Mathématique Appliquée et Pré-Calcul 20S

Note : Mesure

Nom : ____________________

Table des matières

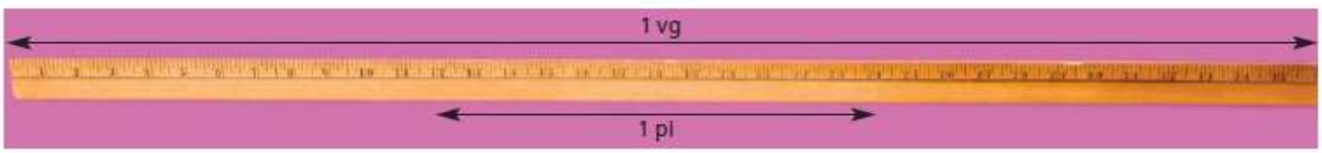
Leçon 1 : Les Mesures impériales

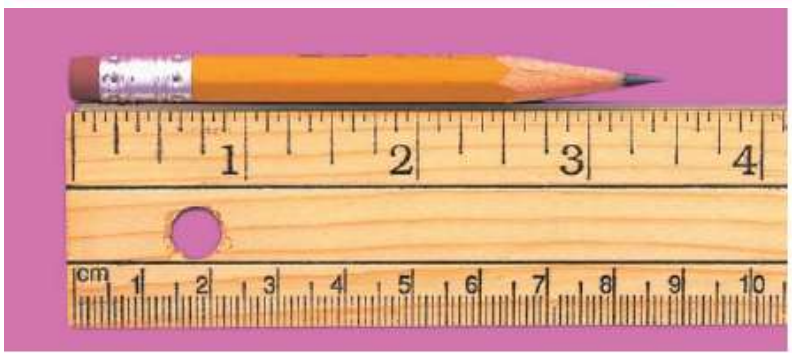
Les systèmes uniformes de mesures nous permettent de décrire des quantités. Dans le monde contemporain, on utilise plutôt deux systèmes :

Le système _________________________________ : Système qui inclus **les pouces, les pieds, les verges et les milles**. Créé par la Grande Bretagne en 1824, ce système est utilisé en partie au Canada, et complètement aux États-Unis.

Le système _________________________________ (SI) : Adopté dans les années 1960 par la plupart des pays au monde, y compris le Canada. Les mesures comprennent **une unité de base et un préfix**.

En 1976, le Canada a adopté le SI pour les mesures linéaires. Toutefois, l'industrie de la construction et les usines utilisent encore les unités impériales. Beaucoup de Canadiens expriment leur taille en unités impériales.





Sur beaucoup de règles le pouce est divisé en huitièmes, en dixièmes ou en seizièmes. $3\frac{7}{16}po$

Sur beaucoup de mètre ruban le pouce est divisé en seizièmes. $\frac{1}{16}po$

Quand tu mesures un objet, tu dois d'abord déterminer la plus petite unité indiquée.

Unité impériale	Abréviation	Relation entre les unités
Pouce	po	
Pied	pi	**1 pi = 12 po**
Verge	vg	**1 vg = 3 pi ; 1 vg = 36 po**
Mille	**mi**	**1 mi = 1760 vg ; 1 mi = 5280 pi**

Exemple 1 : Convertis les unités impériales.

a) Convertis 5 vg :

i) en pieds

ii) en pouces

b) Convertis 51 po :

i) En pieds et pouces

ii) en verges, pieds et pouces

Exemple 2 :

Anne encadre une photo. Le périmètre de la photo encadré sera de 136 po.

a) Quel sera le périmètre de la photo encadrée en pieds et pouce ?

b) Le matériel d'encadrement se vend au pied. Il coûte 1,89 $ le pied. Combien coûtera le matériel d'encadrement requis, sans les taxes ?

Exemple 3 :

Le conseil d'école veut découper 6 vg de tissu en bandes de 5 po de largeur. Ces banderoles serviront à décorer la salle pour une soirée de danse à l'école.

Combien de banderoles peut-on fabriquer ?

Exemple 4 :

Une carte est dessinée selon l'échelle 1 : 4 750 000.

Sur la carte, la distance entre Winnipeg et Thompson est de $3\frac{11}{16}$ po. Quelle est la distance réelle, au mille près?

