Mathématique Appliquée 40S

Enseignante.

Mme. Layton

Note Unité : Raisonnement Logique

Nom : ______________

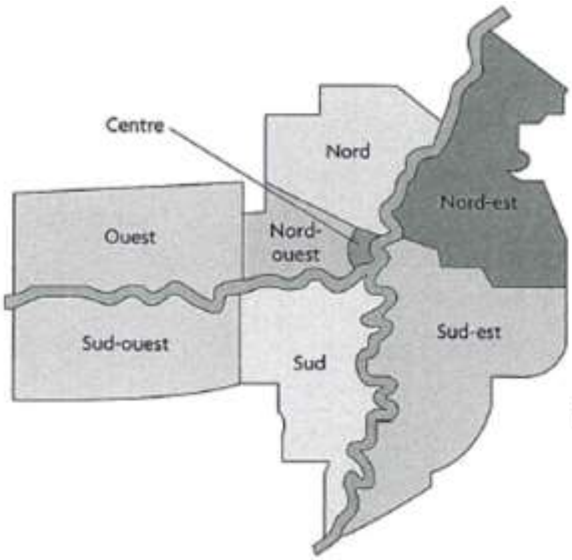
Table des Matières

Leçon 1 : Différents ensembles et la notation ensembliste

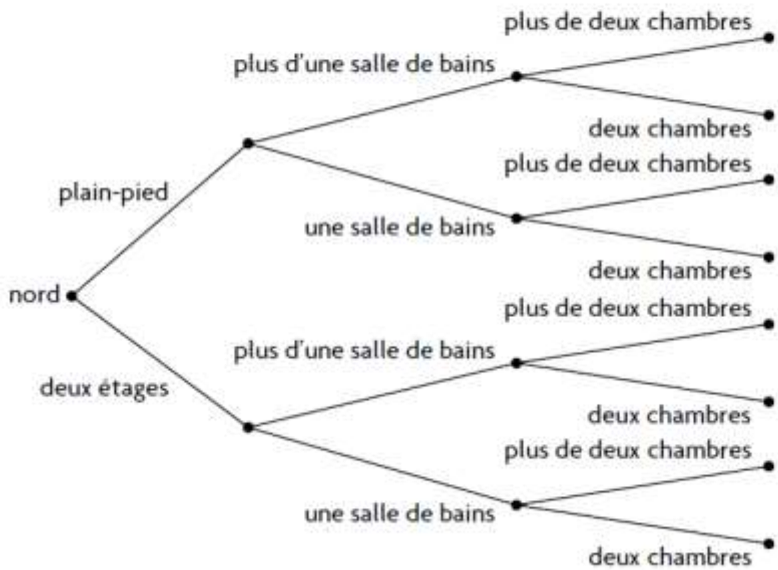
Exemple : Des listes d'immeubles

L'agente immobilière Chantelle vit à Winnipeg, au Manitoba. La majorité de sa clientèle souhaite acheter une maison de plain-pied ou de deux étages dans un quartier précis de la ville.

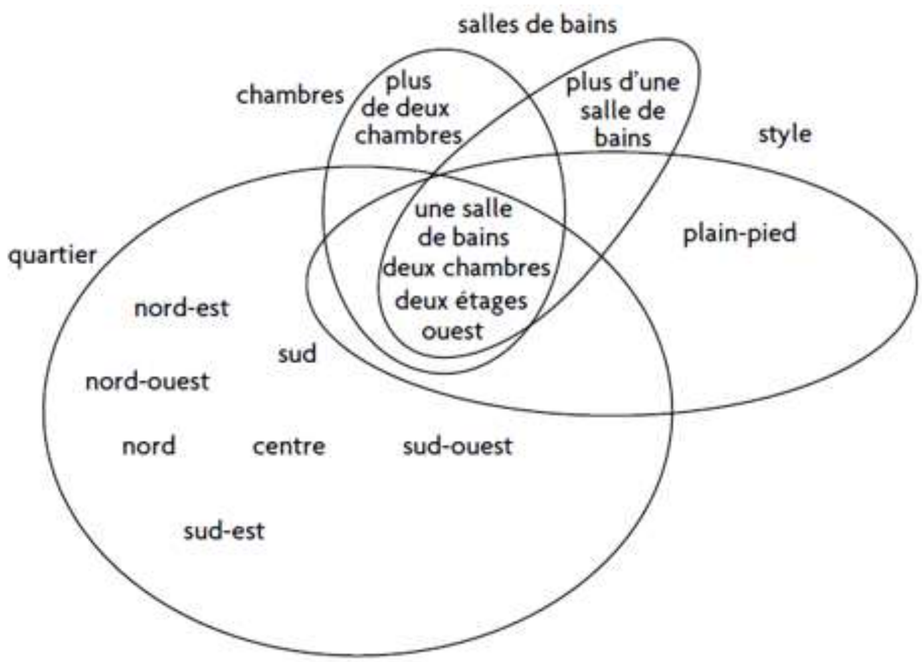
Lien mls.ca



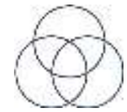
Comment Chantelle peut-elle organiser ses listes d'immeubles pour que sa clientèle puisse vérifier facilement les produits offerts ?



Le diagramme de Venn ci-dessous est une autre possibilité. Chacune des quatre catégories (quartier, style, nombre de salles de bains et nombre de chambres à coucher) est représentée par une région, et l'acheteur ou acheteuse peut trouver la maison de ses rêves là où ces régions se chevauchent.



A) La Notation Ensembliste {…..} et les éléments dans un Diagramme de Venn



1) Les Ensembles disjoints/incompatibles

Exemple 1 : Démontre, par diagramme, les ensembles suivants :

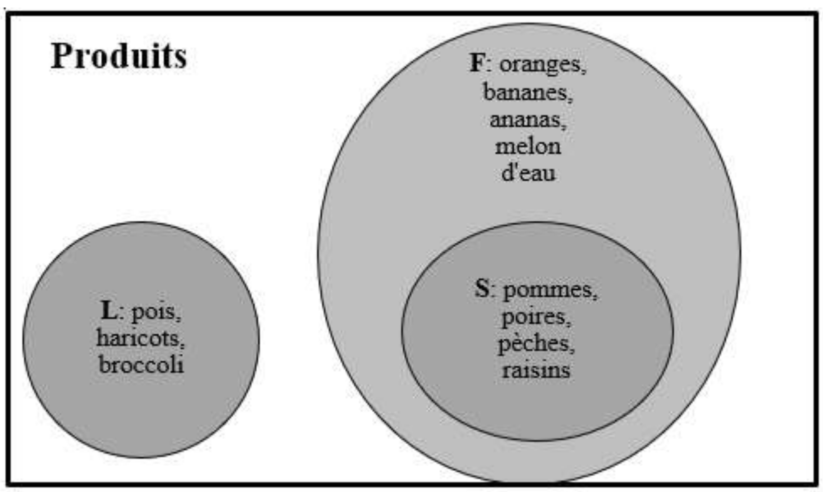
P = $\{produits\ alimentaires\}$

F = $\{fruits\}$ F est un Ensemble

S = $\{fruits\ qu'on\ peut\ manger\ sans\ les\ peler\}$

S est un sous-ensemble

L = $\{légumes\}$ L est un Ensemble



On peut dire que S fait partie ($\subset$) de F et que L fait partie de P

$\therefore$ **$S \subset F$ et $L \subset P$**

S est un sous ensemble de F et L est un sous ensemble de P

$\subset$: veut dire sous ensemble

Dernièrement, on peut demander pour F\`

(F\` : le complément de F/ce que F n'est pas)

- ici, on cherche les produits alimentaires **<u>qui ne sont pas des fruits</u>**

➔ **F\` = {pois, haricots, brocoli}** **F' = L**

Les ensembles de légumes et fruits n'ont pas des éléments en commun, alors ils sont :

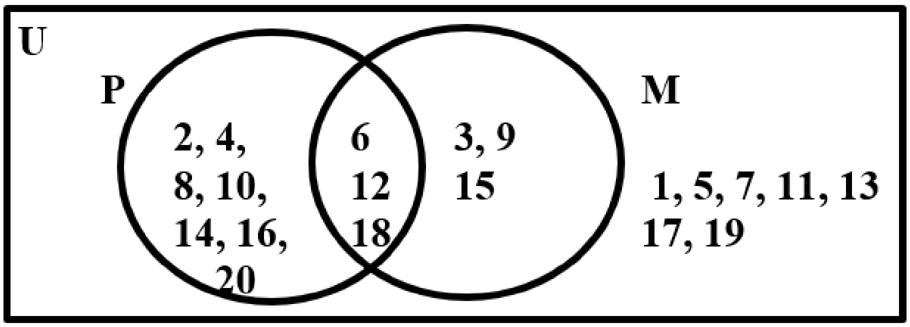
- **disjoints**
- **mutuellement exclusif.**
- **incompatible**

