Mathématique Appliquée 30S

Enseignante. Mme. Layton

Note Unité : Raisonnement Logique

Nom : ______________

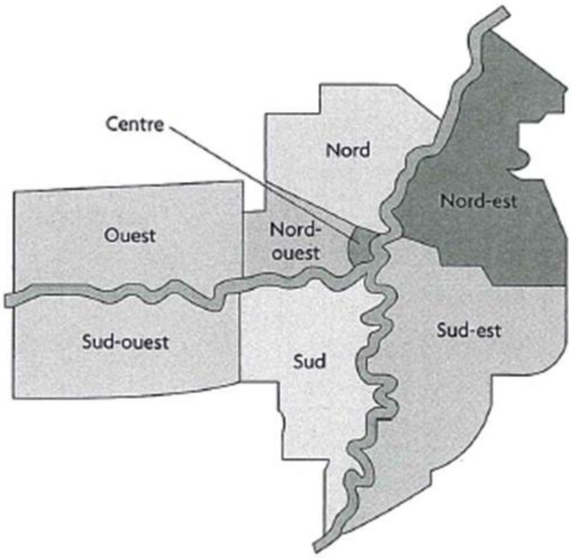
Table des Matières

Leçon 1 : Différents ensembles et la notation ensembliste

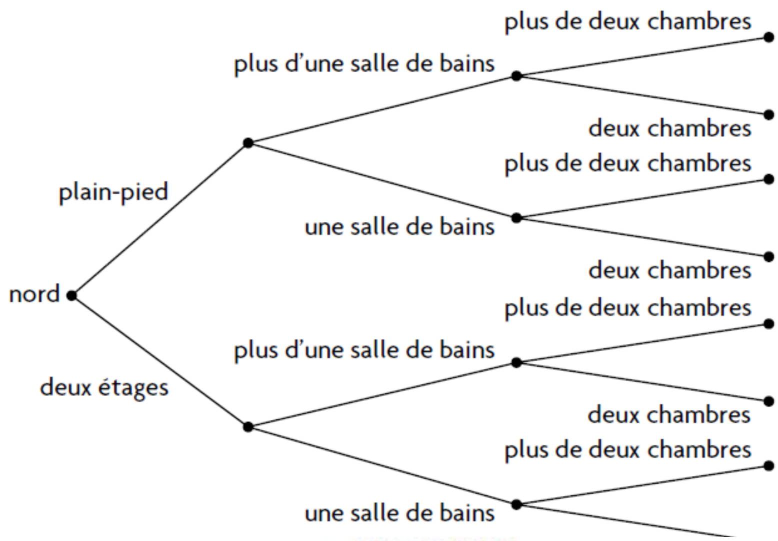
Exemple : Des listes d'immeubles

L'agente immobilière Chantelle vit à Winnipeg, au Manitoba. La majorité de sa clientèle souhaite acheter une maison de plain-pied ou de deux étages dans un quartier précis de la ville.

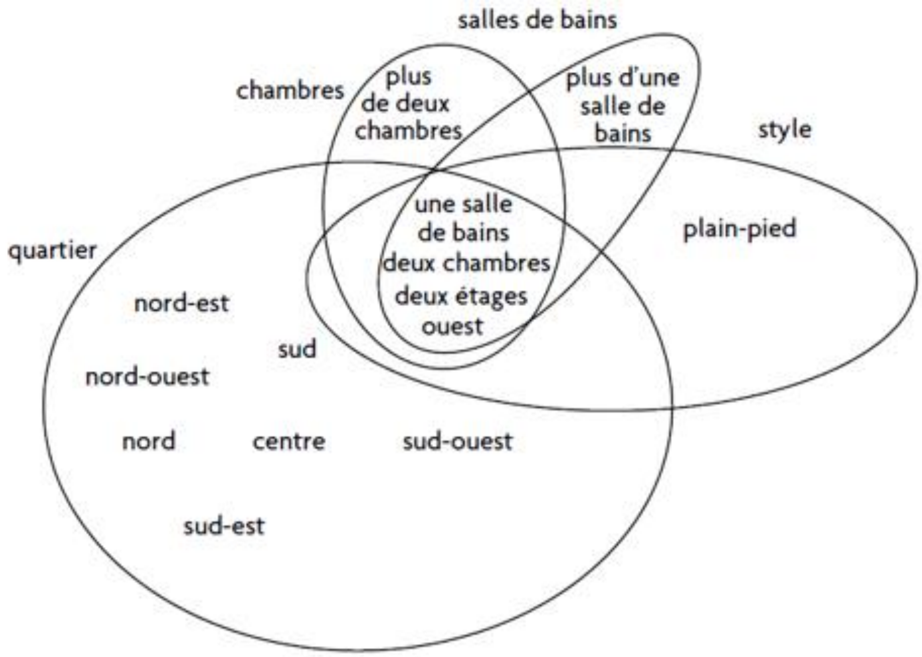
Lien mls.ca



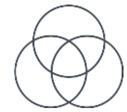
Comment Chantelle peut-elle organiser ses listes d'immeubles pour que sa clientèle puisse vérifier facilement les produits offerts ?



Le diagramme de Venn ci-dessous est une autre possibilité. Chacune des quatre catégories (quartier, style, nombre de salles de bains et nombre de chambres à coucher) est représentée par une région, et l'acheteur ou acheteuse peut trouver la maison de ses rêves là où ces régions se chevauchent.



A) La Notation Ensembliste {…..} et les éléments dans un Diagramme de Venn



1) Les Ensembles disjoints/incompatibles/mutuellement exclusif

<u>Les ensembles n'ont pas des éléments en commun.</u>

Exemple 1 : Démontre, par diagramme, les ensembles suivants :

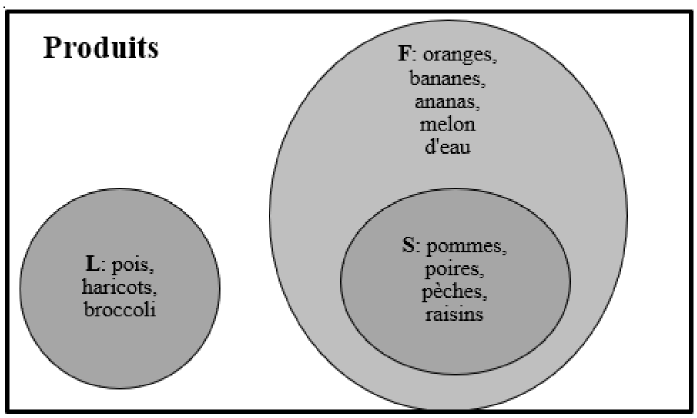
P = $\{produits\ alimentaires\}$

F = $\{fruits\}$ F est un Ensemble

S = $\{fruits\ qu'on\ peut\ manger\ sans\ les\ peler\}$

S est un sous-ensemble

L = $\{légumes\}$ L est un Ensemble



On peut dire que S fait partie ($\subset$) de F et que L fait partie de P

$\therefore$ **$S \subset F$ et $L \subset P$**

S est un sous ensemble de F et L est un sous ensemble de P

$\subset$: veut dire sous ensemble

Dernièrement, on peut demander pour F`
(F` : le complément de F/ce que F n'est pas)
- ici, on cherche les produits alimentaires **<u>qui ne sont pas des fruits</u>**

➔ **F` = {pois, haricots, brocoli} F' = L**

Les ensembles de légumes et fruits n'ont pas des éléments en commun, alors ils sont :
- **disjoints**
- **mutuellement exclusif.**
- **Incompatible**

B) Le nombre d'éléments dans un Diagramme de Venn disjoints

Exemple 2 :