Leçon 2 : Conversion entre les unités impériales et métriques

Métrique	**Impériale et métrique**
1 cm = 10mm	1 po = 2,54 cm
1 m = 100cm ou 1m = 1000mm	1 pi = 0,304 m ou 30,48cm
1 km = 1000m	1 vg = 0,9144 m ou 91,44cm
Impérial	1 mi = 1609,3m ou 1,6093km
1 pi = 12 po	1 cm = 0.3437 po
1 vg = 3 pi	1 m = 3,28 pi ou 39,37 po
1 mi = 1760 vg ou 1 mi = 5280 pi	1 km = 0,621 mi

Exemple 1 : Convertir des mètres

a) Convertis 11 m en :
i) pieds
ii) pouces

b) Convertis 158 pi en
i) cm
ii) mètres

Exemple 2 :
Une allée de quilles mesure environ 19 m de longueur. Quelle est cette mesure, au pied près ?

Exemple 3 :
Simon et Milan se sont rencontrés à Emerson, au Manitoba. Ensuite, Simon a parcouru 62 mi vers le sud et Milan a parcouru 98 km vers le nord. Qui a parcouru la plus grande distance?

Exemple 4 :

Tinsley mesure 5 pi 8 po. Elle doit convertir sa taille en centimètres pour sa demande de permis de conduire. Quelle est la taille de Tinsley, au centimètre près ?

Exemple 5 :

Une camionneuse sait que sa semi-remorque a une hauteur de 3,5 m. Les piliers d'un pont mesurent 11 pi 9 po de hauteur. Est-ce que la semi-remorque peut passer sous le pont ? Justifie ta réponse

Leçon 3 : Mesurer la longueur et la distance

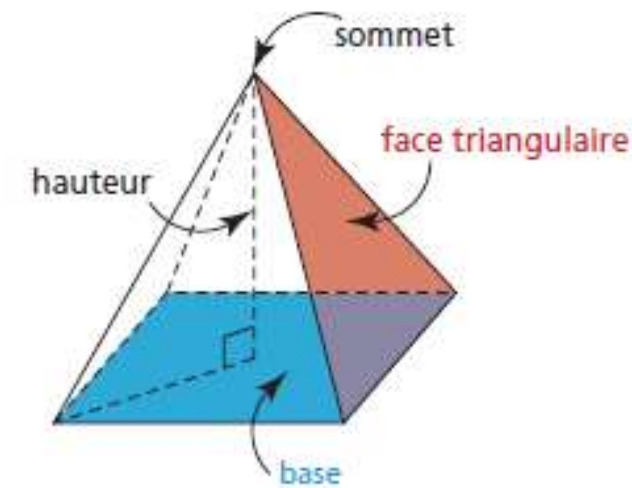
Leçon 4 : L’aire totale des pyramides et des cônes

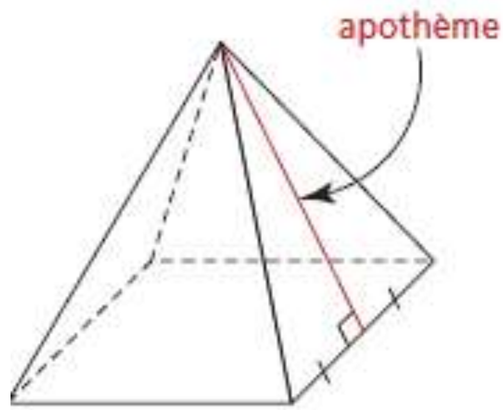
A) Les Pyramides

Une pyramide droite est un objet à 3 **dimensions** qui a des faces **triangulaires** et dont la base est un polygone (carré, rectangle, triangle, pentagone, etc). La **forme** de la base détermine le nom de la pyramide. Les faces triangulaires se rencontrent en un point nommé **sommet**. La **hauteur** de la pyramide est la distance perpendiculaire entre son sommet le centre de sa base. **L’apothème** est la hauteur d’une des faces triangulaires.

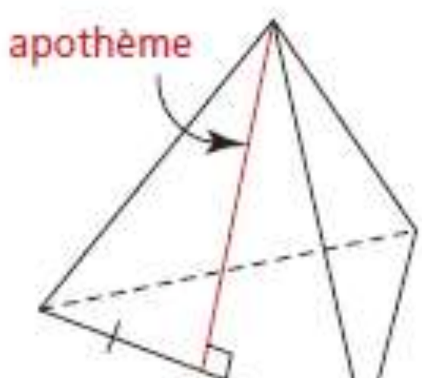
Pour trouver la superficie (l’aire) d’une pyramide, il faut trouver l’aire de tous les composants (côtés).

L’aire sans la base est appelée **l’aire latérale.**
L’aire avec la base et les cotés est appelée **l’aire totale**.