2) Les Ensembles compatibles/non mutuellement exclusif

Exemple 2 : Créer un diagramme à Venn avec les numéros de 1 à 20

- un ensemble comprend les nombres pairs.
- un ensemble comprend les multiples de 3

U : $\{Les\ nombres\ de\ 1\ à\ 20\}$
P : $\{Les\ nombres\ pairs\}$
M : $\{Les\ multiples\ de\ 3\}$



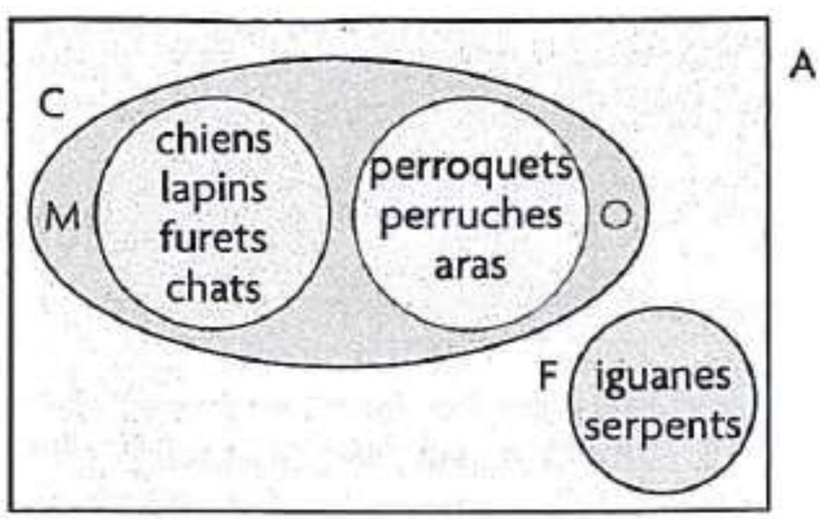
On peut dire que P et M sont des sous-ensembles de l'ensemble universel.

(P ou M)' : $\{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ sont le complément des ensembles de P **OU** M

Les ensembles des nombres pairs et les multiples de 3 ont des éléments en commun, alors ils sont :

- **mutuellement non exclusif.**
- **compatible**

Exemple 3 :
Étant donné l'ensemble universel suivant.



a) Identifie le complément de F (F') et un sous-ensemble de C sous la notation ensembliste.

b) Explique si les sous-ensemble M et O sont disjoints.

c) Vrai ou Faux : $\mathbf{M} \subset \mathbf{O}$. Pourquoi ?

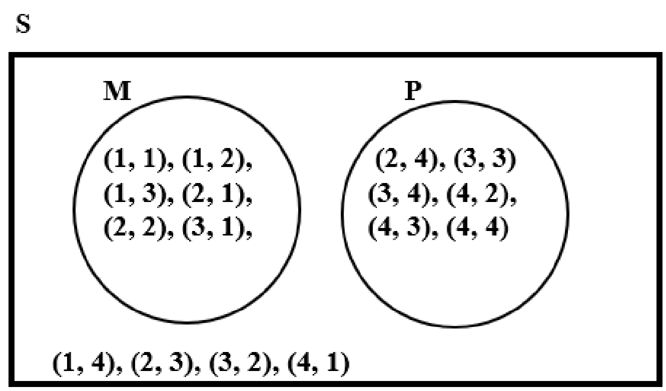
B) Le nombre d'éléments dans un Diagramme de Venn

Exemple 3 : Résoudre un problème à l'aide d'un diagramme de Venn

Marie-Phillipe a noté dans un tableau les sommes qu'il est possible d'obtenir en lançant deux dés à 4 faces.

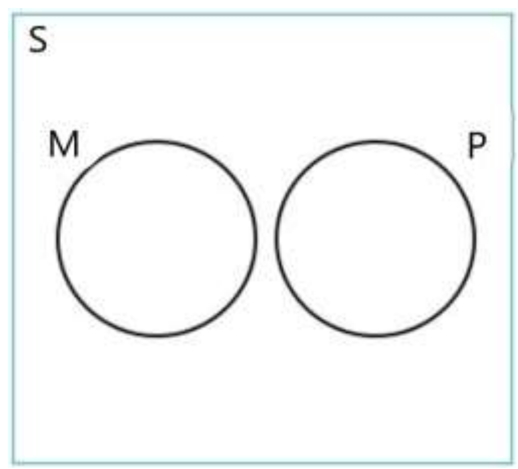
	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

a) Inscris les ensembles suivants dans un seul diagramme de Venn :
- les lancers qui donnent une somme inférieure à 5;
- les lancers qui donnent une somme supérieure à 5.



S = {toutes les sommes possibles}
M = {toutes les sommes inférieures à 5}
P = {toutes les sommes supérieures à 5}

b) Inscris le nombre d'éléments dans chaque ensemble.



$n(S) = 16$; $n(M) = 6$; $n(P) = 6$

c) Détermine une formule pour exprimer le nombre de façons dont une somme inférieure ou supérieure à 5 peut être obtenue. Vérifie ta formule.

Le nombre de façons dont ces évènements peuvent se réaliser est égal à la somme du nombre de façons dont chaque évènement peut se réaliser.

$$n(\text{M ou P}) = n(\text{M}) + n(\text{P})$$
$$n(\text{M ou P}) = 6 + 6$$
$$n(\text{M ou P}) = 12$$

On peut obtenir une somme supérieure à 5 ou inférieure à 5 de 12 façons.

d) Détermine si les sous-ensembles sont mutuellement exclusifs. Explique pourquoi ?

Exemple 4 :

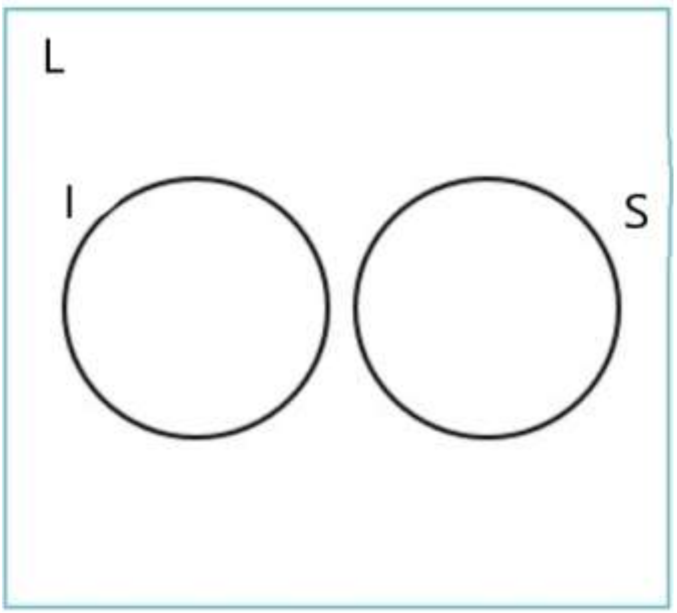
Un individu lance deux dés à 6 faces. Voici les résultats des sommes des deux dés.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) Représente les ensembles suivants dans un seul diagramme de Venn qui représente le nombre d'élément dans chaque ensemble :

- Les lancers (L) qui donnent une somme inférieure à 6 (I);
- Les lancers qui donnent une somme supérieure à 6 (S).

b) Inscris le nombre d'éléments dans chaque ensemble.



c) Détermine une formule pour exprimer le nombre de façons dont une somme inférieure ou supérieure à 6 peut être obtenue. Vérifie ta formule.

Vocabulaire :

Ensemble :
Collection d’objets mathématique distincts. Par exemple, l’ensemble des nombres naturels est N = $\{0, 1, 2, 3, ...\}$.

Ensemble universel :
Ensemble de tous les éléments considérés dans un contexte particulier. L’ensemble universel est aussi appelé espace échantillonnal. Par exemple, l’ensemble universel des chiffres est C = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Ensemble disjoints (Mutuellement exclusif/incompatible):
Deux ensembles ou plus qui n’ont aucun élément en commun. Par exemple, l’ensemble des nombres pairs et celui des nombres impairs sont disjoints.

Ensemble infini :
Ensemble dont le nombre d’éléments est infini. Par exemple, l’ensemble des nombres naturels strictement positifs, N* = $\{0, 1, 2, 3, ...\}$, est infini.