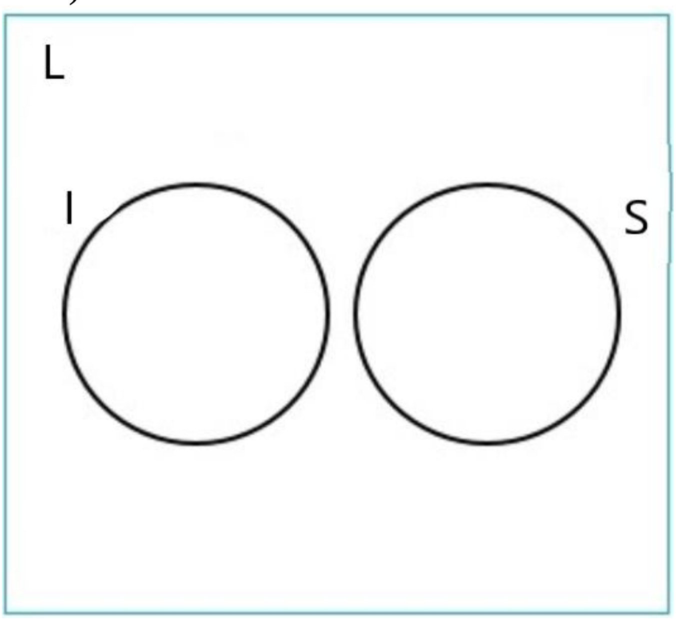
Un individu lance deux dés à 6 faces. Voici les résultats des sommes des deux dés.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) Représente les ensembles suivants dans un seul diagramme de Venn qui représente le nombre d'élément dans chaque ensemble :

- Les lancers (L) qui donnent une somme inférieure à 6 (I);
- Les lancers qui donnent une somme supérieure à 6 (S).

b) Inscris le nombre d'éléments dans chaque ensemble.



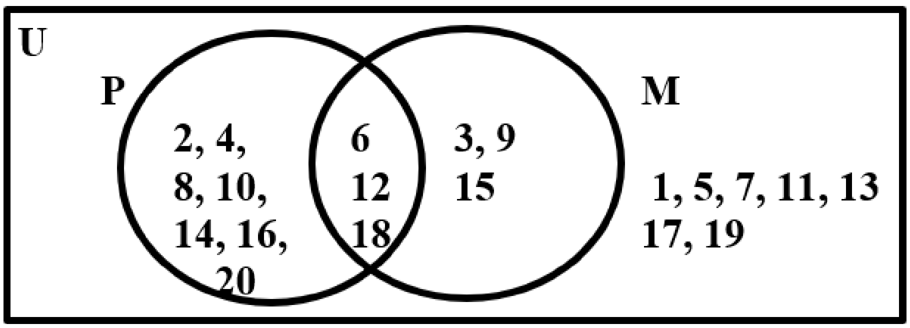
2) Les Ensembles compatibles/non mutuellement exclusif

<u>Les ensembles ont des éléments en commun.</u>

Exemple 3 : Créer un diagramme à Venn avec les numéros de 1 à 20

- un ensemble comprend les nombres pairs.
- un ensemble comprend les multiples de 3

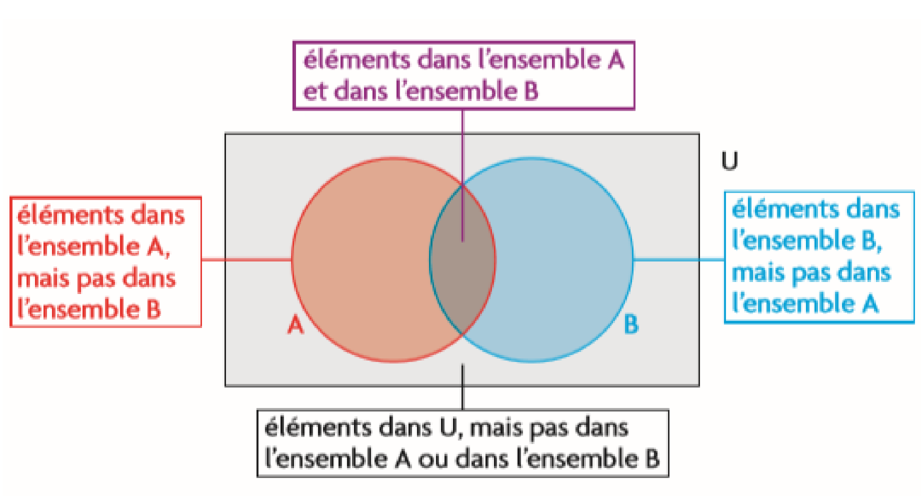
U : $\{Les\ nombres\ de\ 1\ \text{à}\ 20\}$
P : $\{Les\ nombres\ pairs\}$
M : $\{Les\ multiples\ de\ 3\}$



On peut dire que P et M sont des sous-ensembles de l'ensemble universel.
(P ou M) : $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$
(P ou M)' : $\{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ sont le complément des ensembles de P **OU** M

Les ensembles des nombres pairs et les multiples de 3 ont des éléments en commun, alors ils sont :

- **mutuellement non exclusif.**
- **compatible**

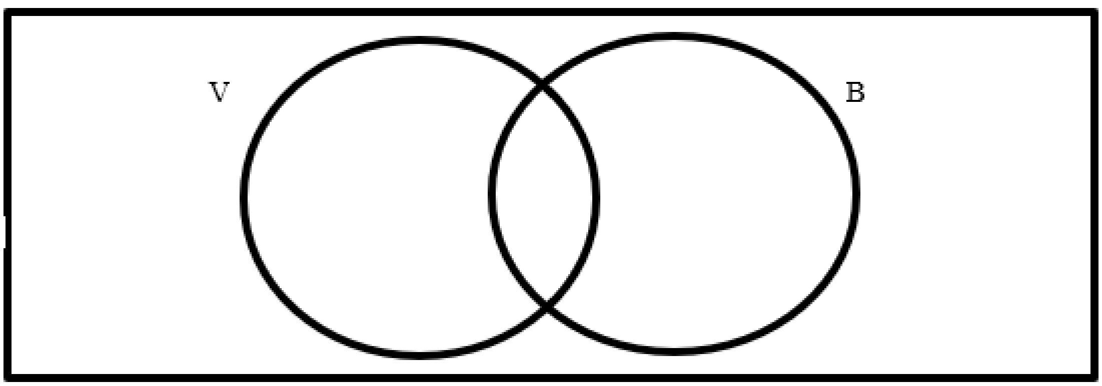


Exemple 4 : Dans un groupe de 65 élèves de 12e au CJS. Parmi eux, 23 jouent au volley-ball et 26 jouent au basket-ball. Il y en a 31 autres qui ne pratiquent aucun des deux sports.

a) Examine l'ensemble des élèves qui jouent au volley-ball et l'ensemble de ceux qui jouent au basket-ball. Les ensembles sont-ils disjoints ? Explique comment tu le sais.

b) Utilise un diagramme de Venn pour déterminer le nombre d'élèves qui jouent seulement au volley-ball, seulement au basket-ball ou au volley-ball et au basket-ball ?

V : $\{\text{Élèves qui jouent au volleyball}\}$ B: $\{\text{Élèves qui jouent au basketball}\}$



Total de l'ensemble universel – le total à l'extérieur des sous-ensembles.

Total des sous-ensemble – le total qui devrait être dans les sous-ensemble = l'intersection

Exemple 5 : Mme Layton a sondé les 30 élèves de son cours de mathé au sujet de leurs habitudes alimentaires.

- 18 déjeunent — B : $\{\acute{E}l\grave{e}ves\ qui\ d\acute{e}jeunent\}$
- 5 des 18 mangent aussi un diner — D : $\{\acute{E}l\grave{e}ves\ qui\ mangent\ un\ d\hat{i}ner\}$
- 3 ne déjeunent pas et ne prennent pas un dîner

a) Trace un diagramme qui représente les données du sondage.

b) Combien d'élèves prennent un bon diner ?

c) Combien d'élèves prennent un bon repas, soit déjeuner, soit diner ? (Déjeunent ou dîner)

d) Combien d'élèvent prennent seulement un bon déjeuner ?

e) Quel pourcentage d'élèves prennent un bon repas ?

