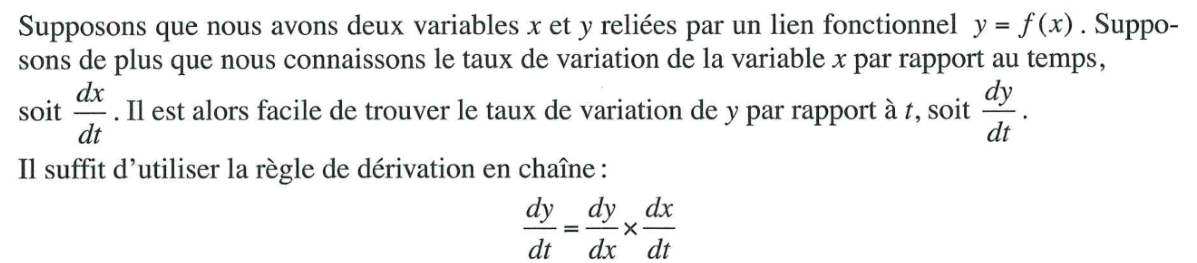
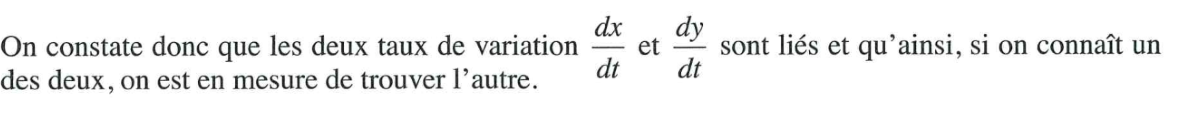
**Les Taux**

N’oubliez pas la dérivée d’une fonction peut s’interpréter de trois façons :

* La pente de la tangente en un point de la courbe;
* Le taux de variation instantané de la fonction;
* La vitesse instantanée.

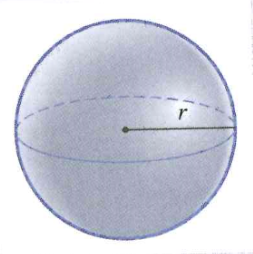




**Résolutions de problème :**

1. Bien lire le problème.
2. Identifier les variables et les taux donnés et faire un schéma (s’il y a lieu).
3. Traduire les données en termes mathématiques.
4. Trouver le lien entre les variables.
5. Effectuer les calculs requis (dérivées)
6. Répondre à la question posée.

**Exemple 1 :**

On a une machine permettant d’insuffler du gaz dans un ballon sphérique au taux de 10 cm3/s. Trouver le taux d’accroissement du rayon quand celui-ci est de 4cm.

**Solution :**

On relit le problème.

Les variables sont :

* Le volume de la sphère, V;
* Le rayon de la sphère, r;
* Le temps, t.

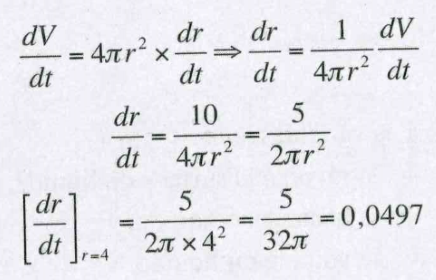
On a le taux de variation du volume par rapport au temps et on cherche le taux de variation du rayon. On a donc :

et on demande quand r = 4

Il faut maintenant trouver le lien entre les variables V et r, c’est- à-dire le lien entre le volume d’une sphère et son rayon.

Ce lien nous est donné par la formule de géométrie bien comme :

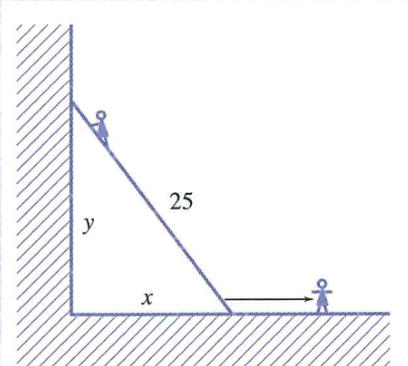
Dérivons par rapport à t pour trouver le lien entre les dérivées.



Donc, le rayon croît au taux de 0,0497 cm/s à ce moment.