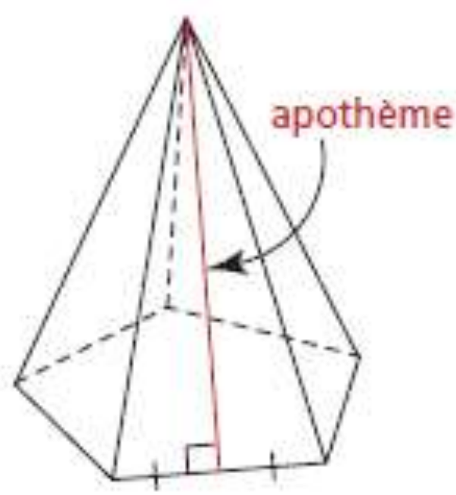




pyramide droite
à base carrée



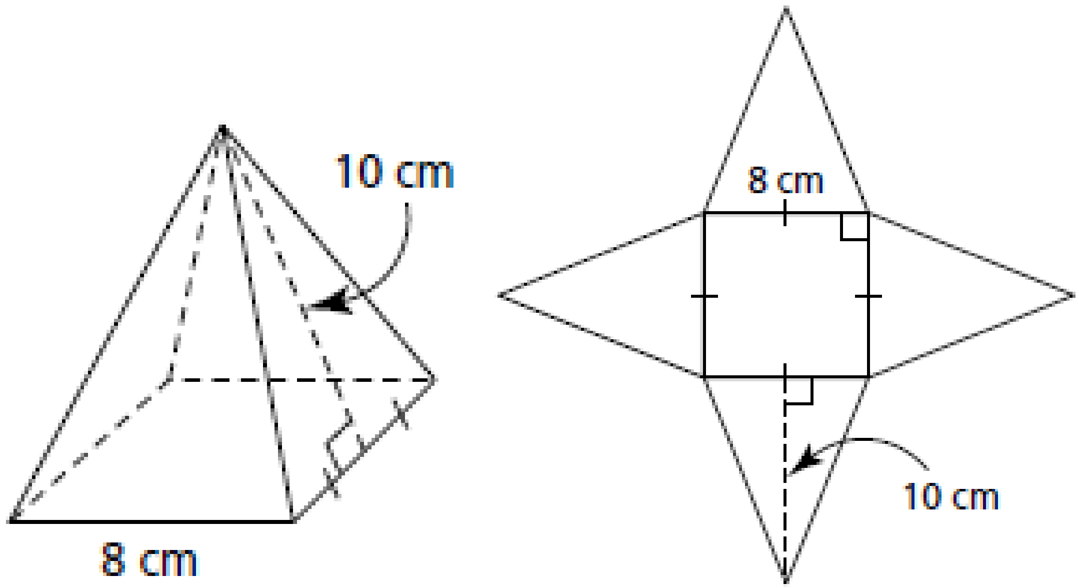
tétraèdre
régulier



pyramide droite
à base pentagonale

Un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire. Un tétraèdre régulier a 4 faces triangulaires équilatréales congruentes.

Exemple :
Détermine l'aire totale du pyramide à base carré.



Le développement montre les faces et la base de la pyramide.

L'aire A de chaque triangle est :

$$A = \frac{1}{2}(8)(10)$$
$$A = 40$$

L'aire B de la base est :

$$B = (8)(8)$$
$$B = 64$$

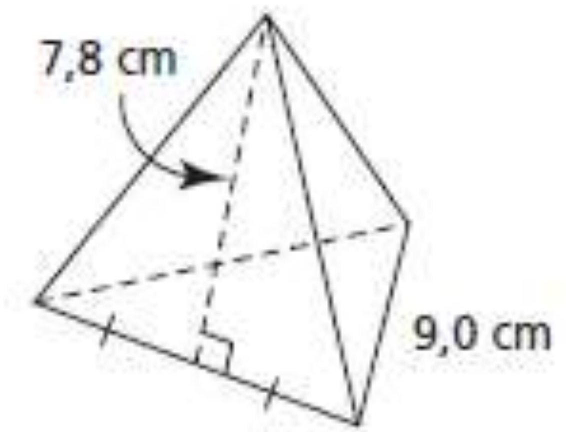
L'aire totale A_t de la pyramide est donc :

$$A_t = 4A + B$$
$$A_t = 4(40) + 64$$
$$A_t = 224$$

L'aire totale de la pyramide est de 224 cm².