Vocabulaire :

Ensemble :
Collection d'objets mathématique distincts. Par exemple, l'ensemble des nombres naturels est N = $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Ensemble universel :
Ensemble de tous les éléments considérés dans un contexte particulier. L'ensemble universel est aussi appelé espace échantillonnal. Par exemple, l'ensemble universel des chiffres est C = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Ensemble disjoints (Mutuellement exclusif/incompatible):
Deux ensembles ou plus qui n'ont aucun élément en commun. Par exemple, l'ensemble des nombres pairs et celui des nombres impairs sont disjoints.

Ensemble infini :
Ensemble dont le nombre d'éléments est infini. Par exemple, l'ensemble des nombres naturels strictement positifs, N* = $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, est infini.

Sous-ensemble :
Ensemble dont les éléments appartiennent tous à un autre ensemble. Par exemple, l'ensemble des chiffres impairs, I = $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, est un sous-ensemble de C, l'ensemble des chiffres. À l'aide de la notation ensembliste, cette relation s'écrit : I $\subset$ C.

Élément :
Chaque objet d'un ensemble. Par exemple, 3 est un élément de C, l'ensemble des chiffres.

Complément :
Ensemble des éléments d'un ensemble universel qui n'appartiennent pas à un sous-ensemble donné. Par exemple, l' = $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ est le complément de l = $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, un sous-ensemble de l'ensemble universel des chiffres C. Le complément est identifié par le signe « ' », qui se lit « prime ».

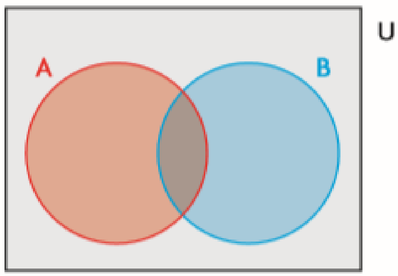
Incompatibles/disjoints :
Se dit de deux événements ou plus qui ne peuvent pas se réaliser en même temps. Par exemple, le lever du soleil et le coucher du soleil sont des évènements incompatibles.

L'intersection (mutuellement non exclusif/compatible) : Des sous-ensembles qui ont des éléments en comment.

Leçon 2 : Intersection et union de deux ensembles

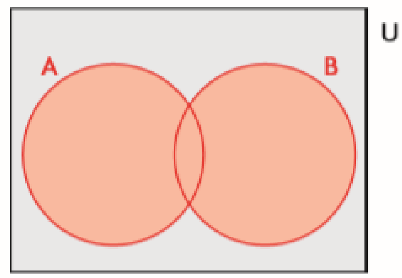
Conseil | *de notation*

Selon la notation ensembliste, $A \cap B$ se lit « A inter B ». Cela représente les éléments qui sont communs à A et à B. L'intersection est la région où les deux ensembles se chevauchent dans le diagramme de Venn ci-dessous.



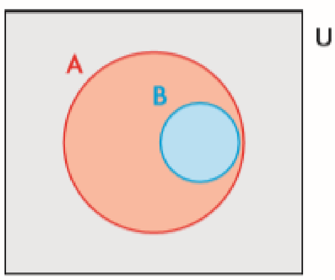
$A \cap B$

$A \cup B$ se lit « A union B ». Cela représente tous les éléments qui appartiennent au moins à A ou à B. L'union correspond à la région rouge du diagramme de Venn ci-dessous.

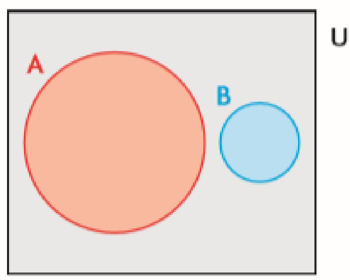


$A \cup B$

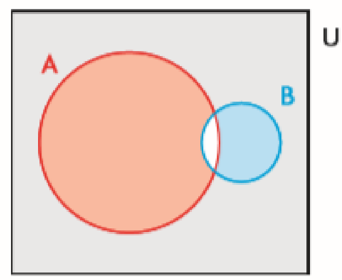
$A \setminus B$ se lit « A moins B ». Cela représente l'ensemble des éléments qui sont dans l'ensemble A mais pas dans l'ensemble B. Il correspond à la région rouge de chaque diagramme de Venn ci-dessous.



$A \setminus B$ quand $B \subset A$



$A \setminus B$ quand ils sont disjoints



$A \setminus B$ quand il y a intersection

intersection

Ensemble des éléments communs à deux ou plusieurs ensembles. Selon la notation ensembliste, $A \cap B$ représente l'intersection des ensembles A et B. Par exemple, si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{3, 4, 5\}$, alors $A \cap B = \{3\}$.

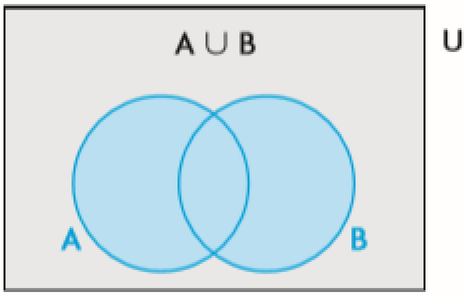
union

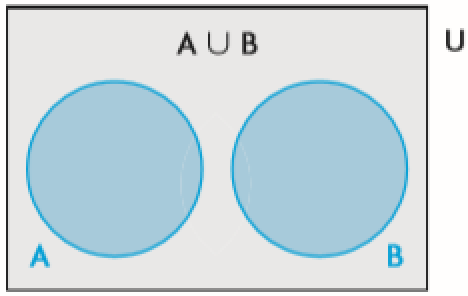
Ensemble de tous les éléments appartenant à deux ou plusieurs ensembles. La notation ensembliste $A \cup B$ représente l'union des ensembles A et B. Par exemple, si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{3, 4, 5\}$, alors $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

principe d'inclusion-exclusion

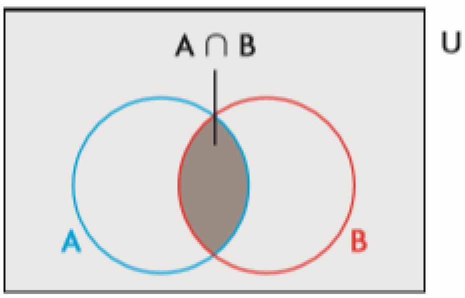
Le nombre d'éléments dans l'union de deux ensembles est égal à la somme du nombre d'éléments de chaque ensemble moins le nombre d'éléments appartenant aux deux ensembles. En notation ensembliste, cela s'écrit $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

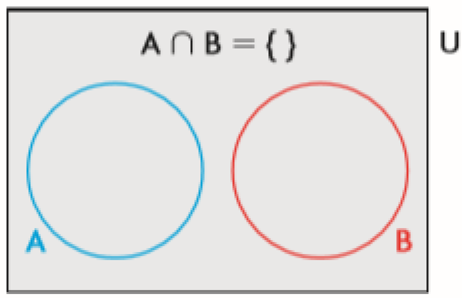
- L'**union** de deux ou plusieurs ensembles, **A ∪ B** par exemple, comprend tous les éléments qui appartiennent à au moins un des ensembles. Elle est représentée par la région complète de ces ensembles dans un diagramme de Venn. Elle est caractérisée par le mot **ou**.





- L'**intersection** de deux ou plusieurs ensembles, **A ∩ B** par exemple, comprend tous les éléments qui sont communs à ces ensembles. Elle est représentée par la région de chevauchement dans un diagramme de Venn. Elle est caractérisée par le mot **et**.





Ensemble vide :
Ensemble qui ne contient aucun élément. Par exemple, l'ensemble des nombres impairs divisibles par 2 est un ensemble vide. L'ensemble vide est représenté par des accolades, {   }, ou par le symbole Ø.