**Exemple 2 :**

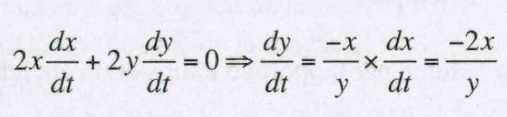
Un homme se tient d’une échelle de 25 mètres de longueur, appuyée contre un mur. Un farceur passant par là tire le pied de l’échelle en l’éloignant du mur à une vitesse de 2 m/s À quelle vitesse l’homme descend-il quand le pied de l’échelle est à 7 m du mur ?

**Solution :** Les variables sont :

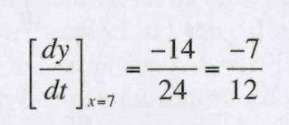
* La distance horizontale entre le pied de l’échelle et le mur, x;
* La distance verticale entre le haut de l’échelle et le sol, y;
* Le temps, t.

On a dx/dt = 2; on cherche dy/dt quand x = 7. Le lien entre les variables est :

x2 + y2 = 252

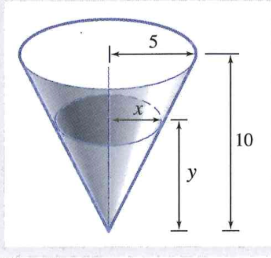
Dérivons par rapport à t :

Si x = 7, alors, y2 = 252 – 72 Donc, l’échelle descend (signe négatif)

y = 24 à une vitesse de 7/12 m/s.

**Exemple 3 :**

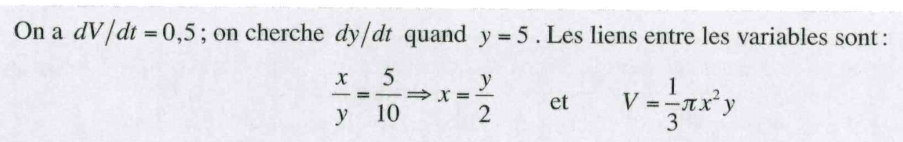
Un cône renversé a 10 m de diamètre et 10 m de profondeur. On y verse de l’essence au taux de 0,5 m3/s. À quelle vitesse le niveau de l’essence monte-t-il quand le niveau est à 5 m de la base ?

**Solution :**

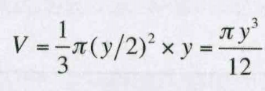
Les variables sont :

* Le rayon à la surface du liquide, x;
* La hauteur du liquide, y;
* Le volume du liquide, V;
* Le temps, t.

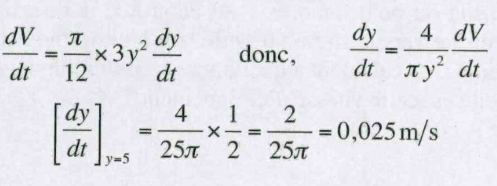
Volume cône =



Si on relie ces deux équations, on a :



Dérivons par rapport à t :

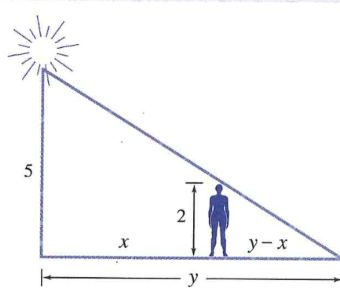


Donc, le niveau de l’essence monte au taux de 0,025 m/s.

**Exemple 4 :**

Dans le Vieux Québec, par une belle nuit d’été, un visiteur venant de la planète aux douze soleils se tient à un lampadaire dont la lumière est située à 5 mètres du sol. Notre ami, qui mesure 2 mètres, s’éloigne du lampadaire; il voit alors l’extrémité de son ombrage et veut l’attraper. Évidemment, c’est peine perdue. S’il arrive à courir à une vitesse de 2 m/s, aidons-le trouver la vitesse à laquelle l’extrémité de l’ombre s’éloigne du lampadaire.

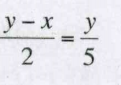
**Solution :**

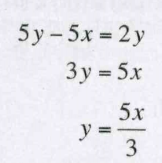


Les variables sont :

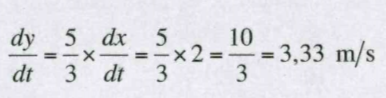
* La distance entre notre ami et le lampadaire, x;
* La distance entre le lampadaire et l’extrémité de l’ombre, y;
* Le temps, t.

