

# Mathématique Appliquée 30S

Note :

Mesure

Nom : \_\_\_\_\_

# Table Des Matières

|                                                                                |              |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>Revue : Les unités de mesure</b>                                            | <b>p. 3</b>  |
| <b>Leçon 1 : La Comparaison et interprétation de taux</b>                      | <b>p. 7</b>  |
| <b>Leçon 2 : La Résolution de problèmes comportant des taux</b>                | <b>p. 11</b> |
| <b>Leçon 3 : Les Dessins à l'échelle</b>                                       | <b>p. 15</b> |
| <b>Leçon 4 : Les Facteurs d'échelle et aires des figures à deux dimensions</b> | <b>p. 19</b> |
| <b>Leçon 5 : Les Objets semblables : maquettes et dessins à l'échelle</b>      | <b>p. 23</b> |
| <b>Leçon 6 : Les Facteurs d'échelle et objets à trois dimensions</b>           | <b>p. 25</b> |

# Revue : Les unités de mesure

## A) Les unités de conversions

En 10<sup>e</sup> année vous avez vu deux différents systèmes de mesures. On va voir ces différentes unités de mesure au courant du chapitre alors il est important de les connaître.

1. Le système international (SI) est le système qu'on utilise au Canada. C'est un système de mesure fondé sur les multiples de 10.

mm : \_\_\_\_\_

cm : \_\_\_\_\_

dm : \_\_\_\_\_

m : 1 m

dam : \_\_\_\_\_

hm : \_\_\_\_\_

km : \_\_\_\_\_

2. Le système impérial n'est pas un système décimal étant donné que les unités impériales ont été créées à différents moments pour répondre à différents besoins.

### Conversions

#### Impérial

1 pi = 12 po  
1 vg = 3 pi  
1 mi = 1760 vg  
1 mi = 5280 pi

#### SI à Impérial

1 mm = 0,03937 po  
1 cm = 0,3937 pi  
1 m = 1,0936 vg  
1 km = 0,6214 mi

#### Impérial à SI

1 po = 2,54 cm  
1 pi = 0,3048 m  
1 vg = 0,9144 m  
1 mi = 1,6093 km

## B) Les Calculs

1. Convertis :

a) 2 mi en pieds

b) 56 vg en pouces

c) 4,5 milles en verges

2. Convertis :

a) 574 po en verges, pieds et pouces

b) 7390 pi en milles, verges et pieds

3. Convertis chaque mesure. Arrondis ta réponse au dixième près.

a) 16 po en cm

b) 5000 vg en km

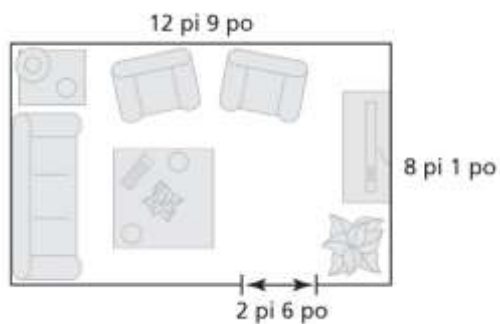
c) 10 m en verges

d) 150 km en pi

e) 1 pi 10 po en cm

f) 10 vg 1 pi 7 po en m

4. On veut coller une bordure de papier peint à mi-chemin de la hauteur du mur d'un salon. a) Quelle est la longueur de bordure nécessaire?



a) Quelle est la longueur de bordure nécessaire?

b) Les bordures de papier peint se vendent en rouleaux de 12 pi. Combien de rouleaux faut-il pour le salon?

c) Chaque rouleau coûte 12,49 \$. Combien coûtera la bordure de papier peint, sans les taxes?

**C) Les Conversions d'une dimension.**

**Exemple 1 :**

Une salle de classe a une longueur de 48 pi et une largeur de 36 pi.

- a) Détermine combien de po elle mesure.      b) Détermine combien de verges elle mesure.

Alors :

**D) Les Conversions de 2 dimensions.**

**Exemple 2 :**

Une salle de classe a une aire de 1728 pi<sup>2</sup>.