Exemple 1 : Trace le diagramme a Venn et montre l'union des ensembles.

Soit H, chaque heure de 1h00 à 24h00.
Soir R, chaque période de 2 heures jusqu'à 24 heures.
Soit L, chaque période de 3 heures jusqu'à 24 heures.

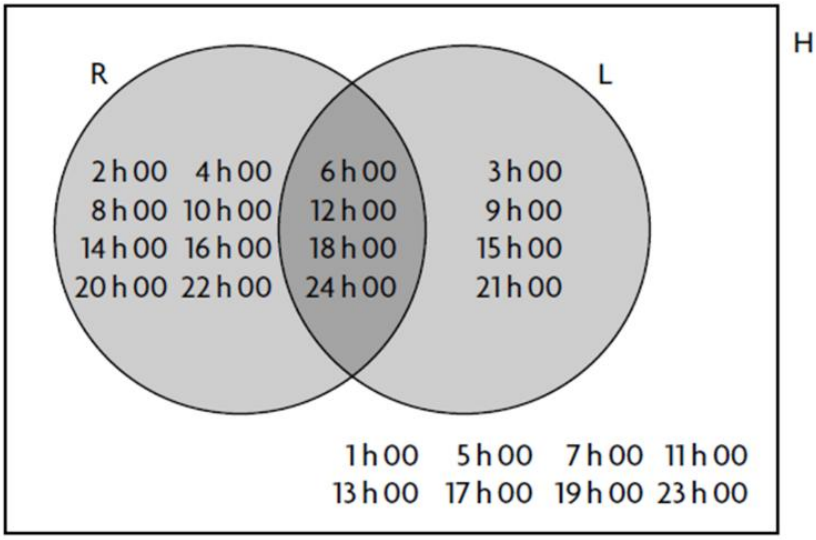
a) À l'aide de la notation ensembliste, décris l'ensemble universel H et les sous-ensembles R et L.

A. H = {chaque heure de 1 h 00 à 24 h 00}
R = {multiples de 2 h 00, de 1 h 00 à 24 h 00}
L = {multiples de 3 h 00, de 1 h 00 à 24 h 00}

b) Énumère les éléments de chaque sous-ensemble.

B. R = {2 h 00, 4 h 00, 6 h 00, 8 h 00, 10 h 00, 12 h 00, 14 h 00, 16 h 00, 18 h 00, 20 h 00, 22 h 00, 24 h 00}

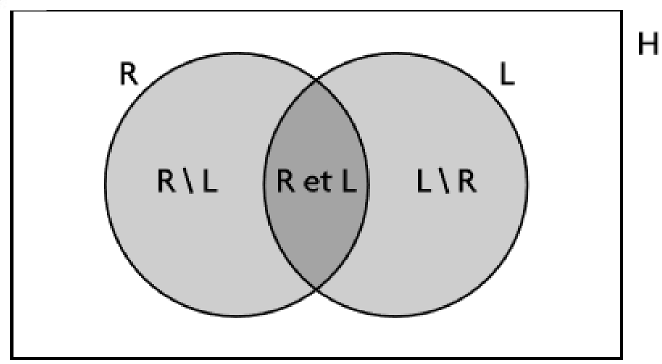
L = {3 h 00, 6 h 00, 9 h 00, 12 h 00, 15 h 00, 18 h 00, 21 h 00, 24 h 00}



c) Créer un diagramme de Venne qui représente les ensembles H, R et L.

R∩L veut dire R et L
R\L veut dire seulement R ou « que » R (pas L)

L\R veut dire seulement L ou « que » L (pas R)



d) Identifier les éléments R∩L, l'intersection des ensembles R et L

D. R ∩ L = {6 h 00, 12 h 00, 18 h 00, 24 h 00}

e) À l'aide de la notation ensembliste, énumère les éléments de l'ensemble R\L et de l'ensemble L\R.

E. R \ L = {2 h 00, 4 h 00, 8 h 00, 10 h 00, 14 h 00, 16 h 00, 20 h 00, 22 h 00}

L \ R = {3 h 00, 9 h 00, 15 h 00, 21 h 00}

R ∪ L veut dire R ou L
(R ∪ L)' veut dire tous sauf pour R ou L (c'est le complément)

f) À l'aide de la notation ensembliste, énumère les éléments de l'ensemble $R \cup L$. (Soit à un horaire d'alimentation aux 2 heures, soit à un horaire d'alimentation aux 3 heures forme l'union des ensembles R et L) Alors R ou L.

F. Les éléments appartenant aux trois régions des deux cercles qui se chevauchent indiquent un temps d'alimentation de R ou de L.

$R \cup L = \{2\,h00, 3\,h00, 4\,h00, 6\,h00, 8\,h00, 9\,h00, 10\,h00, 12\,h00, 14\,h00, 15\,h00, 16\,h00, 18\,h00, 20\,h00, 21\,h00, 22\,h00, 24\,h00\}$

g) Énumère les éléments appartenant à $(R \cup L)'$ (le complément de l'union de R ou L.

G. $(R \cup L)' = \{1\,h00, 5\,h00, 7\,h00, 11\,h00, 13\,h00, 17\,h00, 19\,h00, 23\,h00\}$

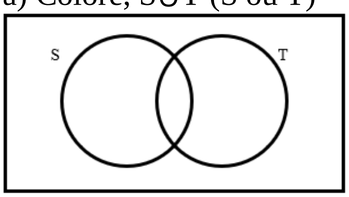
h) Détermine:

$n(R \cup L)$: $n(R \cap L)$: $n(R \cup L)'$: $n(R \cap L)'$:

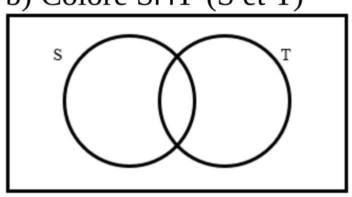
$n(R \setminus L)$: $n(L \setminus R)$:

Exemple 2 :

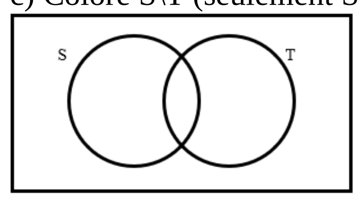
a) Coloré, $S \cup T$ (S ou T)



b) Coloré $S \cap T$ (S et T)



c) Coloré $S \setminus T$ (seulement S)



Exemple 3 :

Jamil a sondé 34 personnes au gymnase. Il a appris que 16 d'entre elles font de l'entraînement aux haltères trois fois par semaine, que 21 font des exercices cardiovasculaires trois fois par semaine et que 6 s'entraînent moins de trois fois par semaine.

a) Détermine combien de personnes font seulement de l'entraînement aux haltères.