On a dx/dt = 2; on cherche dy/dt. Le lien entre les variables est :



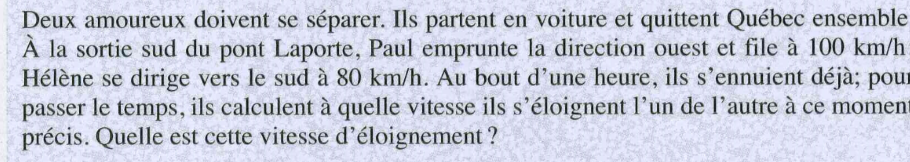


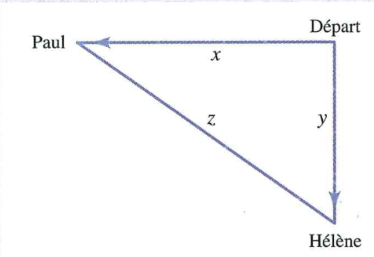
Dérivons par rapport à t :

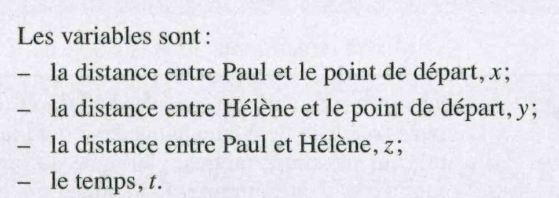


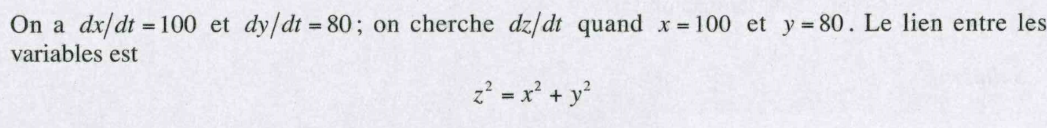
Il s’agit d’expliquer à notre ami que son ombre avance plus vite que lui, soit à une vitesse de 3,33 m/s.

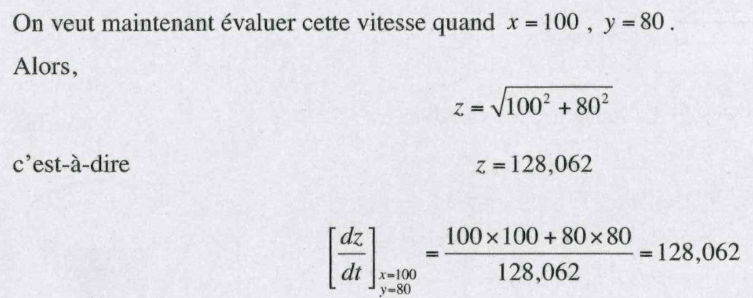
**Exemple 5 :**



**Solution :**

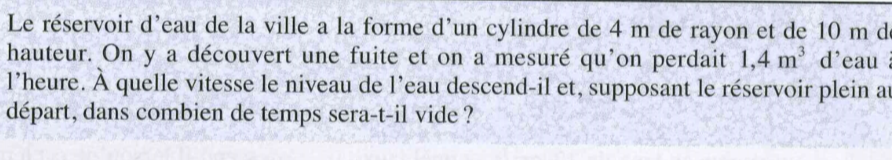




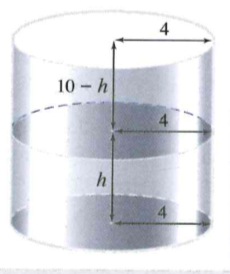
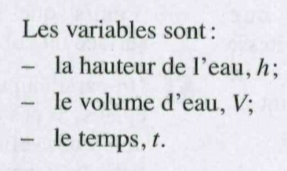


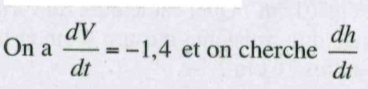
Ils s’éloignent à une vitesse de 128 km/h.

**Exemple 6 :**



**Solution :**





Notons bien que le volume diminue, c’est-à-dire que V est décroissant ce qui explique que sa dérivée soit négative.

Le lin entre les variables nous est donné par la formule donnant le volume d’un cylindre.



Dérivons par rapport à t :