- a) Détermine l'aire en po.      b) Détermine l'aire en verges.

Alors :

### E) Les Conversions de 3 dimensions.

#### Exemple 3 :

Une salle de classe occupe une espace de  $20736\text{pi}^3$ .

a) Détermine l'espace en po.

b) Détermine l'espace en verges.

Alors :

## Leçon 1 : La Comparaison et interprétation de taux

**Le Taux :** C'est la comparaison de deux quantités qui sont mesurées en unités différentes; par exemple, taper 240 mots en min correspond à un taux unitaire de 30 mots/min ou conduire 120 km en 2 heures correspond à conduire à un taux (vitesse) de 60 km/h.

**Taux unitaire :** Taux dont le deuxième terme a une valeur numérique de 1; par exemple, taper 240 mots en 8 min correspond à un taux unitaire de 30 mots/min.

On peut représenter des taux de différentes façons :

**la barre oblique ( / ) :** 25 \$ / personne

« par » : « 25 \$ par personne ».

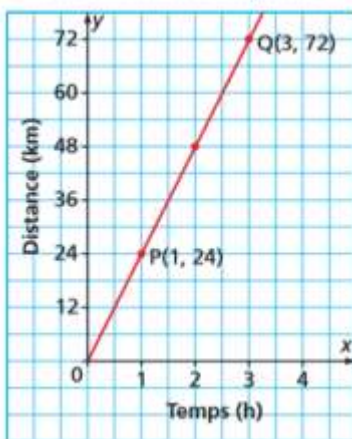
**Les deux points ( : ) :** 1 cm : 100 km

**Avec des mots :** Courir 3,7 km pour chaque 22 km de velo

**Le taux équivaut à la pente d'un graphique linéaire.**

Déterminer la pente d'un graphique selon  $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ ,  
 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  et  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

Une randonnée à bicyclette



Ex : Samuel fait une randonnée à bicyclette. Il a fait 48 km dans 2 heures. Détermine la vitesse qu'il a fait. (Le taux).

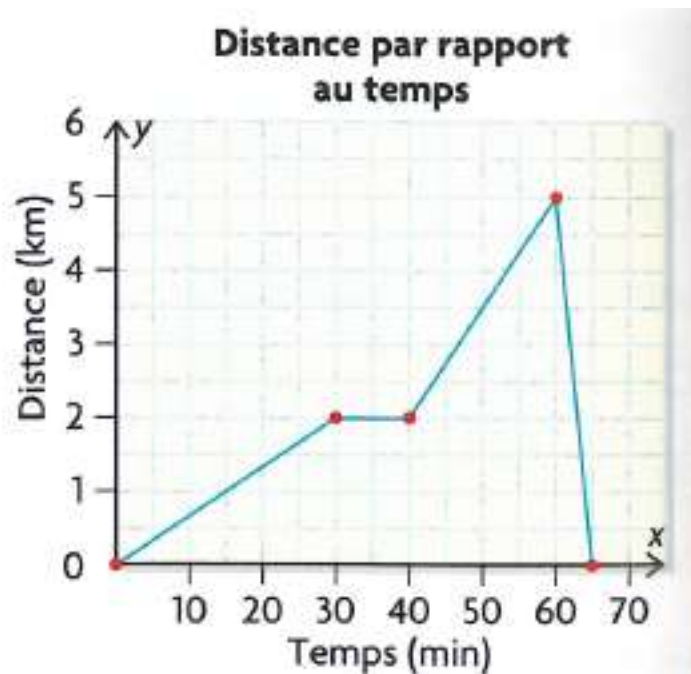
Ex : Les très grands sprinters peuvent parcourir 100 m en 9,8 s environ. S'ils pouvaient courir à ce taux pendant plus longtemps, estime jusqu'où ils pourraient courir en 1 minute, en 1 heure et en 1 jour.