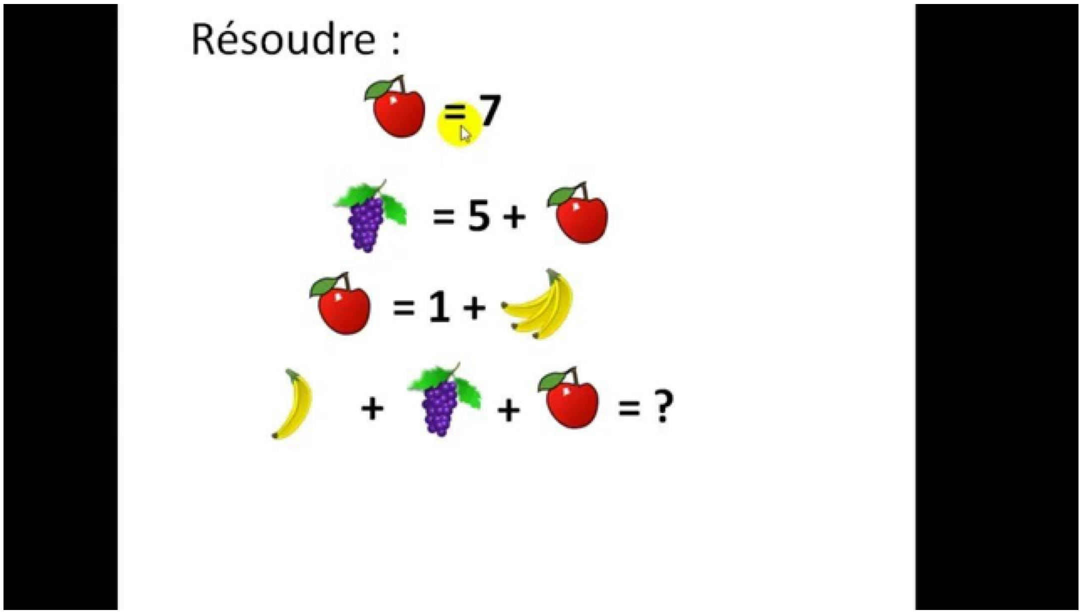
b) Détermine combien de personnes font seulement de l'exercices cardiovasculaires.

c) Détermine combien de personnes font de l'entraînement aux haltères ou de l'exercices cardiovasculaires.

d) Détermine combien de personnes font de l'entraînement aux haltères et de l'exercices cardiovasculaires.

Leçon 3 : Les Casses Têtes

1.



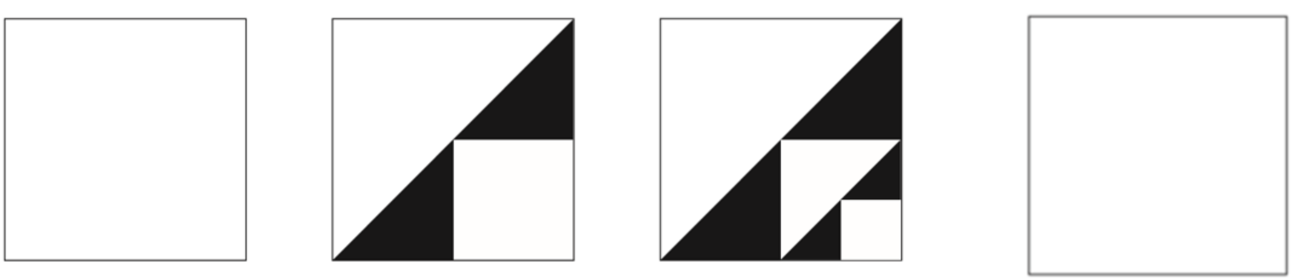
2. Le “Sierpinski gasket” est un patro fractal démontré ci-dessous. Le périmètre d’un “Sierpinski gasket” est la longueur totale de toutes les côtés ombrés des triangles équilatéraux.

Original | Iteration 1 | Iteration 2

Si l’originale a des côtés de longueur de 20 cm, détermine le périmètre du “Sierpinski gasket” dans l’itération 2.

A. 90 cm B. 105 cm C. 135 cm D. 202.5 cm

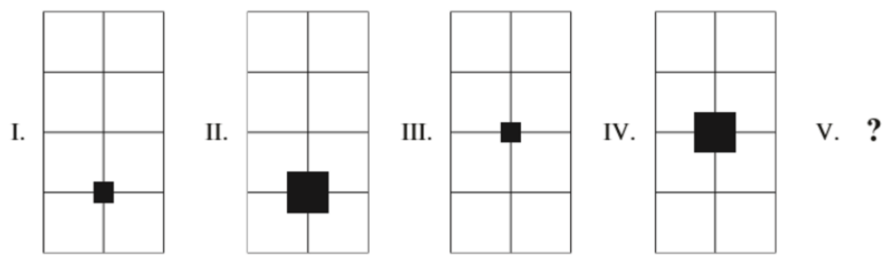
3. Étant donné les fractales suivantes. Dessine le 3e itération.

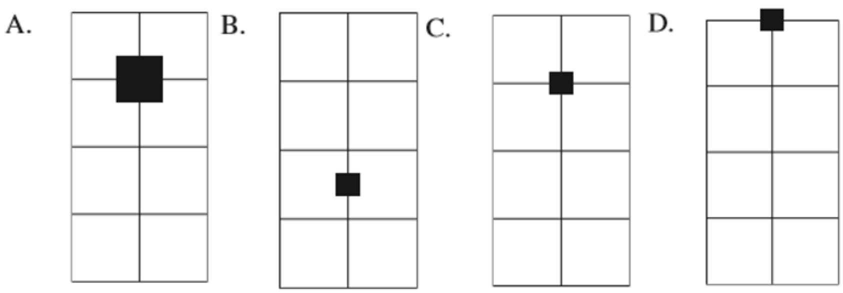


16 cm

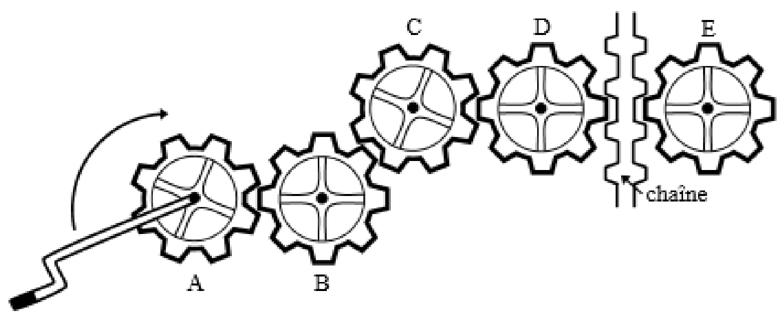
Original | Iteration 1 | Iteration 2 | Itération

4. Quelle figure représente le mieux l’élément suivant de la suite ci-dessous ?





5. Voici 5 pignons et une chaîne. Un élève prédit que si le pignon A tourne dans le sens des aiguilles d’une montre, la chaîne se déplacera vers le bas. A-t-il raison? Explique.



6. Sudoku

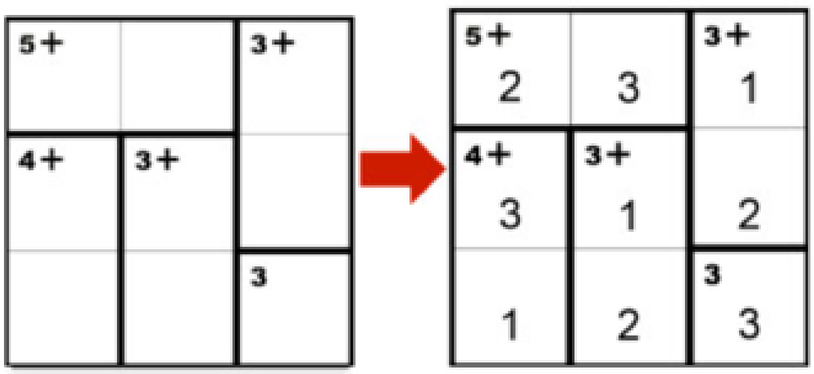
4	3		1
2	1	4	3
1	2		

7. Les Casse-têtes de Kenken

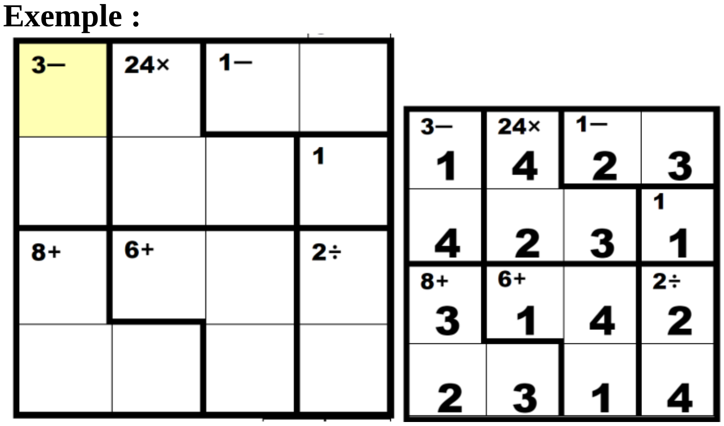
Le but est de remplir toute la grille avec les numéros.