Sous-ensemble :
Ensemble dont les éléments appartiennent tous à un autre ensemble. Par exemple, l’ensemble des chiffres impairs, I = $\{ 1, 3, \ 5, 7, 9\}$, est un sous-ensemble de C, l’ensemble des chiffres. À l’aide de la notation ensembliste, cette relation s’écrit : I ⊂ C.

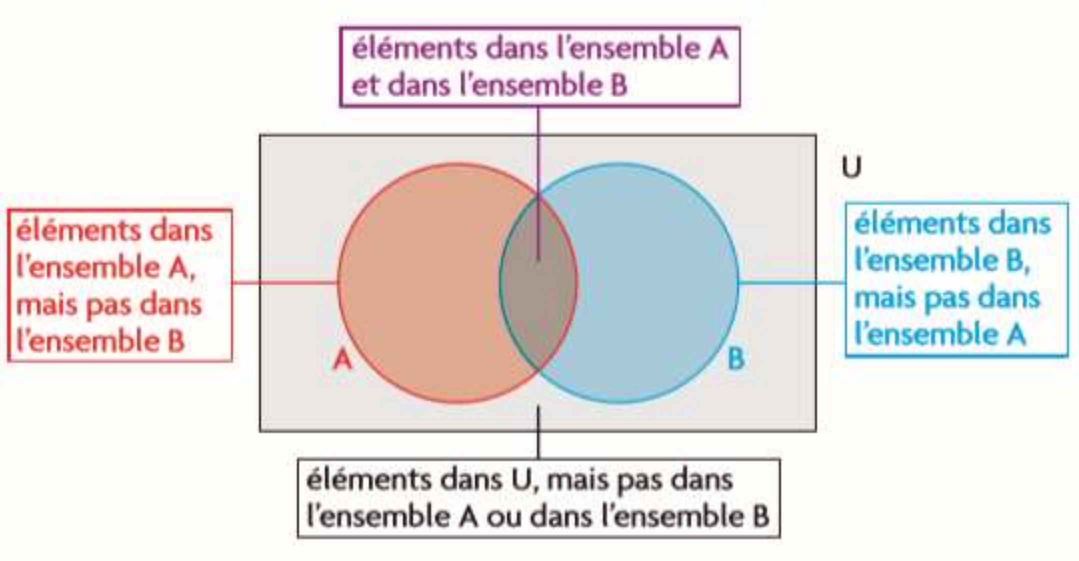
Élément :
Chaque objet d’un ensemble. Par exemple, 3 est un élément de C, l’ensemble des chiffres.

Complément :
Ensemble des éléments d’un ensemble universel qui n’appartiennent pas à un sous-ensemble donné. Par exemple, l’ = $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ est le complément de l = $\{1, 3, \ 5, 7, 9\}$, un sous-ensemble de l’ensemble universel des chiffres C. Le complément est identifié par le signe « ‘ », qui se lit « prime ».

Incompatibles/disjoints :
Se dit de deux événements ou plus qui ne peuvent pas se réaliser en même temps. Par exemple, le lever du soleil et le coucher du soleil sont des évènements incompatibles.

L’intersection (mutuellement non exclusif/compatible) : Des sous-ensembles qui ont des éléments en comment.

Leçon 2 : Exploration des relations entre des ensembles

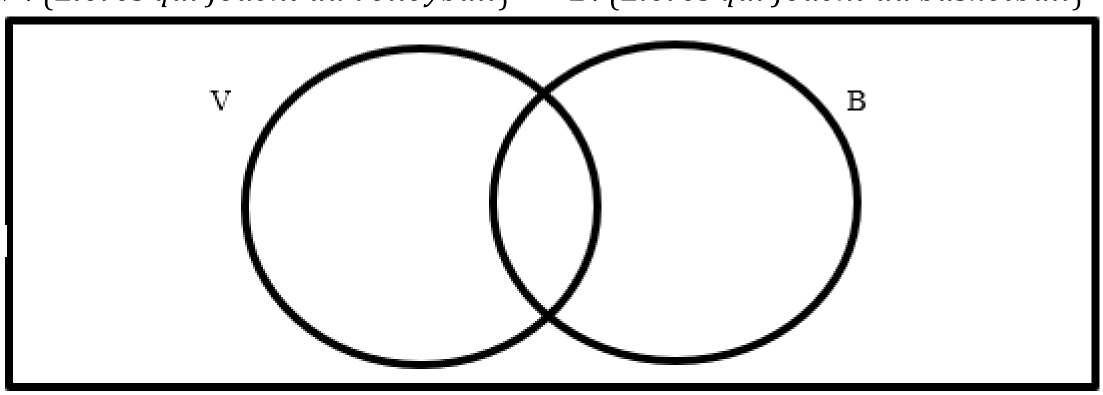


Exemple 1 : Dans un groupe de 65 élèves de 12^e au CJS. Parmi eux, 23 jouent au volley-ball et 26 jouent au basket-ball. Il y en a 31 autres qui ne pratiquent aucun des deux sports.

a) Examine l'ensemble des élèves qui jouent au volley-ball et l'ensemble de ceux qui jouent au basket-ball. Les ensembles sont-ils disjoints ? Explique comment tu le sais.

b) Utilise un diagramme de Venn pour déterminer le nombre d'élèves qui jouent seulement au volley-ball, seulement au basket-ball ou au volley-ball et au basket-ball ?

V : $\{\textit{Élèves qui jouent au volleyball}\}$ B: $\{\textit{Élèves qui jouent au basketball}\}$



Total de l'ensemble universel – le total à l'extérieur des sous-ensembles.
65 élèves – 31 élèves (joue aucun des sports) = le nombre d'élèves qui jouent les sports = 34.

Total des sous-ensemble – le total qui devrait être dans les sous-ensemble = l'intersection

23 + 26 = 49, alors plus que 34 donc il y a des élèves qui jouent les deux sports.
49 – 34 = 15 élèves qui jouent les deux sports

Exemple 2 : Mme Layton a sondé les 30 élèves de son cours de mathé au sujet de leurs habitudes alimentaires.

- 18 déjeunent — B : $\{Élèves\ qui\ déjeunent\}$
- 5 des 18 mangent aussi un diner — D : $\{Élèves\ qui\ mangent\ un\ dîner\}$
- 3 ne déjeunent pas et ne prennent pas un dîner

a) Trace un diagramme qui représente les données du sondage.

b) Combien d'élèves prennent un bon diner ?

c) Combien d'élèves prennent un bon repas, soit déjeuner, soit diner ? (Déjeunent ou dîner)

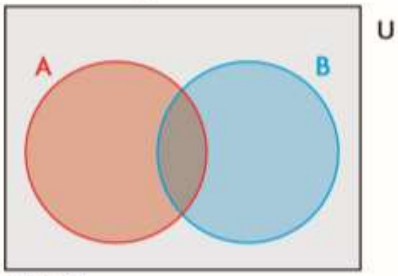
d) Combien d'élèvent prennent seulement un bon déjeuner ?

e) Quel pourcentage d'élèves prennent un bon repas ?

Leçon 3 : Intersection et union de deux ensembles

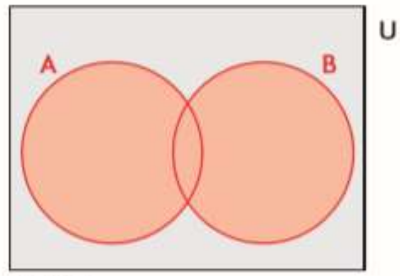
Conseil | *de notation*

Selon la notation ensembliste, $A \cap B$ se lit « A inter B ». Cela représente les éléments qui sont communs à A et à B. L'intersection est la région où les deux ensembles se chevauchent dans le diagramme de Venn ci-dessous.



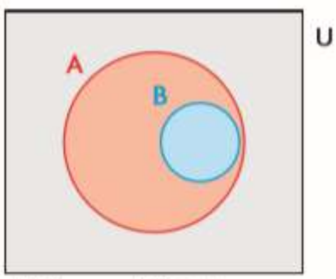
$A \cap B$

$A \cup B$ se lit « A union B ». Cela représente tous les éléments qui appartiennent au moins à A ou à B. L'union correspond à la région rouge du diagramme de Venn ci-dessous.

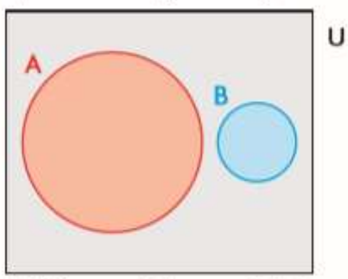


$A \cup B$

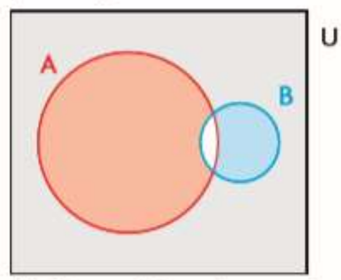
$A \setminus B$ se lit « A moins B ». Cela représente l'ensemble des éléments qui sont dans l'ensemble A mais pas dans l'ensemble B. Il correspond à la région rouge de chaque diagramme de Venn ci-dessous.