### Exemple 1:

Natasha veut acheter une dinde. Une dinde de 12 kg coûtera 42,89 \$ chez son boucher. Dans le dépliant hebdomadaire de supermarché local, on offre les dindes à 1,49 \$ la livre. Il y a environ 2,2 livres dans 1 kilogramme. Dans quel établissement le prix est-il le plus bas?

### Exemple 2:

Détermine les taux pour chaque segment. Décris un scénario qui pourrait être représenté par ce graphique.





### Exemple 3:

Le rendement du combustible est souvent un facteur important lors de l'achat d'une automobile. L'auto de Mario a un réservoir de 55 L. Selon le manuel du propriétaire, sa consommation est de 7,6 L/100 km sur l'autoroute. Avant de faire son premier grand trajet sur l'autoroute, Mario a réglé le totalisateur partiel à 0 km pour pouvoir suivre la distance totale de son voyage. Le réservoir de l'auto était plein. Chaque fois qu'il s'est arrêté pour refaire le plein, Mario a noté la distance qu'il avait parcourue et la quantité d'essence achetée.

| Plein d'essence | Distance totale parcourue (km) | Quantité d'essence achetée (L) |
|-----------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1               | 645                            | 48,0                           |
| 2               | 1 037                          | 32,1                           |

Durant quelle étape du voyage de Mario le rendement du combustible de son auto a-t-il été le meilleur? (essence consommée/distance parcourue)



## Leçon 2 : La Résolution de problèmes comportant des taux

Analyser et résoudre les problèmes comportant des taux.

### Exemple 1 :

Une automobile roule à 80 km/h. Quels autres taux, exprimés à l'aide d'unités différentes, permettraient de décrire la vitesse de l'auto ? Quels avantages l'utilisation de ces autres taux pourrait-elle apporter ?

#### Kilomètres par minute :

$$\left(\frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}}\right)\left(\frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}\right) = 1,333\dots \text{ km/min}$$

Une vitesse de 80 km/h représente environ 1,3 km/min.

#### Mètres par seconde :

$$\left(\frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}}\right)\left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right)\left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) = 22,222\dots \text{ m/s}$$

Une vitesse de 80 km/h représente environ 22 m/s.

#### Pieds par minute :

$$\left(\frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}}\right)\left(\frac{1 \text{ mi}}{1,6093 \text{ km}}\right)\left(\frac{5280 \text{ pi}}{1 \text{ mi}}\right) = 4374,66 \dots \text{ pi/h}$$

### Milles à l'heure :

$$\left(\frac{80\text{km}}{1\text{h}}\right) \left(\frac{1\text{mi}}{1,6093\text{km}}\right) = 49,69\text{mi/h}$$

### Exemple 2 :

Félix vit dans une ville canadienne située à proximité de la frontière américaine. Le réservoir d'essence de son camion contient environ 90 L. Il peut soit acheter de l'essence en ville à 1,06\$/L, soit traverser la frontière pour faire le plein à 2,67 \$ US/gal.

Quel choix est le plus logique économiquement ? (**La conversion de gallon et litre est 1 gal = 3,79 L et la conversion de CA \$ et US \$ est 1,30 \$ CA = 1,00 \$ US**)

### Exemple 3 :

On a demandé à Paula de commander des amuse-gueules pour 180 personnes chez un traiteur. Pour le dessert, elle commande des carrés au chocolat, qui sont offerts en boîtes de 24 carrés. Elle estime qu'il lui faudra 2,5 carrés/personne. Combien devrait-elle acheter de boîtes ? (**19 boîtes**)

**Exemple 4 :**

Amélia marche vite, à 6 km/h. Quand elle marche pendant 2h à ce taux, elle brûle 454 calories. Bernard marche à un taux plus lent, à 4 km/h, et il brûle 62 cal en 30 min. Si Amélia marche pendant 3 h, combien de temps de plus Bernard devra-t-il marcher pour brûler la même quantité de calories qu'Amélia ?