- Les numéros ne peuvent pas être répétés dans une rangée ou colonne.
- Le nombre de colonne et rangée indique les numéros qui sont utilisés
  Ex : 3 colonne et 3 rangée veut dire 1, 2 et 3 sont utilisés.
- Les lignes plus foncés indiquent les régions.
- La gauche dans le coin indique le total du calcul qui doit être fait.
- Une région avec un carré est un « gratuit ».

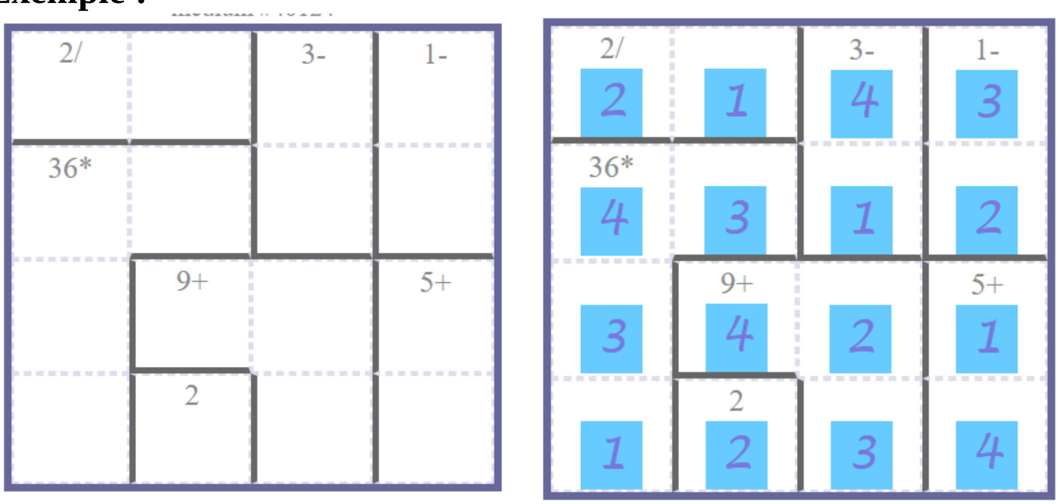
Ex :



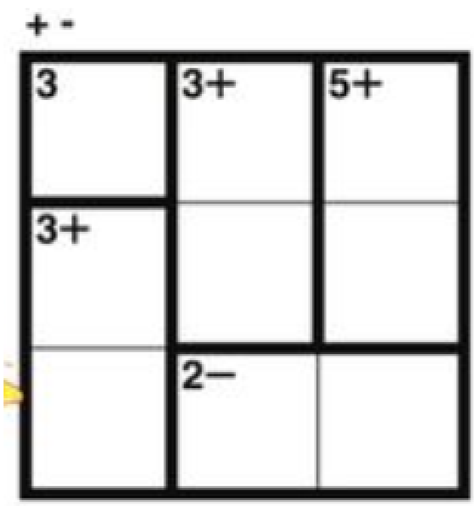
Exemple :



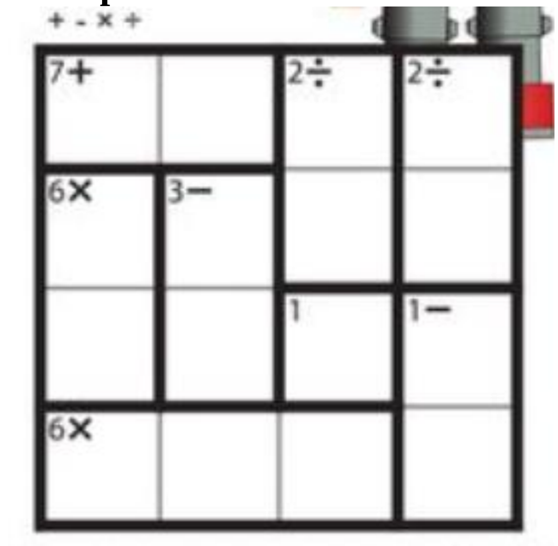
Exemple :



Exemple :



Exemple :



8. Carré magique

Un carré magique lorsque la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est identique.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

18	4	14
8	12	16
10	20	6

Exemple :
Les carrés suivants sont-ils des carrés magiques ? Si oui, indiquez la densité (somme magique)

a)

2	3
3	2

b)

2,2	0,5	1,8
1,1	1,5	1,9
1,2	2,6	0,8

c)

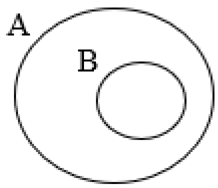
18	-2	5
-6	7	20
9	16	-4

Pratique

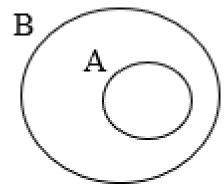
Raisonnement Logique Leçon 1

1. **Choix Multiple :** Choisis le diagramme qui représente A ⊂ B.

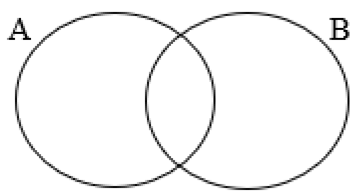
A.



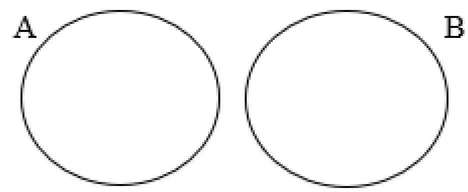
B.



C.

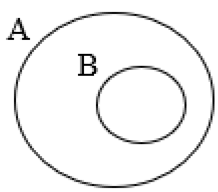


D.

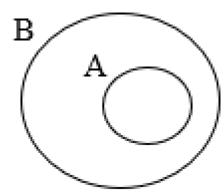


2. **Choix Multiple :** Choisis le diagramme qui représente des ensembles disjoints.

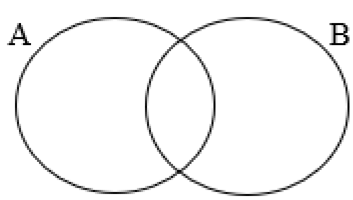
A.



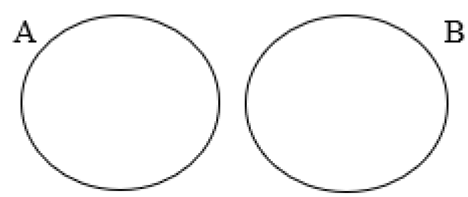
B.



C.

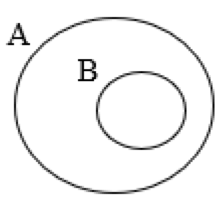


D.

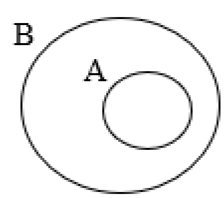


3. **Choix Multiple :** Choisis le diagramme qui représente A' = B.

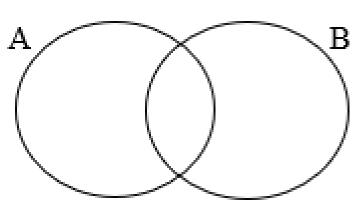
A.



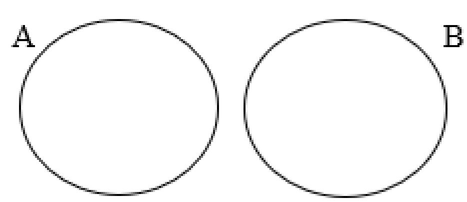
B.



C.



D.

