$(4, 9) \rightarrow (4, 3)$
$(12, 25) \rightarrow (12, 5)$
$(24, 49) \rightarrow (24, 7)$

B) Trace le graphique de la racine carrée d'une fonction à partir du graphique de la fonction.



Exemple 2 :
Voici le graphique de la fonction g(x) = 3x + 6.

a) Trace le graphique de y = $\sqrt{g(x)}$.

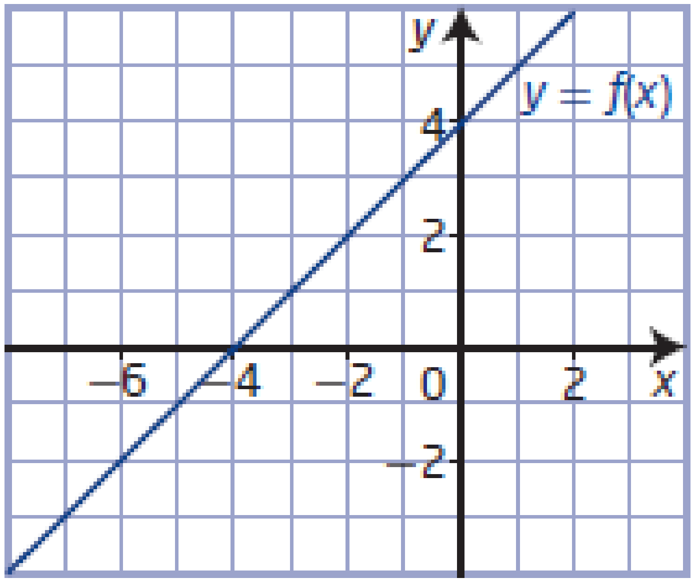
b) Détermine le domaine et l'image de la fonction racine :

Domaine : ______________________

Image : ________________________

Exemple 3 :
À partir des graphiques de y = f(x) et de y = g(x), trace le graphique de
y = $\sqrt{f(x)}$ et celui de y = $\sqrt{g(x)}$ et détermine les domaines et les images des fonctions racines.

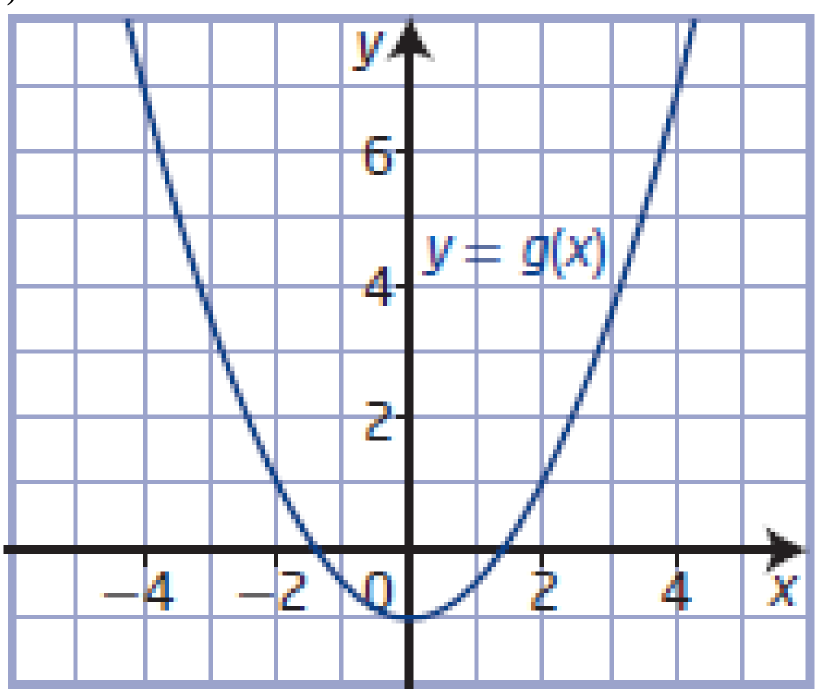
a)



Domaine : ____________________________

Image : _____________________________

b)



Domaine : ____________________________

Image : _____________________________

Leçon 3 : Résoudre algébriquement et graphiquement des équations contenant un radical