### Leçon 3 : Les Dessins à l'échelle

Un objet peut être trop \_\_\_\_\_ pour être représenté entièrement sur une feuille, alors qu'un autre peut être trop \_\_\_\_\_ et sa représentation exacte ne nous permettrait pas d'en voir les détails. Ainsi, il est parfois nécessaire de réduire ou d'agrandir l'image d'un objet afin de bien le voir ou de pouvoir le représenter sur papier. On dit alors que l'on réalise un «dessin à l'échelle».

<https://www.youtube.com/watch?v=rKZPNieMhg4>

Résultat 1 : \_\_\_\_\_

Résultat 2 : \_\_\_\_\_

Résultat 3 : \_\_\_\_\_

Résultat 4 : \_\_\_\_\_

**Facteur d'échelle :** Nombre formé à partir du rapport entre l'image et le réel de deux mesures correspondantes. Ce rapport peut s'écrire sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage.

**Dessin à l'échelle :** Dessin dont les mesures sont réduites ou agrandies proportionnellement aux mesures réelles. Un dessin à l'échelle est semblable à l'original.

**Échelle :** Rapport d'une mesure sur un dessin à la distance correspondant mesurée sur la figure ou l'objet représenté. Par convention, on écrit ce rapport comme..... image : réel.

Il existe trois façons de représenter un objet à l'échelle.

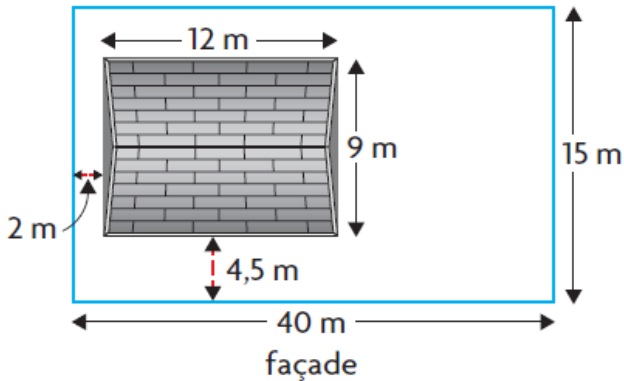
- Pour représenter un objet tout en respectant ses dimensions réelles, on a recours à l'échelle vraie grandeur.
- Pour représenter un objet en réduisant ses dimensions, on se sert de l'échelle de réduction.
- Pour représenter un objet en agrandissant ses dimensions, on utilise l'échelle d'agrandissement.

| Échelle                  | Exemple                                                                                                                                    | Notation |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Échelle de réduction     | Les mesures d'un trombone sont 2 fois plus petites sur le dessin qu'en réalité. Le facteur de réduction, placé à droite, est donc «2».     | 1:2      |
| Échelle vraie grandeur   | Les mesures d'un trombone sont les mêmes sur le dessin qu'en réalité.                                                                      | 1:1      |
| Échelle d'agrandissement | Les mesures d'un trombone sont 2 fois plus grandes sur le dessin qu'en réalité. Le facteur d'agrandissement, placé à gauche, est donc «2». | 2:1      |

## A) Réduction des dimensions

### Exemple 1 :

Un entrepreneur a l'intention de construire une maison sur un terrain rectangulaire comme sur le plan ci-contre. Détermine les mesures d'un dessin à l'échelle du terrain et de la maison selon une échelle de 1 m : 500 m.



Ex : longueur du terrain = 40m

$$40 \times \frac{1}{500} = 0,08 \text{ m}$$

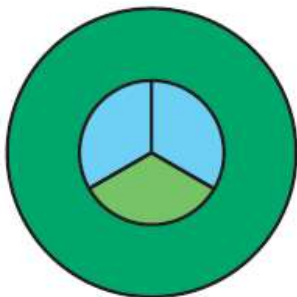
### Exemple 2 :

Jonas a décidé de faire un dessin à l'échelle du terrain et de la maison selon un facteur d'échelle de  $\frac{1}{100} = 0,01$ . Explique comment ce dessin différencierait.