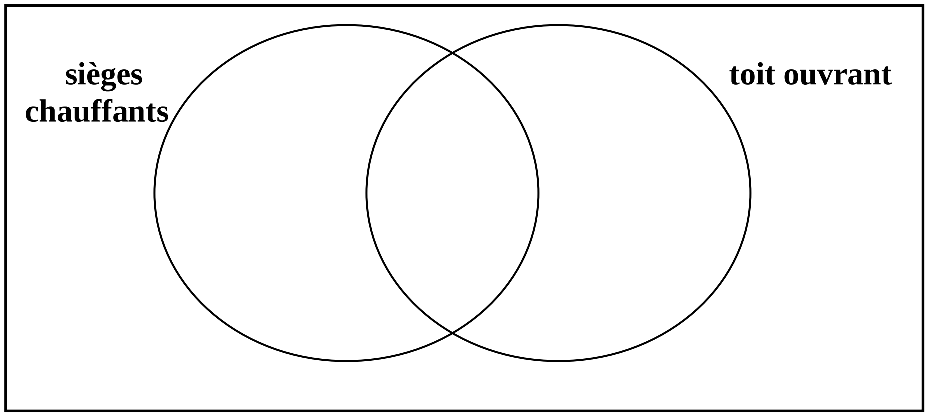


4. Dans la base de données d'un manufacturier d'autos, il y a la liste de toutes les voitures en vente chez tous ses concessionnaires de l'Ouest canadien.

Dans le cas du Modèle A,

- 43% ont des sièges en cuir chauffants,
- 36% ont un toit ouvrant, et
- 49% n'ont ni l'une, ni l'autre des caractéristiques.

a) Remplis le diagramme a Venn avec les informations. /3



b) Quel pourcentage des autos du modèle A ont des sièges en cuir chauffants ET un toit ouvrant? /1

c) Quel pourcentage des autos ont seulement des sièges en cuir chauffants ? /1

d) Quel pourcentage des autos ont des sièges encuir chauffants ou un toit ouvrant ? /1

Raisonnement Logique Leçon 2

1. Si A = {tous les étudiants sur une équipe de sports} et
B = {tous les étudiants sur le rôle d'honneur}, indique ce que chacun des formules signifient sous forme de notation ensembliste. /3

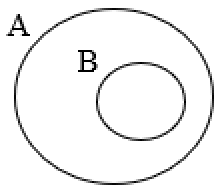
A U B = ______________________________

A ∩ B = ______________________________

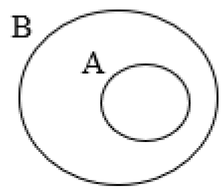
(A U B)' = ______________________________

2. **Choix Multiple :** Choisis le diagramme qui représente (A ∩ B) = vide

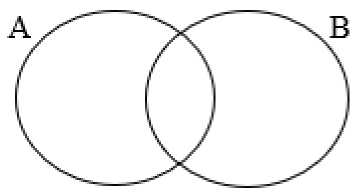
A.



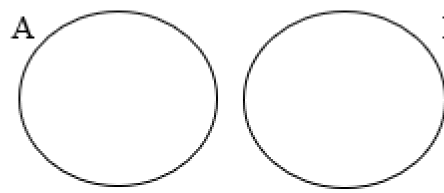
B.



C.

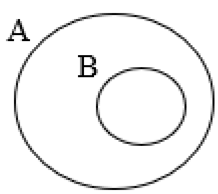


D.

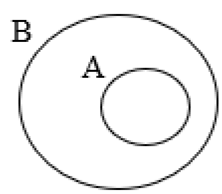


3. **Choix Multiple :** Choisis le diagramme qui représente n(A ∪ B) = n(A) + n(B) – n(A∩B)

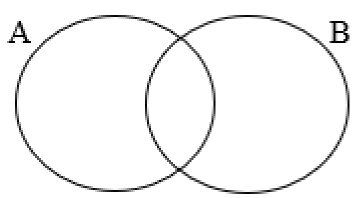
A.



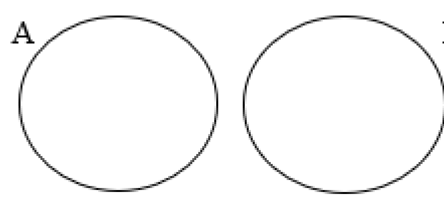
B.



C.



D.



4. À la cafétéria de son école, Adam a demandé à 40 élèves ce qu'ils ont acheté pour dîner. Il a inscrit ses résultats dans le tableau ci-dessous.

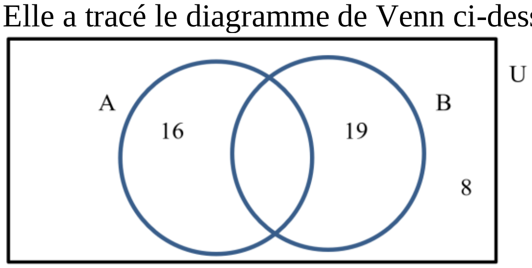
Achat	Nombre d'élèves
boisson	34
soupe	18
ni boisson ni soupe	5

S : $\{acheter\ soupe\}$
B : $\{acheter\ boisson\}$

a)Trace un diagramme de Venn pour représenter les données.
/2
b) Combien d'élèves ont acheté une boisson et de la soupe ?
/1
c) Combien d'élèves ont acheté seulement une boisson ou seulement de la soupe ?
/1

5. On a demandé à Émy de représenter les ensembles suivants à l'aide d'un diagramme de Venn :
- U est l'ensemble universel.
- A et B sont des sous-ensembles de U.
- n(U) = 40, n(A) = 16 et n(B) = 19
- n((AUB)') = 8

Émy a fait une erreur dans son diagramme de Venn. Corrige son erreur.
/2
Elle a tracé le diagramme de Venn ci-dessous.



6. Groupe A: Tous les multiples de 5 entre 2 et 22
Groupe B : Tous les multiples de 3 entre 2 et 22
Groupe C : Tous les facteurs de 24
Groupe D : Tous les nombres impairs entre 2 et 12

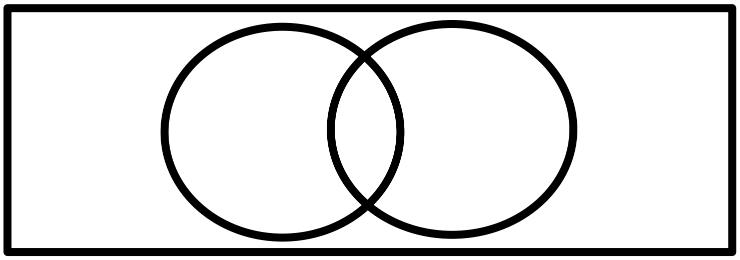
Trouve :
/5
a) A ∩ B : b) B ∩ C ∩ D : c) nA∩D =

d) A U C :

e) C U D :

7. En tout, 20 élèves sont partis en randonnée. Parmi eux, 13 portent des lunettes fumées et 6 portent un chapeau. Seulement 5 élèves ne portent ni lunettes fumées ni chapeau.

a) Trace un diagramme de Venne qui représente ces informations. /2



b) Combien d'élèves portent des lunettes fumées et un chapeau ?
/1

c) Combien d'élèves portent des lunettes fumées mais pas de chapeau ?
/1

d) Combien d'élèves portent un chapeau ou des lunettes fumées ?
/1

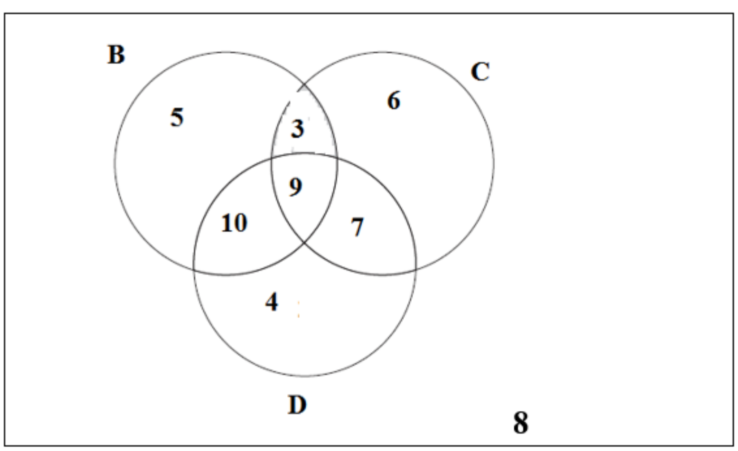
e) Identifie $(L \cup C)$'
/1

8. Paul a demandé à 20 élèves s'ils ont un chien ou un chat :
   - 4 élèves n'ont ni chien ni chat ;
   - 8 élèves ont un chien ;
   - 8 élèves ont un chat.

a) Combien d'élèves ont un chien et un chat ?