$A \setminus B$ quand $B \subset A$



$A \setminus B$ quand ils sont disjoints



$A \setminus B$ quand il y a intersection

intersection

Ensemble des éléments communs à deux ou plusieurs ensembles. Selon la notation ensembliste, $A \cap B$ représente l'intersection des ensembles A et B. Par exemple, si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{3, 4, 5\}$, alors $A \cap B = \{3\}$.

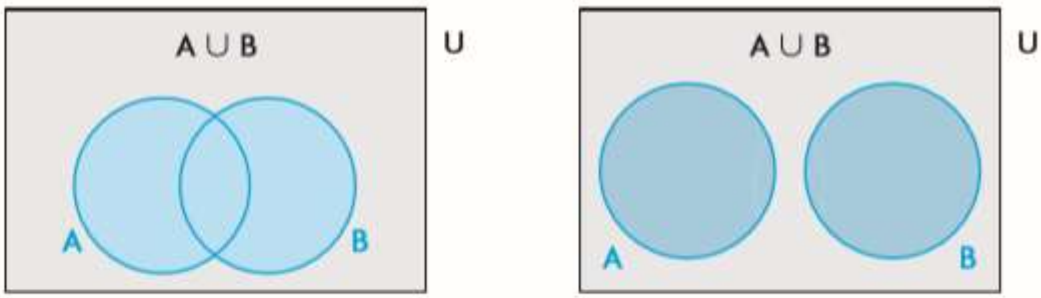
union

Ensemble de tous les éléments appartenant à deux ou plusieurs ensembles. La notation ensembliste $A \cup B$ représente l'union des ensembles A et B. Par exemple, si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{3, 4, 5\}$, alors $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

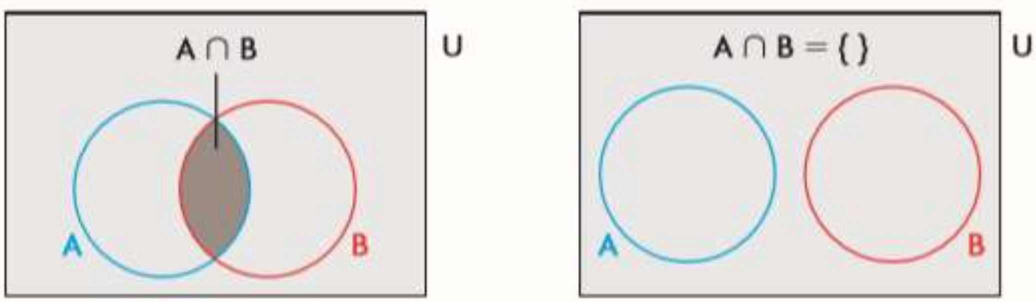
principe d'inclusion-exclusion

Le nombre d'éléments dans l'union de deux ensembles est égal à la somme du nombre d'éléments de chaque ensemble moins le nombre d'éléments appartenant aux deux ensembles. En notation ensembliste, cela s'écrit $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

- L'**union** de deux ou plusieurs ensembles, **A ∪ B** par exemple, comprend tous les éléments qui appartiennent à au moins un des ensembles. Elle est représentée par la région complète de ces ensembles dans un diagramme de Venn. Elle est caractérisée par le mot **ou**.



- L'**intersection** de deux ou plusieurs ensembles, **A ∩ B** par exemple, comprend tous les éléments qui sont communs à ces ensembles. Elle est représentée par la région de chevauchement dans un diagramme de Venn. Elle est caractérisée par le mot **et**.



Ensemble vide :
Ensemble qui ne contient aucun élément. Par exemple, l'ensemble des nombres impairs divisibles par 2 est un ensemble vide. L'ensemble vide est représenté par des accolades, { }, ou par le symbole Ø.

Exemple 1 : Trace le diagramme a Venn et montre l'union des ensembles.

Soit H, chaque heure de 1h00 à 24h00.
Soir R, chaque période de 2 heures jusqu'à 24 heures.
Soit L, chaque période de 3 heures jusqu'à 24 heures.

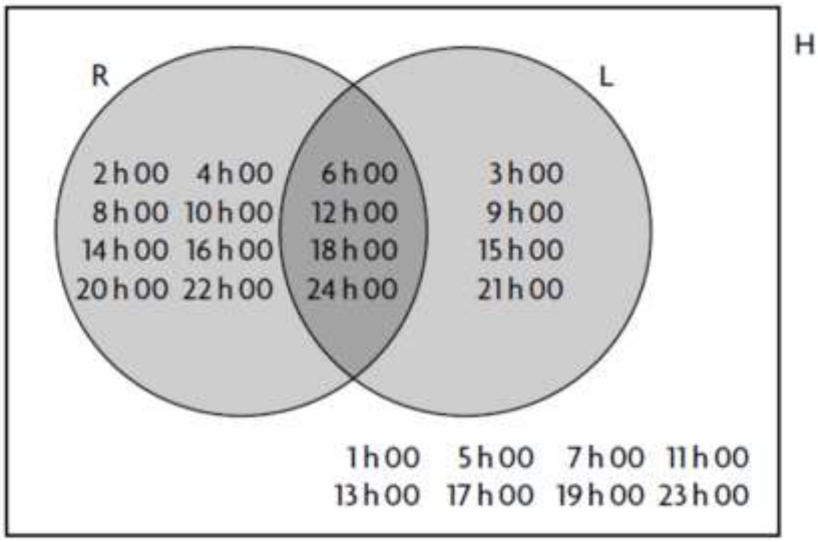
a) À l'aide de la notation ensembliste, décris l'ensemble universel H et les sous-ensembles R et L.

A. H = {chaque heure de 1 h00 à 24 h00}
R = {multiples de 2 h00, de 1 h00 à 24 h00}
L = {multiples de 3 h00, de 1 h00 à 24 h00}

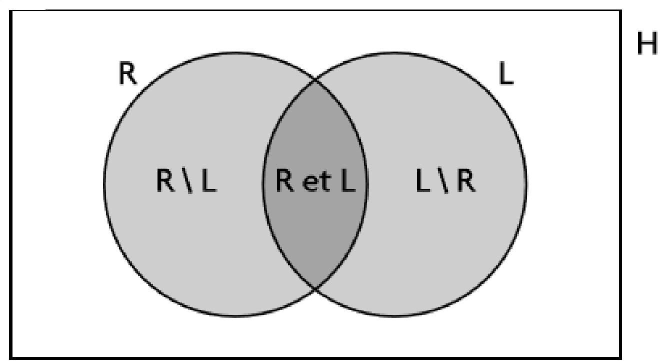
b) Énumère les éléments de chaque sous-ensemble.

B. R = {2 h 00, 4 h 00, 6 h 00, 8 h 00, 10 h 00, 12 h 00, 14 h 00, 16 h 00, 18 h 00, 20 h 00, 22 h 00, 24 h 00}

L = {3 h 00, 6 h 00, 9 h 00, 12 h 00, 15 h 00, 18 h 00, 21 h 00, 24 h 00}



c) Créer un diagramme de Venne qui représente les ensembles H, R et L.



R∩L veut dire R et L
R\L veut dire seulement R ou « que » R (pas L)

L\R veut dire seulement L ou « que » L (pas R)

d) Identifier les éléments R∩L, l'intersection des ensembles R et L

D. $R \cap L$ = {6 h 00, 12 h 00, 18 h 00, 24 h 00}

e) À l'aide de la notation ensembliste, énumère les éléments de l'ensemble R\L et de l'ensemble L\R.

E. $R \setminus L$ = {2 h 00, 4 h 00, 8 h 00, 10 h 00, 14 h 00, 16 h 00, 20 h 00, 22 h 00}

$L \setminus R$ = {3 h 00, 9 h 00, 15 h 00, 21 h 00}

R ∪ L veut dire R ou L
(R ∪ L)' veut dire tous sauf pour R ou L (c'est le complément)

f) À l'aide de la notation ensembliste, énumère les éléments de l'ensemble R∪L. (Soit à un horaire d'alimentation aux 2 heures, soit à un horaire d'alimentation aux 3 heures forme l'union des ensembles R et L) Alors R ou L.

F. Les éléments appartenant aux trois régions des deux cercles qui se chevauchent indiquent un temps d'alimentation de R ou de L.