## B) Agrandissement des dimensions

### Exemple 3 :

- a) Jessica a dessiné le logo ci-contre pour un club de protection de l'environnement. Elle veut agrandir le logo de manière qu'il puisse être appliqué sur le devant d'une casquette de baseball. Le fabricant de casquettes a proposé un facteur d'échelle de  $\frac{5}{3}$ . Fais un dessin à l'échelle du logo tel qu'il apparaîtra sur la casquette de baseball.



Diamètre du cercle extérieur = 3 cm

Diamètre du cercle intérieur = 1,5 cm

Longueur de chaque segment de droite = 0,75 cm

Mesure de tous les secteurs angulaires =  $120^\circ$

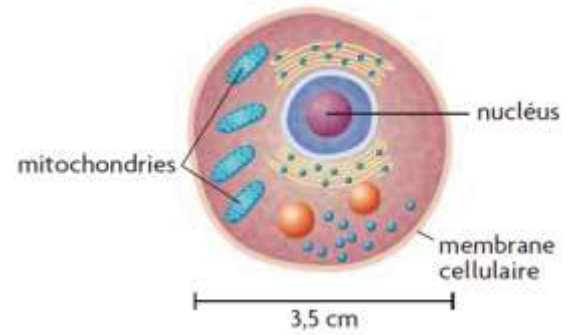
- b) Si on voulait reproduire ce logo à 400%, comment le logo passerait-il?



### C) Détermine le facteur d'échelle

#### Exemple 4 :

Le diamètre de la cellule animale représentée par ce dessin à l'échelle mesure en réalité 0,25 mm. Quel facteur d'échelle a été employé pour faire ce dessin à l'échelle ?



## En résumé

### Idées principales

- On peut se servir de dessins à l'échelle pour représenter des figures à deux dimensions. Pour ces dessins, il faut choisir la bonne échelle à employer. Il faut tenir compte des dimensions de la figure originale et de la taille du dessin à faire.
- Le facteur d'échelle représente le rapport d'une distance mesurée sur une figure à la distance correspondante mesurée sur une figure semblable, où les deux mesures ont été exprimées à l'aide des mêmes unités.

### Ce qu'il faut savoir

- Tu peux multiplier une dimension linéaire d'une figure par le facteur d'échelle pour calculer la dimension correspondante d'une figure semblable.
- Quand tu détermènes le facteur d'échelle ( $k$ ) utilisé pour un dessin à l'échelle, la mesure de la figure originale devient le dénominateur :
$$k = \frac{\text{mesure correspondante de la figure semblable}}{\text{mesure de la figure originale}}$$
- Quand un facteur d'échelle est entre 0 et 1, la nouvelle figure constitue une *réduction* de la figure originale.
- Quand un facteur d'échelle est supérieur à 1, la nouvelle figure constitue un *agrandissement* de la figure originale.

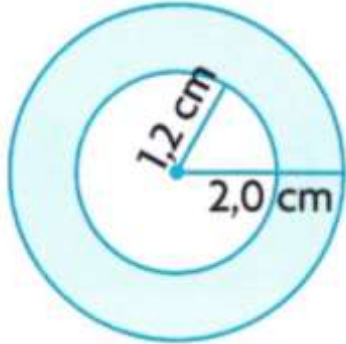
Ex :

## Leçon 4 : Les Facteurs d'échelle et aires des figures à deux dimensions

### A) Explorons les dimensions et ce qui arrive avec les changements d'unité, longueurs et aires

#### Exemple 1 :

- a) Détermine l'aire de la région ombrée. (Aire d'un cercle =  $\pi r^2$ )



- b) Si on double la longueur des deux rayons, l'aire double-t-elle aussi ? Justifie votre réponse.

- c) Détermine l'aire de la région ombrée du dessin original en pouce.

### Exemple 2 :

Jasmine fabrique un cerf-volant d'après un dessin à l'échelle dont l'échelle est 2 : 25 pour chaque dimension. L'aire du dessin à l'échelle est de  $20 \text{ cm}^2$ . De quelle quantité de tissu aura-t-elle besoin pour son cerf-volant ?