/2

b) Détermine si les éléments sont disjoints. Explique votre raisonnement.
/1



9. Étant le diagramme de Venn ci-dessous. Réponds.
(6 points)

a) Détermine n(BUC\D). __________

b) Détermine n(B∩D\C). ________

c) Détermine combien d'éléments il y a de seulement B. _____________

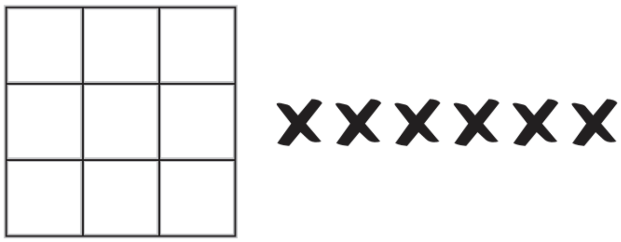
d) Détermine combien d'éléments représente seulement D ou C. __________

e) Détermine combien d'éléments il y a dans B et C. ___________

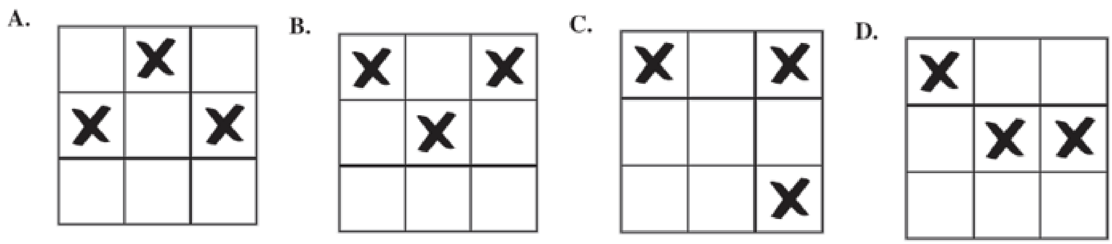
f) Détermine n(BUCUD)'. ________

Raisonnement Logique Leçon 3

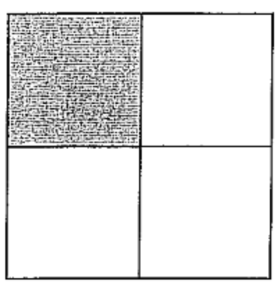
1. Pour résoudre un casse-tête de logique, on doit placer un X dans six des carrés de la grille ci-dessous de sorte qu'il n'y ait pas trois X sur une ligne verticale, horizontale ou diagonale.



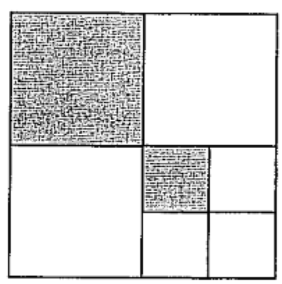
Laquelle des images ci-dessous illustre l'emplacement des trois premiers X qui mènerait à une solution juste de ce casse-tête de logique?



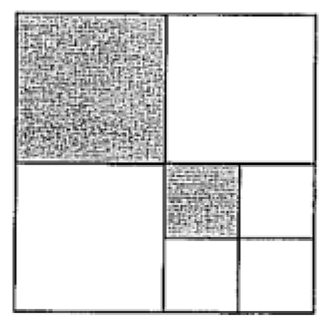
2. Deux générations d'un motif fractal (dessin divisé dans des sections) sont illustrées dans le diagramme ci-dessous. /1



1re génération



2e génération



Trouve le dessin qui représente la 3e génération

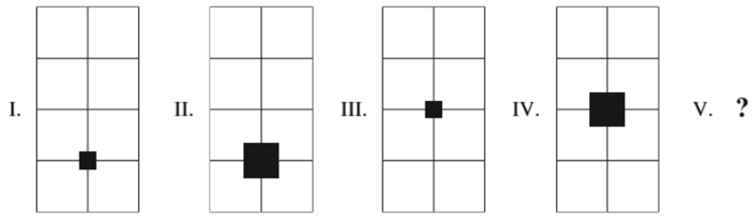
3e génération

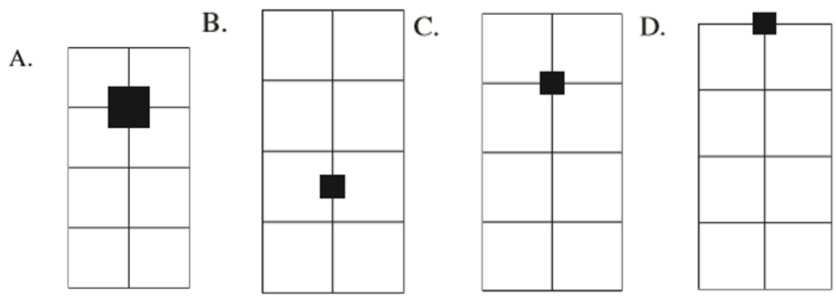
3. Dans la grille ci-dessous, les nombres sont la somme des valeurs des symboles de chaque ligne et de chaque colonne.

ω	ω	ω	ω	56
ω	ω	ψ	ψ	60
ψ	ξ	φ	ω	40
φ	φ	ξ	ψ	32
50	?	40	60	

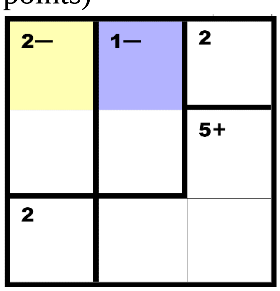
Quelle est la somme des valeurs des symboles de la colonne 2 ? Justifie ton raisonnement.
/4

4. Choix Multiple : Quelle figure représente le mieux l'élément suivant de la suite ci-dessous ?
/1

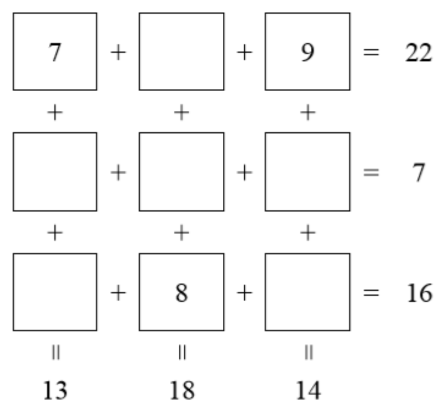


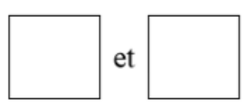


5. Remplis le KenKen.
(2 points)



6.
a) Utilise les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 seulement une fois pour remplir le tableau suivant.
(2 points)





b) Quels sont les deux premiers nombres que tu as obtenus ?
Explique la stratégie que tu as utilisée pour obtenir ces nombres.
(1 point)

7. Un carré magique est un ensemble dont la somme de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est égale au même nombre. Ce nombre s'appelle la somme magique.

4	5	11	14
15	10	8	1
6	3	13	12
9	16	2	7

Quelle est la somme magique du carré magique ?