$R \cup L = \{$2h00, 3h00, 4h00, 6h00, 8h00, 9h00, 10h00, 12h00, 14h00, 15h00, 16h00, 18h00, 20h00, 21h00, 22h00, 24h00$\}$

g) Énumère les éléments appartenant à (R∪L)' (le complément de l'union de R ou L.

G. $(R \cup L)' = \{$1h00, 5h00, 7h00, 11h00, 13h00, 17h00, 19h00, 23h00$\}$

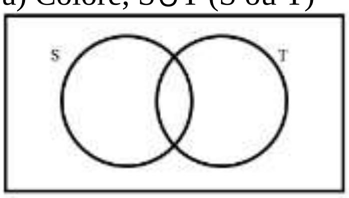
h) Détermine:

n(R∪L) : n(R∩L) : n(R ∪ L)' : n(R∩L)' :

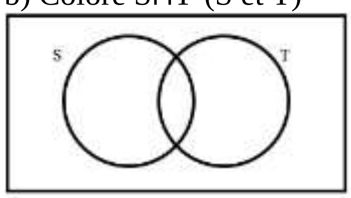
n(R\L) : n(L\R) :

Exemple 2 :

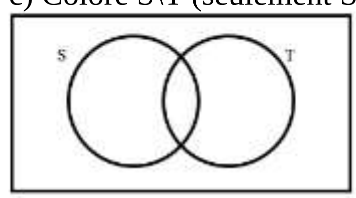
a) Coloré, S⋃T (S ou T)



b) Coloré S∩T (S et T)



c) Coloré S\T (seulement S)



Exemple 3 :

Jamil a sondé 34 personnes au gymnase. Il a appris que 16 d'entre elles font de l'entraînement aux haltères trois fois par semaine, que 21 font des exercices cardiovasculaires trois fois par semaine et que 6 s'entraînent moins de trois fois par semaine.

a) Détermine combien de personnes font seulement de l'entraînement aux haltères.

b) Détermine combien de personnes font seulement de l'exercices cardiovasculaires.

c) Détermine combien de personnes font de l'entraînement aux haltères ou de l'exercices cardiovasculaires.

d) Détermine combien de personnes font de l'entraînement aux haltères et de l'exercices cardiovasculaires.

Leçon 4 : Applications de la théorie des ensembles

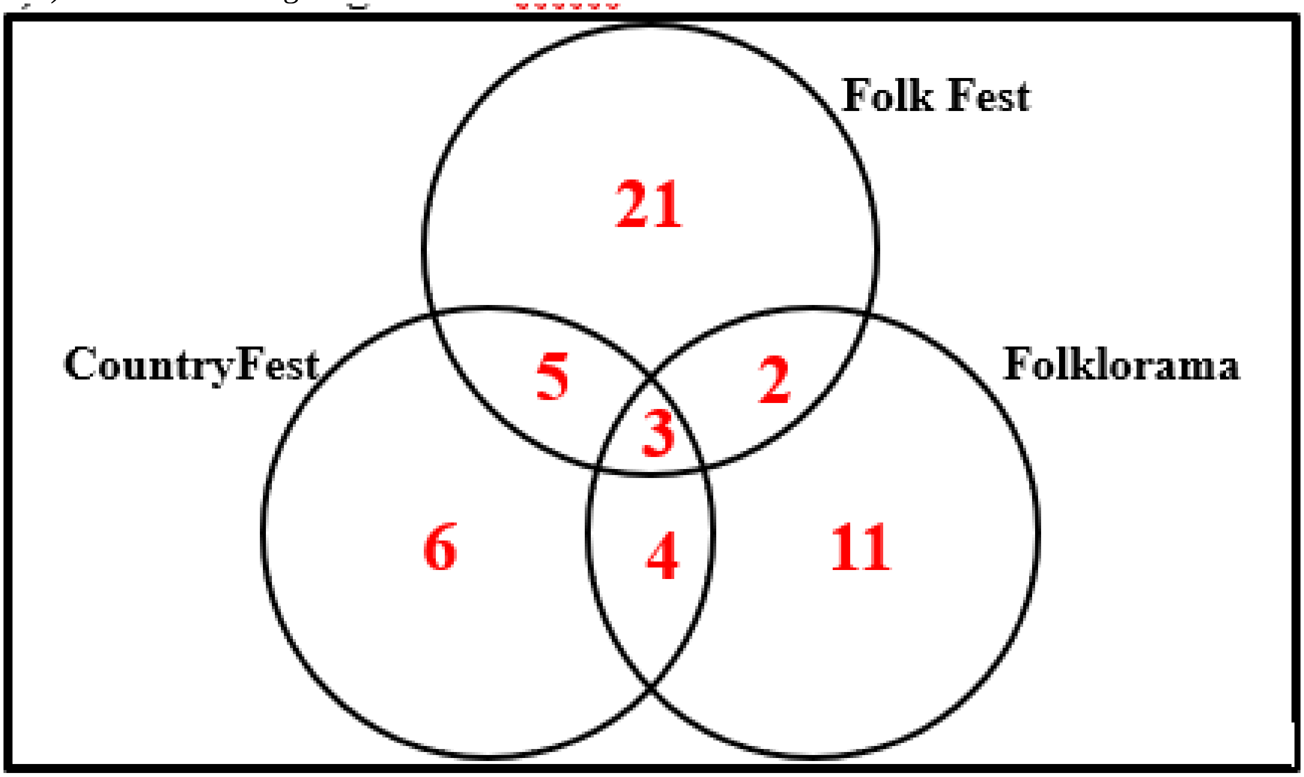
A)Application de calcul

Exemple 1 : Détermine-les % pour chaque ensemble.

On sonde un groupe d'adolescents au sujet de leurs préférences de divertissement.

- 31 gens disent qu'ils iront à Folk Fest.
- 7 disent qu'ils iront à CountryFest et Folklorama.
- 8 iront à CF et à FF.
- 5 iront à Folklorama et à FF.
- 46 iront à FF ou à Folklorama,
- 31 à CF ou à Folklorama et
- 3 gens iront à tous les trois.

a) Dessiner un diagramme Venn :



1) place le terme central (si c'est donné)
2) place les « et »
3) place le restant des sous ensembles
4) place les « ou »

b) Combien de gens ont été sondé si chacun ira à au moins 1 de ces évènements ? **6 + 5 + 21 + 4 + 3 + 2 + 11 = 52**

Exemple 2 : Détermine-les % pour chaque ensemble.

Renée a sondé des élèves de 12^e année sur la façon dont ils ont communiqué avec des camarades la semaine précédente :

- 66 % ont téléphoné avec un cellulaire (C);
- 76 % ont envoyé des textos (T);
- 34 % se sont servis d'un site de réseautage social (S);
- 56 % ont téléphoné avec un cellulaire et ont envoyé des textos;
- 18 % ont téléphoné avec un cellulaire et se sont servis d'un site de réseautage social;
- 19 % ont envoyé des textos et se sont servis d'un site de réseautage social;
- 12 % ont utilisé les trois modes de communication.

a) Trace un diagramme de Venn qui représente les informations.

b) Quel pourcentage d'élèves ont utilisé seulement un site de réseautage social et des textos ?

c) Quel pourcentage d'élèves ont utilisé au moins un des trois modes de communication ?

Exemple 3 : Diagramme a Venne avec et/ou

À l'école secondaire de Charlène, on a lancé une campagne pour inciter les élèves à employer des modes de transport peu polluants pour aller à l'école et revenir. À la fin du premier semestre, la classe de Charlène sondes les 750 élèves de l'école pour savoir si la campagne va bien.
Voici les résultats du sondage :

- 370 élèves prennent les transports publics;
- 100 élèves vont à vélo et prennent les transports publics;
- 80 élèves vont à pied et prennent les transports publics;
- 35 élèves vont à pied et à vélo;
- 20 élèves vont à pied et à vélo, et prennent les transports publics;
- 445 élèves vont à vélo ou prennent les transports publics;
- 265 élèves vont à pied ou à vélo.

a) Trace le diagramme a Venn qui représente les données du sondage.

b) Combien d'élèves emploient des modes de transport peu polluants pour aller à l'école et en revenir ?

c) Combien d'élèves prennent le vélo et les transports publics seulement.

d) Combien d'élèves prennent seulement le vélo ou vont à pied.