**N'oubliez pas :**

| Échelle                  | Exemple                                                                                                                                    | Notation |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Échelle de réduction     | Les mesures d'un trombone sont 2 fois plus petites sur le dessin qu'en réalité. Le facteur de réduction, placé à droite, est donc «2».     | 1:2      |
| Échelle vraie grandeur   | Les mesures d'un trombone sont les mêmes sur le dessin qu'en réalité.                                                                      | 1:1      |
| Échelle d'agrandissement | Les mesures d'un trombone sont 2 fois plus grandes sur le dessin qu'en réalité. Le facteur d'agrandissement, placé à gauche, est donc «2». | 2:1      |

### Exemple 3 :

Mme. Layton a une photo de 10 po x 16 p, elle veut réduire la photo par un facteur de 2.

a) Détermine les dimensions de la photo réduit.

b) Détermine l'aire de la photo réelle.

c) Détermine l'aire de la photo réduite.

## B) Détermine le facteur d'échelle

### Exemple 4 :

L'écran du portable de Louis mesure 9 po sur 12 po. L'image de son portable est projetée sur un tableau blanc. D'après les données techniques, l'aire du tableau blanc mesure 2 836,6875 po<sup>2</sup>.

- a) L'image sur le tableau blanc est semblable à l'image du portable. Détermine le facteur d'échelle employé pour projeter les images provenant du portable sur le tableau blanc.



- b) Détermine les dimensions du tableau blanc.

### Ce qu'il faut savoir

Une dimension :

$$k = \frac{\text{mesure correspondante de la figure semblable}}{\text{mesure de la figure originale}}$$

Si deux figures à deux dimensions sont semblables et si leurs dimensions sont proportionnelles selon un facteur d'échelle  $k$ , alors la relation entre l'aire de la figure semblable et l'aire de la figure originale peut s'exprimer sous la forme :

Aire de la figure semblable à deux dimensions =  $k^2$  x aire de la figure originale

Si on connaît l'aire d'une figure et celle d'une figure semblable à deux dimensions, on peut alors déterminer le facteur d'échelle  $k$  en se servant de la formule :

$$k^2 = \frac{\text{aire de la figure semblable à deux dimensions}}{\text{aire de la figure originale}}$$



## Leçon 5 : Les Objets semblables : maquettes et dessins à l'échelle

**Objets semblables :** Deux ou plus de deux objets à trois dimensions qui ont des dimensions proportionnelles.

### A) Détermine si deux objets sont semblables.

#### Exemple 1 :

Sandra est chef. Dans son restaurant, elle utilise des poêles à frire de plusieurs dimensions.

- a) Ses poêles sont-elles semblables ?

Le diamètre du fond de la grande poêle est 30 cm et celui de la petite poêle est 20 cm. La profondeur de la grande poêle est 6 cm et celle de la petite poêle est 4 cm.

La longueur de la poignée de la grande poêle est 24 cm et celle de la petite poêle est 16 cm.



- b) Si le diamètre du haut de la grande poêle est de 33 cm, détermine le diamètre du haut de la petite poêle.

#### Exemple 2 :

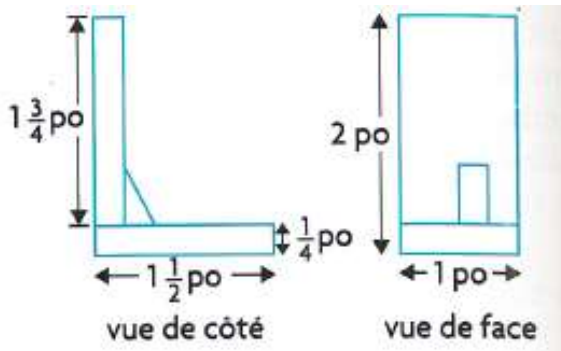


Esméralda a acheté ce tracteur miniature pour le donner à son petit frère en cadeau d'anniversaire. Les dimensions du jouet sont données dans le schéma ci-contre. L'échelle indiquée sur l'emballage est 1 : 16. Elle sait que son frère voudra connaître la taille du vrai tracteur. Comment peut-elle calculer les dimensions du vrai tracteur ? Déterminer ses dimensions.

