Pré-Calcul 40S

Enseignante :
Mme. Layton

Nom de l'élève :

____

Note Unité :

Les Identités Trigonométriques

Table des matières

Leçon 4 : Résoudre des équations trigonométriques à l’aide d’identités p. 17

Revue :

1. Simplifier.

a) $\frac{x+2x}{2}$

b) $\frac{3x+2}{3x}$

c) $\frac{3x+6}{3}$

2. Simplifier.

a) $\frac{cosx+cos^2x}{cosx}$

b) $\frac{1+cos^2x}{cosx}$

Leçon 1 : Les identités inverses, les identités des quotients, l'identité de Pythagore et leurs valeurs non permises

Identité trigonométrique :

- Une équation trigonométrique qui est vraie pour toute valeur permise substituée à la variable dans les deux membres de l'équation. **La vérification est faite à chaque côté séparé de l'autre.**

N'oubliez pas !!!

Identités inverses

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} \qquad \sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \operatorname{cotan} x = \frac{1}{\tan x}$$

Identités des quotients

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \operatorname{cotan} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

A) Les Valeurs non permises des équations trigonométriques et la vérification de l'équation avec des valeurs d'angle.

1.

a) Détermine les valeurs non permises, en degrés et radians, dans **l'équation**

$$sec\theta = \frac{tan\theta}{sin\theta}$$

b) Vérifier que $\frac{\pi}{3}$ est une solution de l'équation (l'identité).

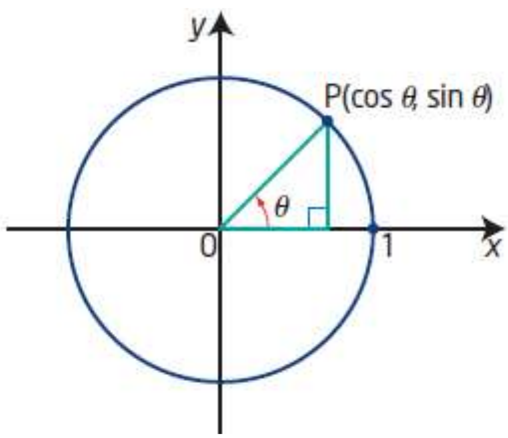
B) Simplifier une expression à l'aide des identités

2. a) Détermine les valeurs non permises de la variable, en radians, dans **l'expression** :

$$\frac{cotan\theta}{csc\theta\ cos\theta}$$

b) Simplifie l'expression.

C) L'identité de Pythagore (avec le cercle unitaire)



$$x^2 + y^2 = 1^2$$
$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

Utiliser l'identité de Pythagore $\quad$ $\mathbf{cos^2\theta + sin^2\theta = 1}$

Les trois formes de l'identité de Pythagore sont :

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \qquad \text{cotan}^2\,\theta + 1 = \text{cosec}^2\,\theta \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

1. Simplifie l'identité pour le prouver et identifie les valeurs non permises pour $[0, 2\pi]$

$\mathbf{cotan^2x + 1 = cosec^2x}$

Leçon 2 : Les identités de la somme, de la différence et de l'angle double

Les Équations d'or !!!

Les identités de la somme sont :

$$\sin(\angle A + \angle B) = \sin\angle A \cos\angle B + \cos\angle A \sin\angle B$$
$$\cos(\angle A + \angle B) = \cos\angle A \cos\angle B - \sin\angle A \sin\angle B$$
$$\tan(\angle A + \angle B) = \frac{\tan\angle A + \tan\angle B}{1 - \tan\angle A \tan\angle B}$$

Les trois identités de la différence sont :

$$\sin(\angle A - \angle B) = \sin\angle A \cos\angle B - \cos\angle A \sin\angle B$$
$$\cos(\angle A - \angle B) = \cos\angle A \cos\angle B + \sin\angle A \sin\angle B$$
$$\tan(\angle A - \angle B) = \frac{\tan\angle A - \tan\angle B}{1 + \tan\angle A \tan\angle B}$$

Identités de l'angle double

$$\sin 2\angle A = 2\sin\angle A \cos\angle A$$

$$\cos 2\angle A = \cos^2\angle A - \sin^2\angle A$$
$$\cos 2\angle A = 2\cos^2\angle A - 1$$
$$\cos 2\angle A = 1 - 2\sin^2\angle A$$

$$\tan 2\angle A = \frac{2\tan\angle A}{1 - \tan^2\angle A}$$

A) Simplifier des expressions à l'aide des identités de la somme et de la différence et détermine les valeurs exactes.

