Leçon 2 : Séries (somme) Arithmétique

Carl Friedrich Gauss (né en 1777) a découvert une méthode plus rapide pour trouver la somme des termes individuels de 1 à 100 au lieu de les additionner ensemble un par un.

Série Arithmétique :

- La somme des termes d'une suite arithmétique.
- Pour la suite arithmétique 2, 4,6, 8, la série arithmétique est représentée par 2 + 4 + 6 + 8.

$$Sn = \frac{n}{2}(2t_1 + (n-1)d)$$

Ou

$$Sn = \frac{n}{2}(\cancel{2}t_1 + t_n)$$

1. Calcule la somme des 20 premiers termes de : 6 + 9 + 12 + ….

$n = 20 \quad d = 3$

$S_{20} = \frac{20}{2}(2 \cdot 6 + (20-1)3)$

$S_{20} = 10(12 + 19 \cdot 3)$

$S_{20} = 10(12 + 57)$

$S_{20} = 10(69)$

$S_{20} = 690$

2. Calcule la somme : 3 + 10 + 17 + … + 136

$t_1 = 3$
$t_n = 136$
$d = 7$

$t_n = t_1 + (n-1)d$

$136 = 3 + (n-1)7$

$136 = 3 + 7n - 7$

$136 = 7n - 4$

$\frac{140}{7} = \frac{7n}{7}$

$20 = n$

$S_{20} = \frac{20}{2}(3 + 136)$

$S_{20} = 10(139)$

$S_{20} = 1390$

3. a) Calcule le nombre de termes de la somme : -7 + -4 + -1 + …. + 83

$t_n = 83$
$t_1 = -7$
$d = 3$

$83 = -7 + (n-1) \cdot 3$

$90 = 3n - 3$

$\frac{93}{3} = \frac{3n}{3}$

$31 = n$

c) Calcule la somme.

$S_{31} = \frac{31}{2}(-7 + 83)$

$S_{31} = \frac{31 \cdot (76)}{2}$

$S_{31} = 1178$

4. Dans une somme, le quatrième terme est 11 et le vingtième terme est 59 calcule la somme des 50 premiers termes.

$t_4 = 11$

$t_{20} = 59$

$S_{50} = ?$

$11 = t_1 + (4-1)d$

$59 = t_1 + (20-1)d$

$59 = t_1 + 19d$

$-\ 11 = t_1 + 3d$

$48 = 16d$

$d = 3$

$11 = t_1 + 3 \cdot 3$

$11 = t_1 + 9$

$t_1 = 2$

$S_{50} = \frac{50}{2}(2 \cdot 2 + (50-1) \cdot 3$

$S_{50} = 25(151)$

$S_{50} = 3775$

5. Calcule la somme de tous les multiples de 13 compris entre 1 et 10000.

$2t_1 + d = 13$

$-\ (2t_1 + 5d = 33)$

$\frac{-4d}{-4} = \frac{-20}{-4}$

$d = 5$

$2t_1 = 13 - 5$

option 2

$2t_1 = 8$

$t_1 = 4$

1 de moins de n

N'oubliez pas $t_n = t_1 + (n-1)d$ alors ex: $t_{20} = t_1 + 19d$

6. La somme des deux premiers termes d'une série arithmétique est 13 et la somme de ses quatre premiers termes est 46. Détermine les six premiers termes de la série et leur somme.

$t_1 + t_2 = 13$ $\quad t_1 + (t_1 + d) = 13$ $\quad 2t_1 + d = 13$

$2t_1 + d = 13$

$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 46$ $\quad t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) = 46$

Ou $13 + t_3 + t_4 = 46 \rightarrow 13 + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) = 46 = 2t_1 + 5d = 33$

$4t_1 + 6d = 46$

$= 2t_1 + 3d = 23$

$2t_1 + 3d = 23$

$-\ (2t_1 + d = 13)$

$2d = 10$

$\boxed{d = 5}$

$2t_1 + (5) = 13$

$\boxed{t_1 = 4}$

$t_1 = 4 \quad t_4 = 19$

$t_1 = 9 \quad t_5 = 24$

$t_3 = 14 \quad t_6 = 29$

$\boxed{S_6 = 99}$