Mathématique Appliquée et Pré-Calcul 20S

Note : Géométrique Analytique

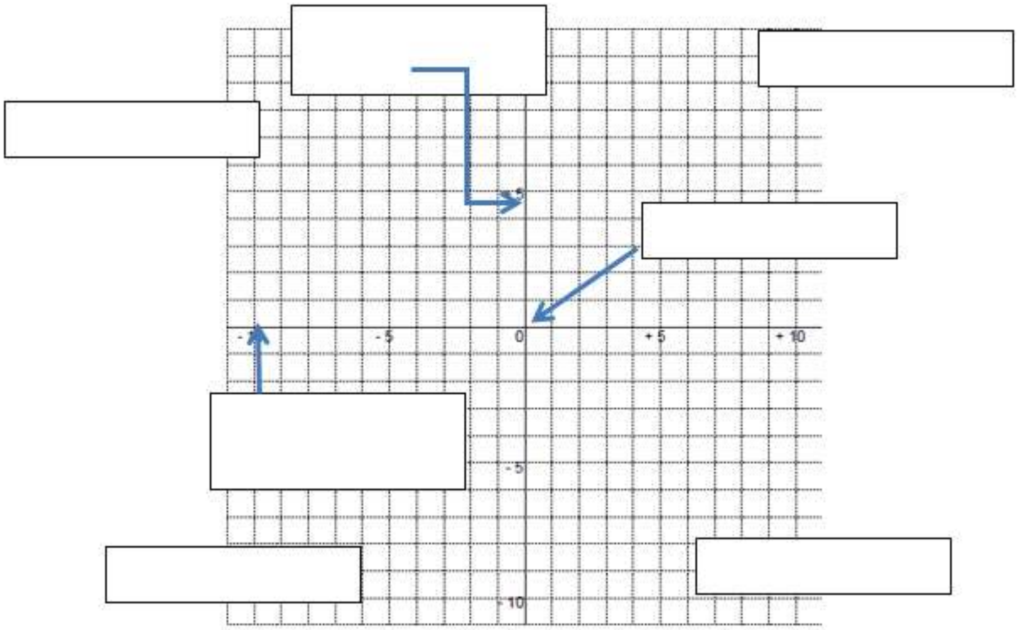
Nom : ___________________

Table des matières

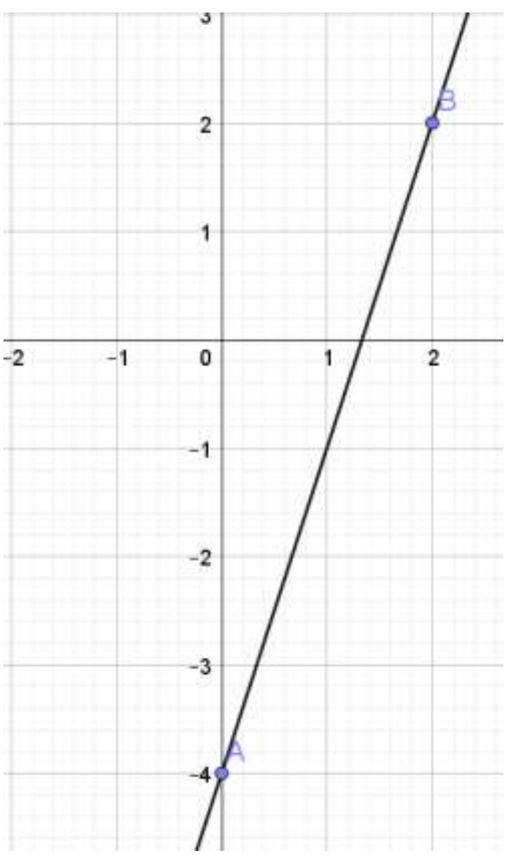
Leçon 1 : La distance entre deux points p. 3
Leçon 2 : Le point milieu d'un segment p. 5
Leçon 3 : La Pente p. 7
Leçon 4 : Des droites parallèles ou perpendiculaires p. 11
Leçon 5 : Tracer une droite p. 14
A) Avec une table de valeurs p. 14
B) Avec les coordonnées à l'origine p. 15
C) À partir de la pente et l'ordonnée à l'origine p. 17
Leçon 6 : Trouve l'équation d'une droite p. 19
A) Sous la forme explicite p. 19
B) Sous la forme pente-point p. 20
C) Sous la forme générale p. 21
Leçon 7 : Problème à mot/contexte p. 23
Leçon 8 : La technologie p. 26