### Exemple 3 :

Nadia a trouvé des plans d'appuie-livres dans un magazine de bricolage. Les plans sont accompagnés d'un dessin à l'échelle dont l'échelle est 1 : 5.

Détermine les dimensions (longueur, largeur, épaisseur de la base et hauteur) du vrai appuie-livre.



### Ce qu'il faut savoir

- Tu peux multiplier une mesure linéaire d'un objet par le facteur d'échelle pour calculer la mesure correspondant de l'objet semblable. Tu peux déterminer le facteur d'échelle  $k$ , employé pour fabriquer une maquette d'un objet, en utilisant l'une ou l'autre des mesures linéaires correspondantes de l'objet et de la maquette :

$$k = \frac{\text{mesure linéaire de la maquette}}{\text{mesure linéaire correspondante de l'objet}}$$

- Quand un facteur d'échelle est entre 0 et 1, le nouvel objet est une réduction de l'objet original.
- Quand un facteur d'échelle est supérieur à 1, le nouvel objet est un agrandissement de l'objet original.



## Leçon 6 : Les Facteurs d'échelle et objets à trois dimensions (Volume et aire totale)

### A) L'Aire totale

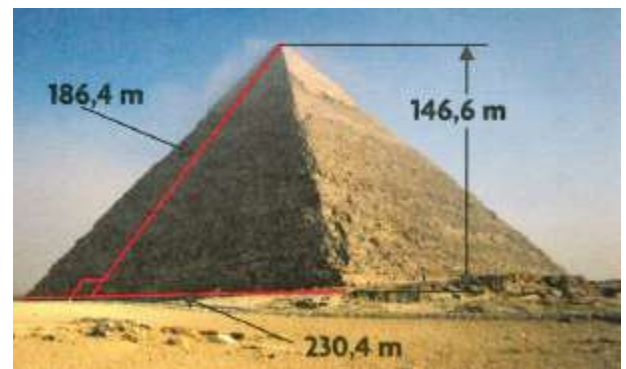
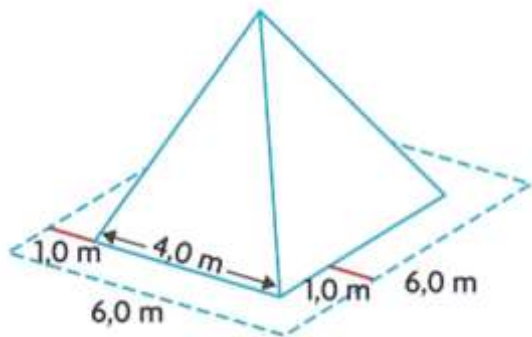
#### Exemple 1 :

Les dimensions de la grande pyramide égyptienne de Gizeh sont indiquées ci-contre. C'est une pyramide à base carrée. Un artiste travaillant le verre veut fabriquer une réplique de la pyramide pour une installation destinée à une galerie d'art. L'artiste doit se plier à des contraintes d'espace :

- le plancher mesure 6,0 m sur 6,0 m, et
- la pièce mesure 3,5 m de hauteur.

De même, pour pouvoir faire le tour de la sculpture de verre, il doit rester 1,0 m tout autour de sa base.

a) Quel facteur d'échelle l'artiste pourrait-il utiliser pour fabriquer la sculpture ?



b) Quelle quantité de verre sera nécessaire pour fabriquer la sculpture ? (Aire d'un triangle =  $\frac{bh}{2}$ )

## B) Le Volume totale

### Exemple 2 :

Dans la photo ci-contre, le petit réservoir a une capacité de  $1\,400\text{ m}^3$  et le gros réservoir, une capacité de  $4\,725\text{ m}^3$ .



a) Au cours du raffinage, les deux réservoirs sont remplis de pétrole à partir d'un même poste de pompage selon le même taux. Combien de temps de plus le remplissage du gros réservoir prendra-t-il comparativement au remplissage du petit ?

b) Combien de fois le rayon du gros réservoir est-il plus grand que celui du petit réservoir ?