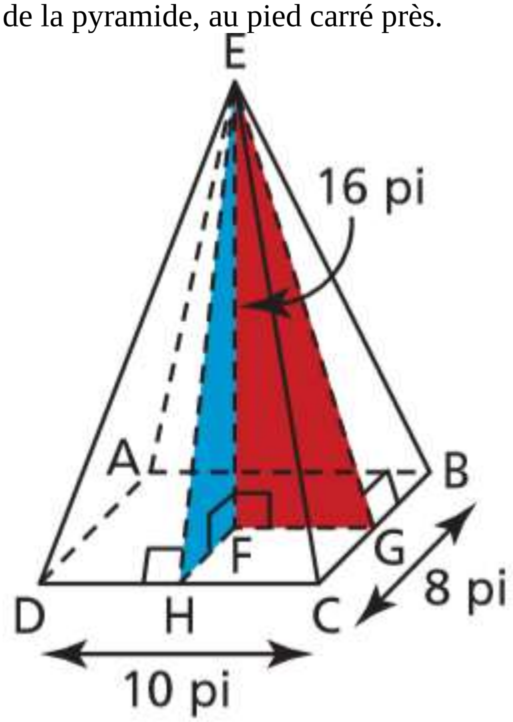
Exemple 1 :

Jeanne-Marie a mesuré et noté la longueur des arêtes et de l'apothème de ce **tétraèdre régulier**. Quelle est l'aire totale du tétraèdre, au centimètre carré près?

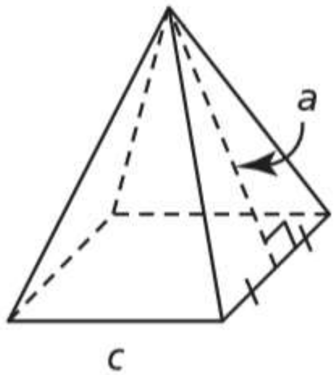


Exemple 2 :

Une pyramide droite a base rectangulaire de 8 pi sur 10 pi et une hauteur de 16 pi. Calcule l'aire totale de la pyramide, au pied carré près.



On peut établir une formule pour l'aire totale de toute pyramide droite dont la base est un polygone régulier. Soit la pyramide droite à base carrée suivante. Chaque face triangulaire a une base c et un apothème a.



L'aire A de chaque face triangulaire est:

$$A = \frac{1}{2}\,(\text{base})(\text{hauteur})$$

$$A = \frac{1}{2}\,ca$$

L'aire des 4 faces triangulaires est donc:

$$4\left(\frac{1}{2}\,ca\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)ca$$

$$= \left(\frac{1}{2}\,a\right)(4c)$$

N'oubliez pas l'aire des faces triangulaires d'une pyramide s'appelle l'aire latérale, notée A_l.

$$A_l = \left(\frac{1}{2}\,a\right)(4c)$$

Le terme 4c représente le périmètre de la base de la pyramide alors :

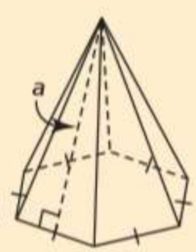
$$\text{aire totale de la pyramide} = (\tfrac{1}{2}\,\text{apothème})(\text{périmètre de la base}) + \text{aire de la base.}$$

Cette formule fonctionne pour toute pyramide droite dont la base est un polygone régulier (côtés de même mesure) puisque ses faces triangulaires sont congruentes.

L'aire totale d'une pyramide droite dont la base est un polygone régulier

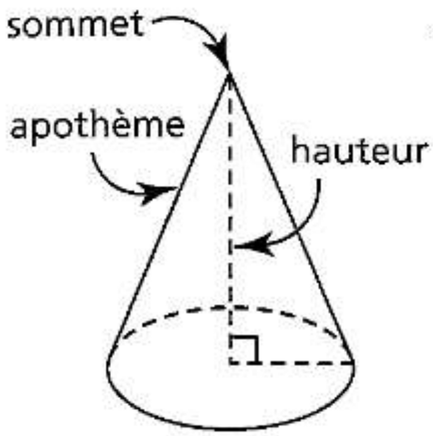
Dans le cas d'une pyramide droite dont la base est un polygone régulier et dont l'apothème est a:

$$\text{Aire totale} = \frac{1}{2}a(\text{périmètre de la base}) + (\text{aire de la base})$$

