

# Unité : Les Suites et Séries

## Leçon 1 : Suite Arithmétique (SA)

Une suite est une liste ordonnée d'objets. Ses éléments, appelés « termes », respectent une régularité ou une règle qui permet de déterminer le terme suivant. Les termes d'une suite comportent un indice qui indique leur rang dans la suite.

### Suite Arithmétique :

- Une suite dans laquelle la différence entre deux termes consécutifs est constante.

### Raison Arithmétique :

- La différence entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique.
  - o  $d = t_n - t_{n-1}$
- Peut être positive ou négative.
- Par exemple, la raison arithmétique de la suite 10, 16, 22, 28 ..... est 6

### Terme général :

- Une expression qui permet de déterminer un terme quelconque d'une suite.
- Son symbole est  $t_n$ .
- Peut être, par exemple,  $t_n = 3n + 2$

Ex } 3, 7, 11, ... est une suite (un ensemble de nombres ordonnés)

$$t_1 = 3$$

$$t_2 = 7$$

$$t_3 = 11$$

$t_n$  = le  $n^{\text{e}}$  terme ou terme général.

$$d = t_2 - t_1 \text{ ou } t_3 - t_2 \text{ ou } t_4 - t_3 \text{ etc...}$$

$$d = 7 - 3 = 4$$

raison arithmétique  
(d) = 4

$$d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = d$$

Le nombre de termes d'une suite est  $n$ .

$t_n$  dépend de la valeur de  $n$  (combien de terme vous avez).

le dernier terme  
ou un terme spécifique =  $t_n$

La suite arithmétique générale est  $t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, \dots$   
où  $t_1$  est le premier terme et  $d$  est la raison arithmétique.

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_1 = t_1$$

$$t_2 = t_1 + d$$

$$t_3 = t_1 + 2d$$

$$\dots \quad t_n = t_1 + (n-1)d$$

Le terme général d'une suite arithmétique correspond à  $t_n = t_1 + (n-1)d$

Suite finie a toujours un dernier terme. → il arrête

Exemples

a) 2, 5, 8, 11, 14

b) 5, 10, 15, 20 ..., 100

Suite infinie n'a pas de dernier terme. Chaque terme est suivi d'un autre et il termine par des points.

Exemples

a) 5, 10, 15, 20, ...  
 c) 5, -1, -7, -13, -19, ...

b) 1, 4, 7, 10, 13, ...  
 d) 1/2, 3/4, 1, 1 1/4, ...

→ il n'arrête pas

$t_1 = 5$   $d = -6$

1. a) Quelle est la formule du terme général de la suite 5, 2, -1, -4, ... ?

$t_1 = 5$   
 $t_2 = 2$   
 $d = -3$

$t_n = t_1 + (n-1)d$

$t_n = t_1 + (n-1)d$

$t_n = 5 + (n-1) \cdot -3$

$t_n = 5 - 3n + 3 = d$

$t_n = 8 - 3n$  → terme générale

b) Trouve  $n=25$

$t_{25} = 8 - 3(25)$   
 $= 8 - 75$

$t_{25} = -67$

$t_{25} = 5 + (25-1) \cdot -3$   
 $t_{25} = 5 - 72$   
 $t_{25} = -67$

2. Soit la S.A définie par son terme général  $t_n = 7n - 12$ .

a) Calcule les quatre premiers termes de la S.A.

b) Quelle est la raison arithmétique ?

$t_1 = 7(1) - 12 = -5$   
 $t_2 = 7(2) - 12 = 2$   
 $t_3 = 9$   $t_4 = 16$

$d = 7$  le # avec le 'n' est la valeur du  $d$ .

3. Soit la suite finie : 2, 7, 12, ..., 147. Combien y a-t-il de termes dans cette suite ?

$t_1 = 2$   
 $d = 5$   
 $t_n = 147$

$t_n = t_1 + (n-1)d$

$147 = 2 + (n-1) \cdot 5$

$145 = (n-1) \cdot 5$

$29 = n-1$   
 $30 = n$

$t_{30} = 147$   
 il y a 30 termes dans la suite.

4. Dans une S.A  $t_5 = 100$

et  $t_{35} = 10$

$$147 = 2 + 5n - 5$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

a) Quel est le premier terme de la suite ?

b) Que vaut  $t_{50}$ .

$$100 = t_1 + (5-1)d$$
$$1) 100 = t_1 + 4d$$

$$t_{50} = 112 + (50-1) \cdot -3$$
$$t_{50} = 112 + (-147) = -35$$

$$10 = t_1 + (35-1)d$$
$$2) 10 = t_1 + 34d$$

$$10 = t_1 + 34d$$
$$-(100 = t_1 + 4d)$$
$$\hline -90 = 30d \quad | -3 = d$$
$$\frac{-90}{30} = \frac{30d}{30}$$

$$100 = t_1 + 4 \cdot -3$$
$$100 = t_1 - 12$$

5.  $2x - 5$ ,  $17$ ,  $4x + 3$  sont les termes consécutifs d'une S.A

a) Détermine  $x$ .

b) Détermine les trois termes.

$$t_1 = 112$$

6. Un groupe d'arts visuels et de la scène désire engager une ou un responsable des activités communautaires. Cette personne recevra 12 \$ pour une heure du travail, 19 \$ pour deux heures, 26 \$ pour trois heures et ainsi de suite.

a) Définis le terme général qui permet de déterminer le salaire pour tout nombre d'heures travaillées.

b) Combien d'argent la personne recevra-t-elle pour 6 heures du travail ?

7. Les fourmis charpentières sont de grosses fourmis, souvent noires, qui font leurs nids dans le bois. Ces fourmis sont nuisibles pour les maisons, mais elles jouent un rôle important dans les écosystèmes forestiers. Les fourmis charpentières forment d'abord une colonie mère. Une fois cette colonie bien établie, elles forment des colonies satellites constituées uniquement d'ouvrières. Une colonie bien établie peut compter jusqu'à 3 000 fourmis. Suppose que la croissance d'une colonie présente une suite arithmétique et que le nombre de fourmis augmente d'environ 80 chaque mois. S'il y a 40 fourmis au départ, dans **combien de mois la population atteindra-t-elle 3 000 fourmis** ?

8. Les expressions  $5x + 2$ ,  $7x - 4$  et  $10x + 6$  sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique. Détermine la valeur de  $x$  évalue les trois termes.

$$t_1 \quad t_2 \quad t_3$$

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

$$(7x - 4) - (5x + 2) = (10x + 6) - (7x - 4)$$

$$2x - 6 = 3x + 10$$

$$-2x - 10 = -2x - 10$$

$$\boxed{-16 = x}$$

Pratique :

1. Soit la S.A -5, -1, 3

a) Donne l'expression du terme général.

b) Calcule  $t_{20}$

$$t_1 = 5(-16) + 2 = -78$$

$$d = -38$$

$$t_2 = 7(-16) - 4 = -116$$

$$t_3 = 10(-16) + 6 = -154$$

$$t_4 = -154 - 38 = -192$$

$$t_3 + d$$

$$t_2 - t_1 = d$$

$$-116 - (-78) = -38$$

2. Soit la S.A définie par son terme général  $t_n = 5n - 9$ .

- a) Calcule les quatre premiers termes de la S.A.      b) Quel est la raison ?

3. Soit la suite finie :      23, 17, 11, .... -271.