Exemple 4 : Résoudre une énigme à l'aide du principe d'inclusion-exclusion

Sers-toi des indices suivants pour répondre aux questions ci-dessous :

- 28 enfants ont un chien, un chat ou un oiseau;
- 13 enfants ont un chien;
- 13 enfants ont un chat;
- 13 enfants ont un oiseau;
- 4 enfants ont un chien et un chat seulement;
- 3 enfants ont seulement un chien et un oiseau;
- 2 enfants ont seulement un chat et un oiseau;
- Aucun enfant n'a deux animaux de la même sorte.

a) Trace le diagramme a Venn qui représente les données.

b) Combien d'enfants ont un chat, un chien et un oiseau ?

$$n(O) + n(F) + n(C) - n(O \cap F) - n(O \cap C) - n(F \cap C) + n(O \cap F \cap C) = n(O \cup F \cup C)$$

$$\begin{aligned} 13 + 13 + 13 - (x+2) - (x+3) - (x+4) + x &= 28 \\ 39 - x - 2 - x - 3 - x - 4 + x &= 28 \\ 30 - 2x &= 28 \\ -2x &= -2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

c) Combien d'enfants ont seulement un animal de compagnie ?

Enfants ayant un animal = nombre total d'enfants – enfants qui ont plus d'un animal.

Leçon 5 : Propositions conditionnelles et leurs réciproques

A) Les Propositions Conditionnelles

Proposition conditionnelle :

Elles sont des déclarations de la forme **« Si…alors… »**

Par exemple, « Si c'est lundi, alors c'est un jour d'école »,

Hypothèse (p) :
Supposition. Par exemple, dans la proposition « Si c'est lundi, alors c'est un jour d'école », l'hypothèse est « c'est lundi ». C'est les mots qui suivent si et termine juste avant alors.

Conclusion (q) :
Résultat d'une hypothèse. Par exemple, dans la proposition « Si c'est lundi, alors c'est un jour d'école », la conclusion est « c'est un jour d'école ». C'est les mots qui suivent alors.

Exemple de proposition :

Si **c'est jour 1 du cycle**, **alors** **vous avez mathé troisième période**.
L'hypothèse Conclusion

Si la proposition est vrai, il n'y a pas de contre-exemple. Si la proposition est faux, il y a un contre-exemple.

Contre-exemple : Est un exemple d'une exception à la proposition.

Exemple de contre-exemple :

Si c'est le 4 juin, alors les étudiants de la province sont encore en classes.

➔ **Le contre-exemple est le fait que les élèves postsecondaires ont terminé en avril.**

Exemple 1 :

a) **Encercler les hypothèses et encadrés les conclusions des propositions suivantes.**
   i) Si Bérénice texte, alors elle utilise un téléphone cellulaire.
   ii) Si Bérénice utilise un téléphone cellulaire, alors elle texte.
   iii) Si c'est le 6^{e} mois de l'année, alors c'est le mois de juin.

b) Détermine si les propositions sont vraies. Fournis un contre-exemple s'ils sont faux.

Réciproque (d'une proposition conditionnelle) :

Est lorsqu'on échange l'hypothèse avec la conclusion, ils sont intervertis.

Exemple : Proposition : « Si c'est lundi, alors c'est un jour d'école »

➔ **Réciproque :** « Si c'est un jour d'école, alors c'est lundi ».

Exemple : « Si les 12^e viennent à l'école ce vendredi, alors ils iront ensuite au Parc St-Vital. »

➔ ***Réciproque*** **: « Si les élèves vont au Parc St-Vital ce vendredi, ils viendront à l'école. »**

*****Comme on peut le voir, parfois les propositions sont vraies, mais leurs réciproques sont fausses. *****

Exemple 2 :

Détermine la réciproque de la proposition conditionnelle « S'il n'y a plus de glace sur le Lac Winnipeg, alors ce n'est pas l'hiver. »

Proposition biconditionnelle :

Se dit d'une proposition conditionnelle dont la réciproque est aussi vraie. En logique booléenne, la notation de la proposition biconditionnelle est **« p si et seulement si q ».**

Exemple :

Proposition : « Si un nombre est pair, alors il est divisible par 2 » est vraie.

Réciproque : « Si un nombre est divisible par 2, alors il est pair » est aussi vraie.

La proposition biconditionnelle est « Un nombre est pair si et seulement si il est divisible par 2 ».

Exemple 3 : Écris la proposition réciproque de la proposition suivante et écris la proposition biconditionnelle ou fournis un contre-exemple si c'est faux.

« Si tu es à 1128 rue Dakota, alors tu es au Collège Jeanne Sauvé. »

B) Application

Exemple 4 : Vérifier une proposition conditionnelle

Laurent et Luc jouent au soccer par tous les temps. Leur entraîneur a énoncé cette proposition conditionnelle au sujet de l'exercice d'aujourd'hui : « S'il pleut dehors, alors nous faisons l'exercice à l'intérieur ».

Vérifie si la proposition conditionnelle énoncée par l'entraîneur est vraie ou fausse.

Quand la proposition conditionnelle de l'entraîneur sera-t-elle vraie et quand sera-t-elle fausse ?

Solution avec le raisonnement.

Hypothèse : « il pleut dehors. »

Conclusion : « nous faisons l'exercice à l'intérieur. »

Cas n^{o} 1 : L'hypothèse est vraie, et la conclusion est vraie. *Il pleut dehors, et nous faisons l'exercice à l'intérieur*.
Quand l'hypothèse et la conclusion sont toutes les deux vraies, une proposition conditionnelle est vraie.

Cas n^{o} 2 : L'hypothèse est fausse, et la conclusion est fausse. *Il ne pleut pas dehors, et nous faisons l'exercice à l'extérieur.* Quand l'hypothèse et la conclusion sont toutes les deux fausses, une proposition conditionnelle est vraie.

Cas n^{o} 3 : L'hypothèse est fausse, et la conclusion est vraie. *Il ne pleut pas dehors, et nous faisons l'exercice à l'intérieur*. Quand l'hypothèse est fausse et la conclusion est vraie, une proposition conditionnelle est vraie.

Cas n^{o} 4 : L'hypothèse est vraie, et la conclusion est fausse. *Il pleut dehors, et nous faisons l'exercice à l'extérieur*.
Quand l'hypothèse est vraie et la conclusion est fausse, une proposition conditionnelle est fausse.

Solution avec une table de vérité (Si → Alors)

Soit *p*, l'hypothèse : « il pleut dehors ». Soit *q*, la conclusion : « nous faisons l'exercice à l'intérieur ».

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
F	F	V
F	V	V
V	F	F

$p \Rightarrow q$ est vrai
$q \Rightarrow p$ est vrai

par conséquent, $p \Leftrightarrow q$ est vrai.
La proposition est biconditionnelle.

P	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
F	F	V
F	V	F
V	F	F

La table m'apprend qu'une proposition conditionnelle n'est fausse qu'à une seule occasion, soit quand l'hypothèse est vraie et la conclusion est fausse. Cela signifie que, quand je suppose que l'hypothèse d'une proposition conditionnelle est vraie, je peux déterminer si cette dernière est vraie ou fausse en vérifiant simplement si la conclusion est vraie ou fausse.

Tabeau de vérité avec des propositions p et q.

p	q	P ∩ Q
V	V	V
F	F	F
F	V	F
V	F	F

Tabeau de vérité avec des propositions p ou q.

p	q	p ∪ q
V	V	V
F	F	F
F	V	V
V	F	V

Exemple 5 :

Mérédith a formulé la proposition biconditionnelle suivante : « Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses côtés opposés sont parallèles. » La proposition biconditionnelle de Mérédith est-elle vraie ? Explique ra réponse.

Proposition Conditionnelle :

« Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles. »

Proposition Réciproque :

« Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles, alors celui-ci est un parallélogramme. »

Les deux propositions sont vraies puisque les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles. Une façon de prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme consiste à prouver que ses côtés sont parallèles. Ainsi, la proposition biconditionnelle de Mérédith est vraie.

C) Créer les Propositions Conditionnelles et vérifier s'ils sont biconditionnels.

Exemple 6 : Formuler une proposition conditionnelle

« Un individu incapable de distinguer certaines couleurs est daltonien. »
a) Écris l'énoncé sous la forme d'une proposition conditionnelle « si-alors ».
b) Écris la réciproque de ta proposition.
c) Ta proposition est-elle biconditionnelle ? Explique ra réponse.

Leçon 6 : Inverse et proposition contraposée des propositions conditionnelles

Conseil | *de notation*

La notation de l'inverse de « si p, alors q » s'écrit « si $\neg p$, alors $\neg q$ » en logique booléenne.

Inverse :
Proposition formée par la négation de l'hypothèse et de la conclusion d'une proposition conditionnelle.

Exemple :
« Si un nombre est pair, alors il est divisible par 2 »
➔ L'inverse : « Si un nombre n'est pas pair, alors il n'est pas divisible par 2. »
Alors, L'**<u>inverse</u>** d'une proposition est simplement le changer à sa forme négative.