Résous

1. Associer les racines aux abscisses à l'origine. (x, 0) coordonnée pour l'abscisse à l'origine.

Attention parce qu'il peut avoir des racines étrangères !!!!

a) Détermine algébriquement la ou les racines de $\sqrt{x+5} - 3 = 0$

Restriction $x + 5 \geq 0$

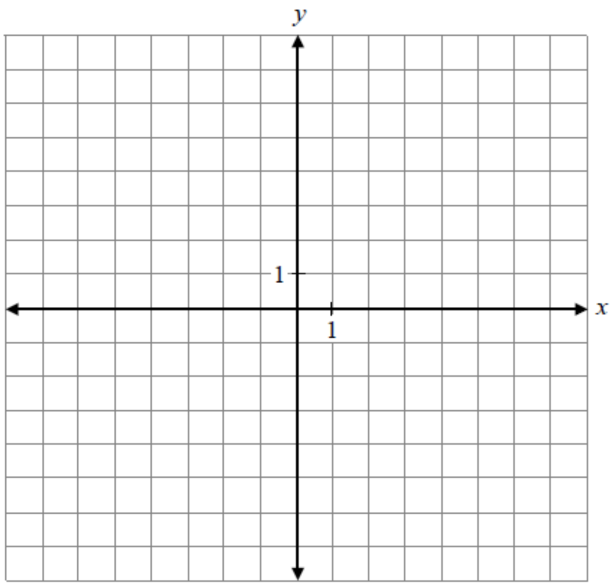
$x \geq -5$

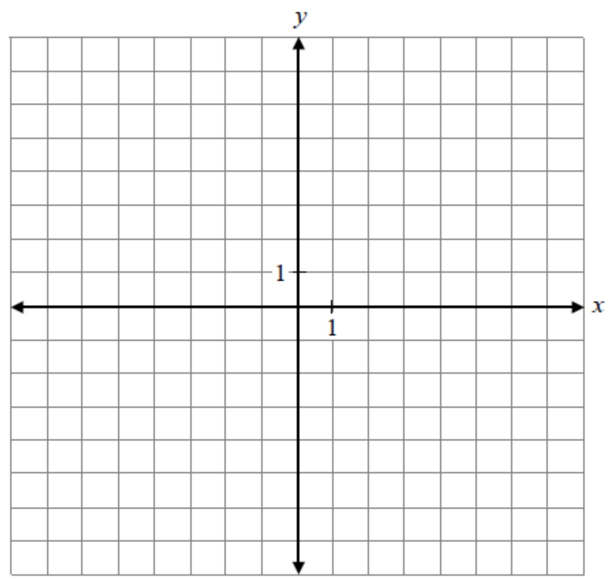
$$\sqrt{x+5} - 3 = 0$$
$$\sqrt{x+5} = 3$$
$$(\sqrt{x+5})^2 = 3^2$$
$$x + 5 = 9$$
$$x = 4$$

La valeur de x = 4 est la solution/la racine.

**** La racine doit être seul sur un côté pour le résoudre.**

b) Résous graphiquement.





Méthode 1 :

Méthode 1 : Trace le graphique de
$\boldsymbol{y = \sqrt{x+5} - 3}$ **et l'abscisse est la solution.**

Méthode 2 :

Méthode 2 : Trace 2 graphiques
et leur point d'intersection est la réponse
(pour la valeur de x).

$0 = \sqrt{x+5} - 3$

$3 = \sqrt{x+5}$

y1= 3

y2 = $\sqrt{x+5}$

c) Décris le lien entre la ou les racines de l'équation et l'abscisse ou les abscisses à l'origine du graphique de la fonction.

c) Le zéro de la fonction est 4, car la fonction vaut 0 quand $x = 4$. Les racines d'une équation contenant un radical sont égales aux abscisses à l'origine du graphique de la fonction correspondante.

Exemple 1 :

a) Résous l'équation $\sqrt{x+5} = x + 3$ algébriquement. **N'oubliez pas de vérifier vos racines !!**

b) Résous l'équation $\sqrt{x+5} = x + 3$ graphiquement.

$y_1 = \sqrt{x+5}$
$y_2 = x + 3$

Si la solution est x = -1, comment détermine-t-on la valeur de y algébriquement ?