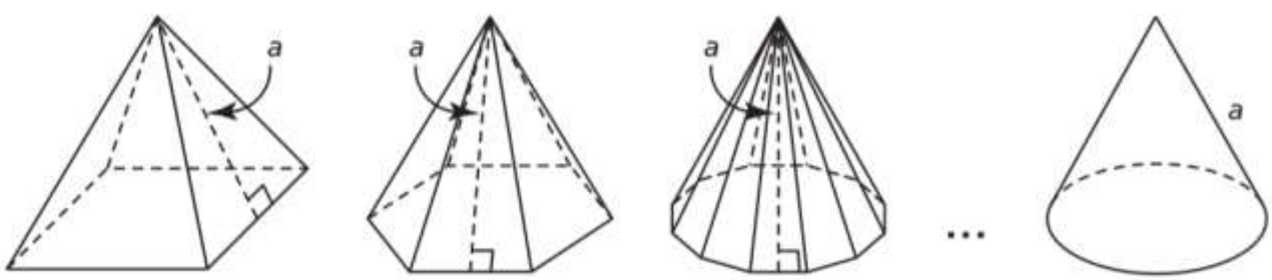


B) Les Cônes

Un cône droit à **base circulaire** est un objet à 3 dimensions qui a une base circulaire et une surface **courbe**. La **hauteur** du cône est la distance perpendiculaire entre son sommet et sa base. **L'apothème** du cône est la distance la plus courte, le long de sa surface courbe, entre son sommet et un point de la circonférence de sa base.



On peut dériver une formule pour l'aire totale d'un cône droit à partir de l'aire totale d'une pyramide droite dont la base est un polygone régulier. Visualise la pyramide au fur et à mesure que le nombre de côtés de la base augmente.

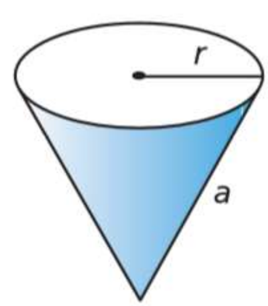


$$\text{Aire latérale} = \frac{1}{2}a(\text{périmètre de la base})$$

$$\text{Aire latérale} = \frac{1}{2}a(\text{circonférence de la base})$$

$$A_l = \frac{1}{2}a(2\pi r)$$

$$A_l = \pi r a$$

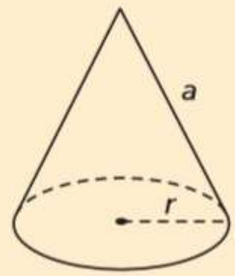


L’aire totale d’un cône droit

Aire totale = aire latérale + aire de la base

Pour un cône droit dont l’apothème est a et dont le rayon de la base est r:

$A_t = \pi ra + \pi r^2$



Exemple 3 :

Un cône droit a une base de 2 pi de rayon et une hauteur de 7 pi. Détermine l’aire totale de ce cône, au pied carré près.

C) Détermine une mesure inconnue

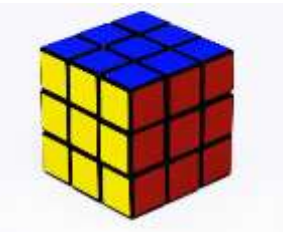
Exemple 4 :

L’aire latérale d’un cône est de 220 cm2.Le diamètre du cône mesure 10 cm.Détermine la hauteur du cône, au dixième de centimètre près.

Leçon 5 : Le Volume des pyramides et de cônes

A) Volume des pyramides

Le volume est l'espace qu'occupe un objet. Il est exprimé en unités cubiques.



La capacité est la quantité de matière qu'un contenant peut contenir. Elle est exprimée en unités cubiques ou en unités de capacité.

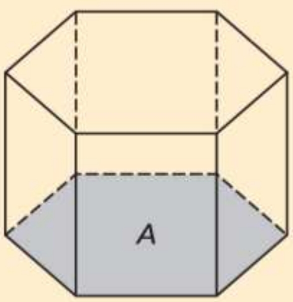
Le volume d'un prisme droit est égal à 3 fois celui d'une pyramide droite de même base et de même hauteur.

Alors, le volume d'une pyramide droite est égal à $\frac{1}{3}$ du volume du prisme droit de même base et de même hauteur.