Conseil | *de notation*

La notation de la proposition contraposée de « si p, alors q » s'écrit « si $\neg q$, alors $\neg p$ » en logique booléenne.

“$\neg p$, p', $\bar{p}$, $\sim p$ ”

Proposition contraposée :

Proposition formée par la négation de l'hypothèse et de la conclusion de la réciproque d'une proposition conditionnelle.

Exemple :
« Si un nombre est pair, alors il est divisible par 2 »
➔ **Proposition contraposée :** « Si un nombre n'est pas divisible par 2, alors il n'est pas pair. »
Alors, la Proposition contraposée c'est lorsqu'on prend la réciproque et l'inverse de la proposition initiale.

Exemple :
« Si on achète une passe pour CountryFest, alors on sera à Dauphin à la fin de juin. »
➔ **Proposition contraposée : « Si on n'est pas à Dauphin à la fin de juin, alors on n'a pas acheter une passe pour CountryFest. »**

Exemple 1 : Vérifier l'inverse et la proposition contraposée d'une proposition conditionnelle.

Étudie cette proposition conditionnelle : « Si nous sommes le 29 février, alors c'est une année bissextile. »
a) Vérifie la proposition ou réfute-la par un contre-exemple.
b) Vérifie l'inverse ou réfute-le par un contre-exemple.
c) Vérifie la proposition contraposée ou réfute-la par un contre-exemple.

a)
« Si nous sommes le 29 février, alors c'est une année bissextile. »
Hypothèse (p) : « nous sommes le 29 février ».

Conclusion (q) : « c'est une année bissextile ».

Proposition conditionnelle : Si p, alors q.

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V

La proposition conditionnelle est vraie.

b)
Inverse : « Si nous ne sommes pas le 29 février, alors cette année n'est pas bissextile. »

Hypothèse ($\neg p$) : « nous ne sommes pas le 29 février ».
Conclusion ($\neg q$) : « ce n'est pas une année bissextile ».
Si $\neg p$, alors $\neg q$.

$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \Rightarrow \neg q$
V	F	F

L'inverse est faux.
Il pourrait être une année bissextile, mais un autre jour comme le 27 février.

Proposition contraposée : « Si ce n'est pas une année bissextile, alors nous ne sommes pas le 29 février. »
Hypothèse ($\neg q$) : « ce n'est pas une année bissextile ».
Conclusion ($\neg p$) : « nous ne sommes pas le 29 février ».
Si $\neg q$, alors $\neg p$.

$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
V	V	V

La Proposition contraposée est vraie.

Exemple 2 :

Détermine les propositions réciproque, inverses et contraposée des propositions conditionnelles suivantes. Déterminent-s 'ils sont vraies.

a) « Si un polygone est un triangle, alors il a trois côtés. »

____ ____

____ ____

____ ____

b) « Si tu vis à Saskatoon, alors tu vis en Saskatchewan. »

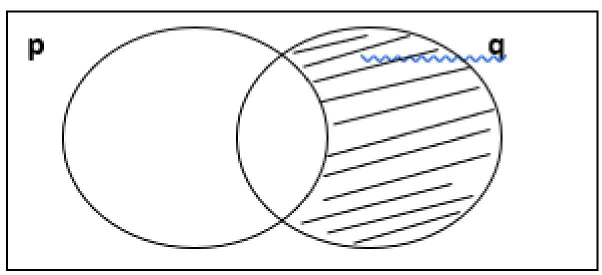
____ ____

____ ____

____ ____

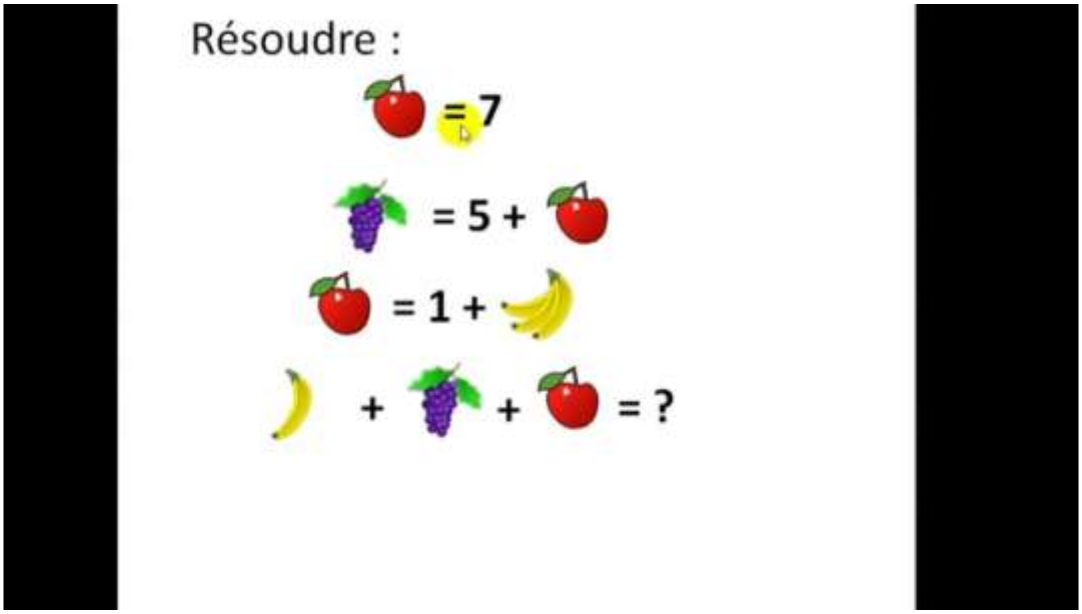
Tableau de vérité pour pas p/pas p et pas q

p	q	Pas p	Pas p et pas q
V	V	F	F
F	F	V	F
F	V	V	V
V	F	F	F



Leçon 7 : Les Casses Têtes

1.

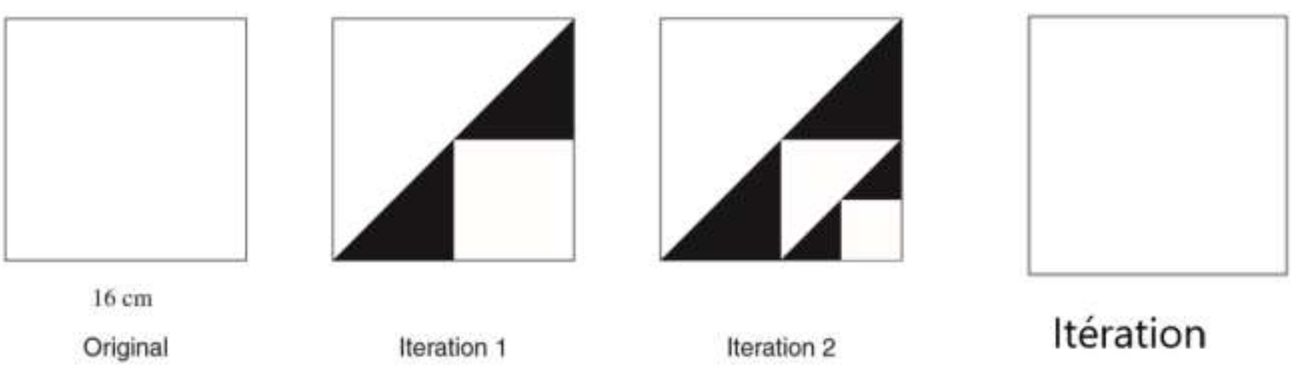


2. Le “Sierpinski gasket” est un patro fractal démontré ci-dessous. Le périmètre d’un “Sierpinski gasket” est la longueur totale de toutes les côtés ombrés des triangles équilatéraux.

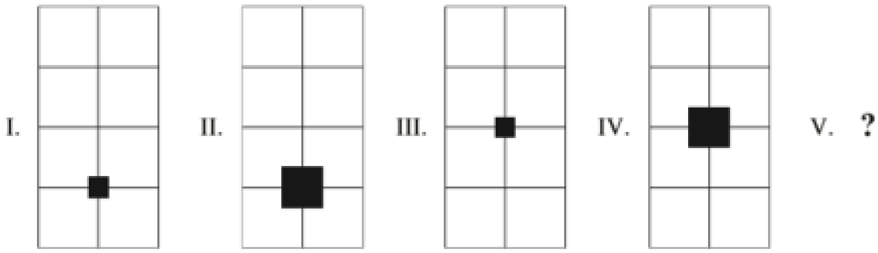
Si l’originale a des côtés de longueur de 20 cm, détermine le périmètre du “Sierpinski gasket” dans l’itération 2.