1. $\sin 48^o \cos 18^o - \cos 48^o \sin 18^o$

2. $\frac{tan35^o + tan25^o}{1 - tan35^o tan25^o}$

3. $\cos\frac{7\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} + \sin\frac{7\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}$

4.

B) Simplifier des expressions à l'aide des identités de l'angle double et détermine les valeurs exactes.

5. $\cos^2\frac{\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{3}$

6. $2sin\,\frac{\pi}{12}\,cos\,\frac{\pi}{12}$

C) Développer des expressions à l'aide des identités de la somme et de la différence et détermine les valeurs exactes.

7. Détermine la valeur exacte de chaque expression.

a) $\sin \frac{\pi}{12}$

b) $\tan 105°$

D) Utiliser les valeurs exactes de fonctions trigonométriques pour trouver la valeur d'une identité trigonométrique

8.

Si $\sin \alpha = \dfrac{7}{25}$, et $\cos \beta = \dfrac{9}{41}$ et que $P(\alpha)$ et $P(\beta)$ ne se trouvent pas dans le 1er quadrant, trouve :

a. $\sin(\alpha + \beta)$

b. $\cos(\alpha + \beta)$

a) $\tan(\alpha + \beta)$

d) $\cot(\alpha + \beta)$

Leçon 3 : Démontrer des identités

Les Outils que vous allez utiliser !!!

Simplifier les identités, substituer une formule d'identité, factorise, utilise une conjuguée, regarde combien de terme il y a sur chaque côté.

A) Vérifier et démontrer qu'une équation est une identité en simplifiant.

1. a) Vérifie que $1 - \sin^2 x = \sin x \cos x \,\text{cotan} x$ pour certaines valeurs de x, exprimées en radians. Détermine les valeurs non permises de x.

b) Démontre que $1 - \sin^2 x = \sin x \cos x \,\text{cotan}\, x$ pour toutes les valeurs permises de x.

B) Démontrer une identité au moyen des identités de l'angle double

(compare ce que tu as besoin sur chaque côté et comment vous allez vous rendre)

2.

Démontre que $\tan x = \dfrac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$ pour toute valeur permise de x.

C) Démontrer une identité avec une conjuguée

3.

Démontre que $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ pour toutes les valeurs permises de x.

D) Démontre une identité avec la substitution d'une identité et la factorisation

4.

Démontre que $\operatorname{cotan} x - \operatorname{cosec} x = \frac{\cos 2x - \cos x}{\sin 2x + \sin x}$ pour toutes les valeurs permises de x.

Leçon 4 : Résoudre des équations trigonométriques à l'aide d'identités

A) Résoudre une équation trigonométrique par la substitution à partir d'identités trigonométriques et la décomposition en facteurs

1.

Résous algébriquement chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x < 2\pi$.

a) $\cos 2x + 1 - \cos x = 0$

b) $1 - \cos^2 x = 3 \sin x - 2$

B) Résoudre une équation par la substitution d'une identité du quotient

2.

Résous algébriquement l'équation $\cos^2 x = \text{cotan}\, x \sin x$ pour $0° \leq x < 360°$.

C) Déterminer toute solution générale d'une équation trigonométrique

3.

Résous algébriquement l'équation $\sin 2x = \sqrt{2} \cos x$. Indique la ou les solutions générales, exprimées en radians.

D) Déterminer les solutions générales à l'aide des identités inverses

4.

Résous algébriquement $2 \sin x = 7 - 3 \operatorname{cosec} x$. Indique les solutions générales, exprimées en radians.