Le volume d'un prisme droit et d'une pyramide droite

Le volume d'un prisme droit est :
Volume = (aire de la base)(hauteur)

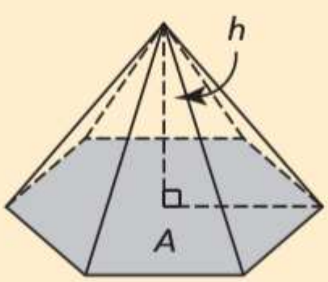
$V = Ah$



Le volume d'une pyramide droite de même base et de même hauteur est :

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\,(\text{aire de la base})(\text{hauteur})$$

$$V = \frac{1}{3}Ah$$



Exemple 1:

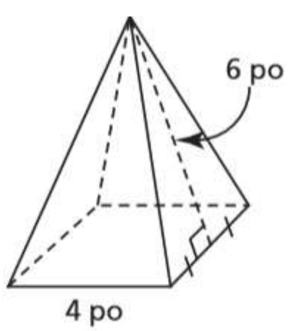
a) Détermine le volume d'un **prisme** avec un longueur et largeur égale à 4 po et une hauteur égale à 6 po.

b) Détermine le volume d'une **pyramide** avec une base carrée avec un longueur de 4 po et une hauteur de 6 po.

c) Détermine le volume d'une pyramide droite dont la base rectangulaire mesure 3,6 m sur 4,7 m et dont la hauteur est de 6,9 m. Indique ta réponse au dixième de mètre cube près.

Exemple 2 :

Calcule le volume de cette pyramide droite à base carrée, au pouce cube près.

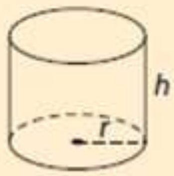


B) Volume des cylindres et des cônes

Le volume d'un cylindre droit et d'un cône droit

Le volume d'un cylindre droit dont la base a un rayon r et dont la hauteur est h est :

$$V = \pi r^2 h$$

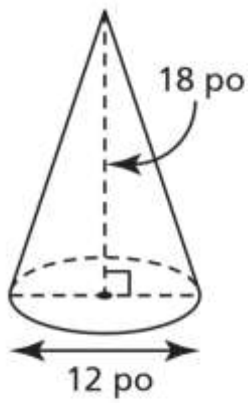


Le volume d'un cône droit dont la base a un rayon r et dont la hauteur est h est :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Exemple 3 :

Détermine le volume de ce cône, au pouce cube près.

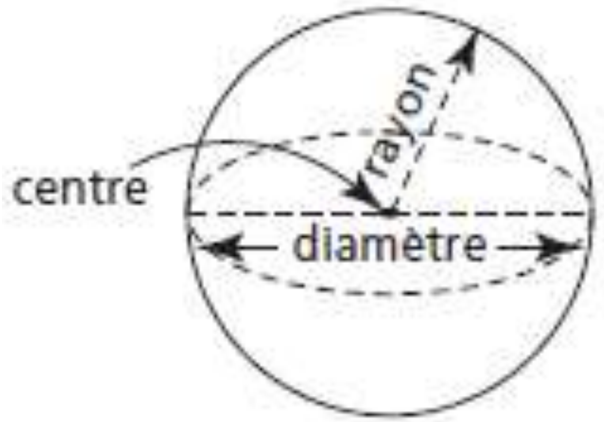


C) Détermine une mesure inconnue

Exemple 4 :

Un cône a une hauteur de 4 vg et un volume de 205 verges cubes. Détermine le rayon de la base du cône, à la verge près

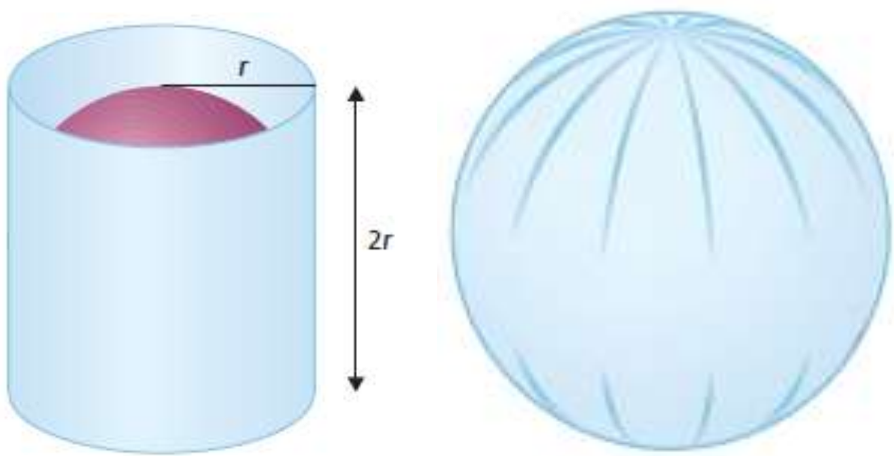
Leçon 6 : L'aire totale et le volume d'un sphère et hémisphère



A) Volume des sphères

Une sphère est un ensemble de points dans l'espace qui sont à une même distance d'un point fixe nommé centre. Un segment de droite qui relie le centre à un point quelconque de la sphère est un rayon. Un segment de droite qui relie deux points de la sphère et qui passe par le centre est un diamètre.