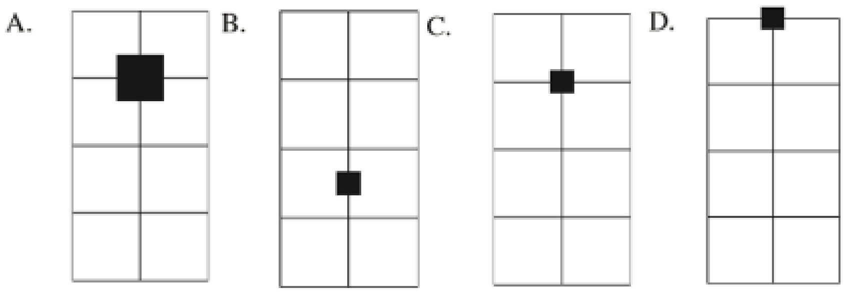
A. 90 cm B. 105 cm C. 135 cm D. 202.5 cm

3. Étant donné les fractales suivantes. Dessine le 3e itération.

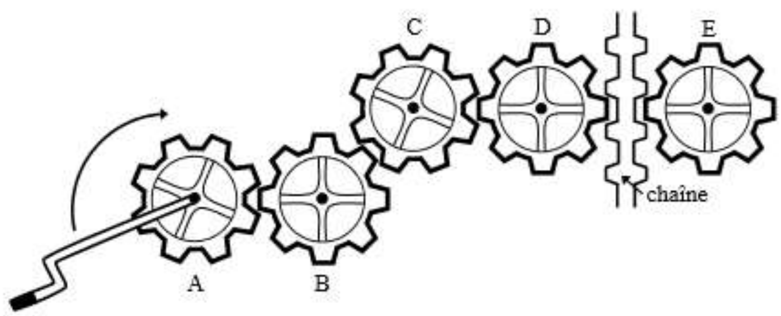


Quelle figure représente le mieux l'élément suivant de la suite ci-dessous ?





4. Voici 5 pignons et une chaîne. Un élève prédit que si le pignon A tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, la chaîne se déplacera vers le bas. A-t-il raison? Explique.



5. Sudoku

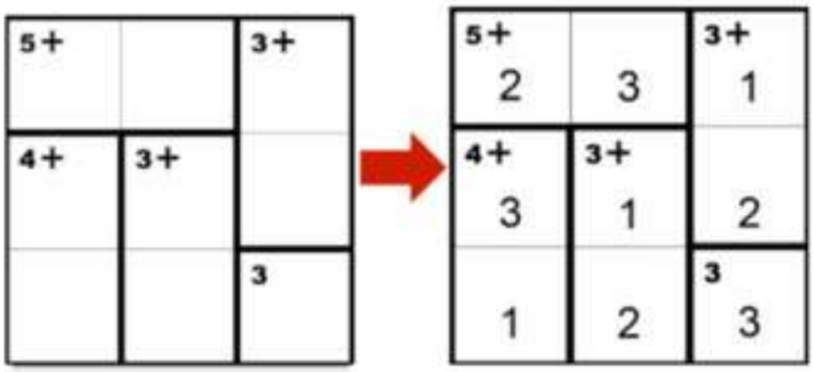
4	3		1
2	1	4	3
1	2		

6. Les Casse-têtes de Kenken

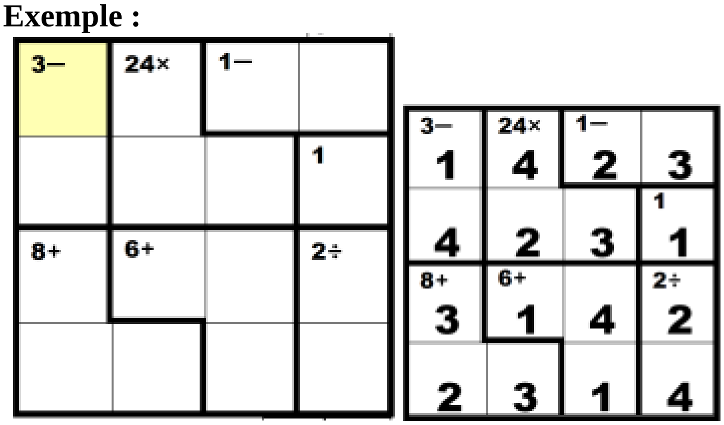
Le but est de remplir toute la grille avec les numéros.

- Les numéros ne peuvent pas être répétés dans une rangée ou colonne.
- Le nombre de colonne et rangée indique les numéros qui sont utilisés
  Ex : 3 colonne et 3 rangée veut dire 1, 2 et 3 sont utilisés.
- Les lignes plus foncés indiquent les régions.
- La gauche dans le coin indique le total du calcul qui doit être fait.
- Une région avec un carré est un « gratuit ».

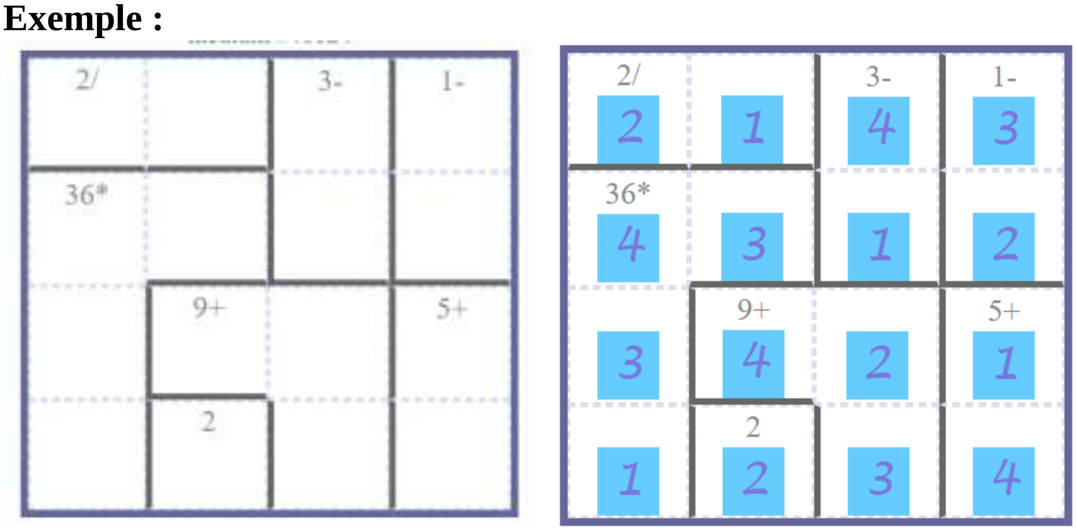
Ex :



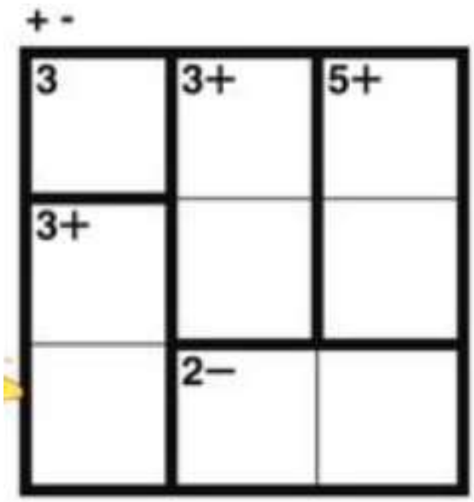
Exemple :



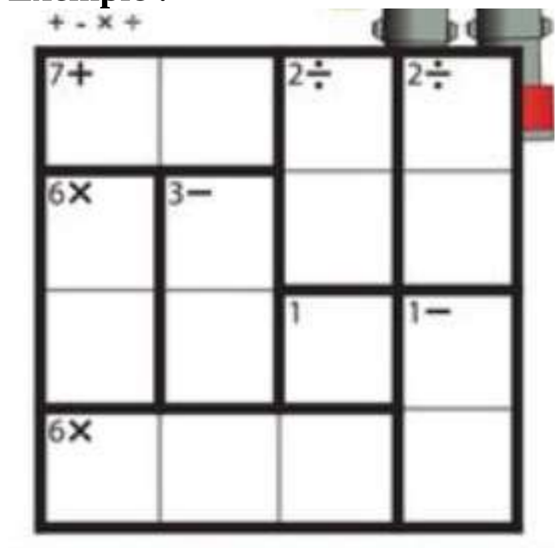
Exemple :



Exemple :



Exemple :



7. Carré magique

Un carré magique lorsque la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est identique.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

18	4	14
8	12	16
10	20	6

Exemple :

Les carrés suivants sont-ils des carrés magiques ? Si oui, indiquez la densité (somme magique)

a)

2	3
3	2

b)

2,2	0,5	1,8
1,1	1,5	1,9
1,2	2,6	0,8

c)

18	-2	5
-6	7	20
9	16	-4