Il y a une relation entre l'aire totale d'une sphère et l'aire de la surface courbe du cylindre qui la circonscrit. Le cylindre a le même diamètre que la sphère et une hauteur égale à son diamètre.



Si la surface courbe du cylindre est faite de papier, tu peux la couper en morceaux et la coller sur la surface de la sphère pour la couvrir.

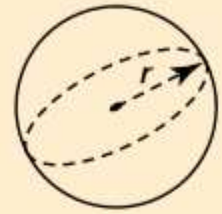
Aire latérale pour un cylindre est $2\pi rh$ où r = rayon et h = hauteur

Lorsque le rayon du cylindre est r et sa hauteur, 2r, on a:
L'aire de la surface courbe, Ac , d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est : $2\pi r(2r)$

Alors Ac = $4\pi r^2$
C'est aussi l'aire totale d'une sphère.

L'aire totale d'une sphère

L'aire totale A_t d'une sphère de rayon r est:
$A_t = 4\pi r^2$



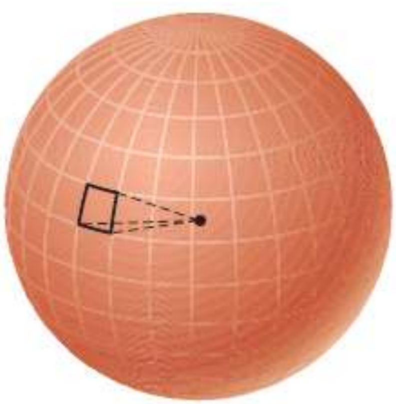
Exemple 1 :

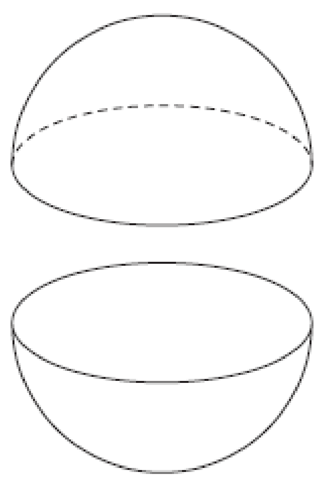
Le diamètre d'une balle de baseball est d'environ 3 po. Détermine l'aire totale d'une balle de baseball, au pouce carré près.

Exemple 2 :

L'aire totale d'une balle de crosse est d'environ 20 pouces carrés. Quel est le diamètre d'une balle de crosse, au dixième de pouce près?

B) Volume des hémisphères





hémisphères

Volume de la sphère = somme des volumes des pyramides

Volume de la sphère = somme de tous les $\left[\frac{1}{3}(\text{aire de la base})(\text{hauteur})\right]$

La hauteur d'une pyramide correspond au rayon de la sphère.

Volume de la sphère = $\frac{1}{3}$(somme de toutes les aires des bases)(r)

La somme de toutes les aires des bases égale l'aire totale de la sphère : $4\pi r^2$

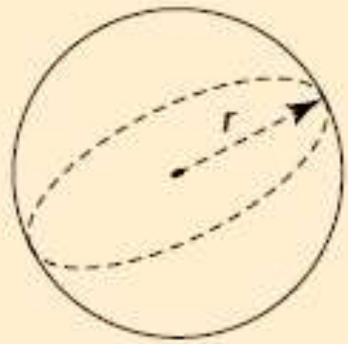
$$V = \frac{1}{3}(4\pi r^2)(r)$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Le volume d'une sphère

Le volume V d'une sphère de rayon r est :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

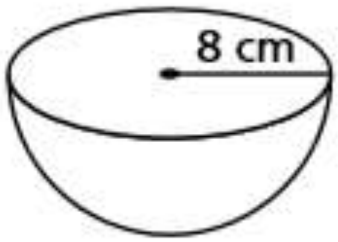


Exemple 3 :

Le Soleil a à peu près la forme d'une sphère de 870 000 mi de diamètre. Quel est le volume approximatif du Soleil?

Exemple 4 :

Un hémisphère a un rayon de 8,0 cm.
a) Quelle est l'aire totale de l'hémisphère, au dixième de centimètre carré près?



b) Quel est le volume de l'hémisphère, au dixième de centimètre cube près?

Exemple 5 :

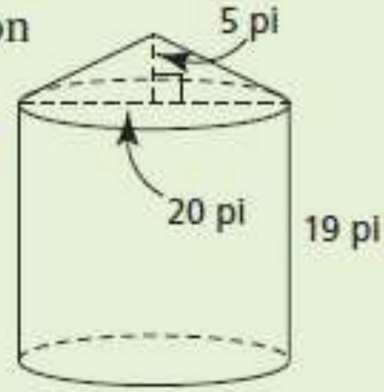
a) Une balle de basketball a un diamètre d'environ 5 po. Combien de caoutchouc est nécessaire pour fabriquée la balle ?

b) Détermine la capacité totale d'aire de la balle.

Leçon 7 : Résolution des problèmes d'objets à trois dimensions

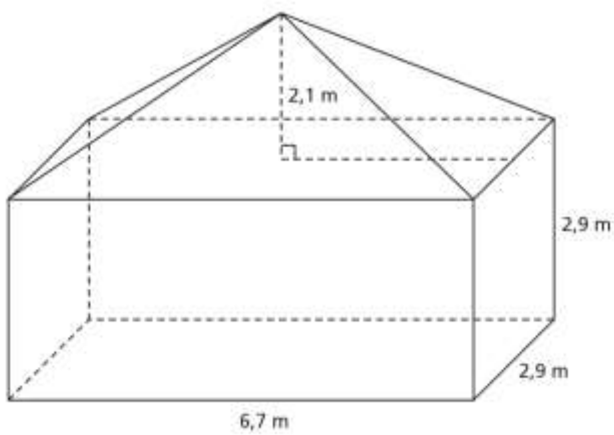
Un **objet composé** comprend deux ou plusieurs objets distincts. Pour déterminer le volume d'un objet composé, identifie chacun de ses éléments, puis calcule le volume de chaque élément et additionne les volumes.

Voici le schéma d'une cellule à grain. Le camion de la fermière peut contenir 550 pieds cubes d'orge. Combien de chargements du camion faut-il pour remplir la cellule ?



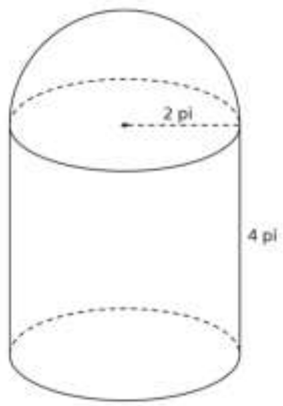
Exemple 1 :

Détermine le volume de cet objet composé, au dixième de mètre cube près.



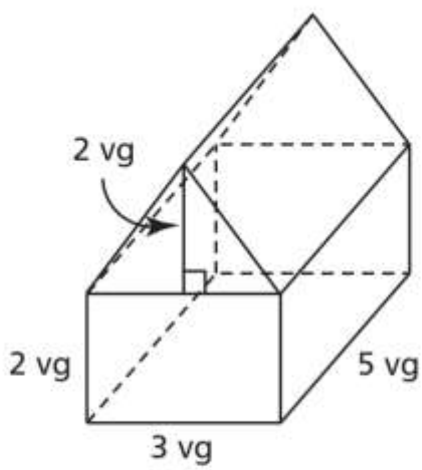
Exemple 2 :

Détermine l'aire totale de cet objet composé, au pied carré près.



Exemple 3 :

Une cabane à sucre est un objet composé formé d'un prisme droit à base rectangulaire et d'un prisme droit à base triangulaire pour le toit. Détermine l'aire totale de la cabane à sucre en verges carrées.



metric ->		imperial
1 millimetre [mm]		0.0394 in
1 centimetre [cm]	10 mm	0.3937 in
1 metre [m]	100 cm	1.0936 yd
1 kilometre [km]	1000 m	0.6214 mile

metric ->		imperial
1 milligram [mg]		0.0154 grain
1 gram [g]	1,000 mg	0.0353 oz
1 kilogram [kg]	1,000 g	2.2046 lb
1 tonne [t]	1,000 kg	0.9842 long ton (UK)

imperial ->		metric
1 inch [in]		2.54 cm
1 foot [ft]	12 in	0.3048 m
1 yard [yd]	3 ft	0.9144 m
1 mile	1760 yd	1.6093 km
1 int nautical mile	2025.4 yd	1.852 km

imperial ->		metric
1 ounce [oz]	437.5 grain	28.35 g
1 pound [lb]	16 oz	0.4536 kg
1 stone	14 lb	6.3503 kg
1 hundredweight [cwt]	112 lb	50.802 kg
1 long ton (UK)	20 cwt	1.016 t
1 short ton (US)	2,000 lb	0.907 t