Leçon 1 : La distance entre deux points

3.1.1 Le plan cartésien



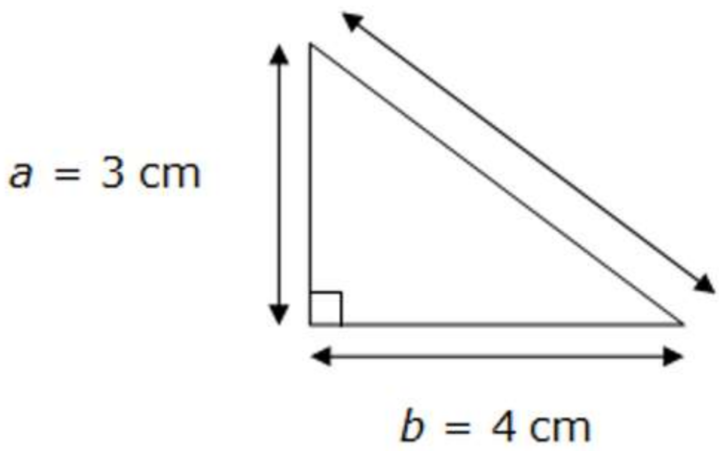
3.1.2 La distance entre deux points



On peut déterminer la distance entre le point A et le point B.

1) Le Théorème de Pythagore

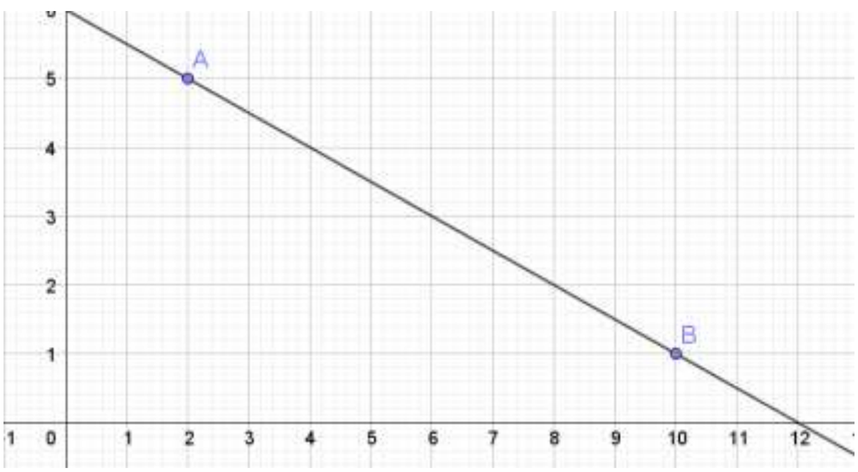
Ex :



a) Qu'est-ce que c'est la formule pour le théorème de Pythagore ?

b) Détermine la mesure de l'hypoténuse ?

Exemple 1 :



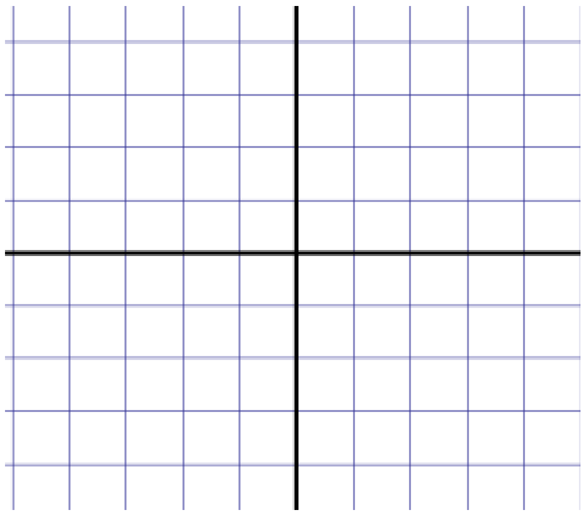
Détermine la distance entre les points A et B.

2) La formule pour la distance entre 2 points.

Il y a une formule que vous pouvez utiliser pour calculer la distance entre deux points. (La distance d'une droite.)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Exemple 2 :
Tracer les coordonnées (4, 3) et (-1, -4). Détermine la distance entre les paires ordonnées



Leçon 2 : Le point milieu d'un segment

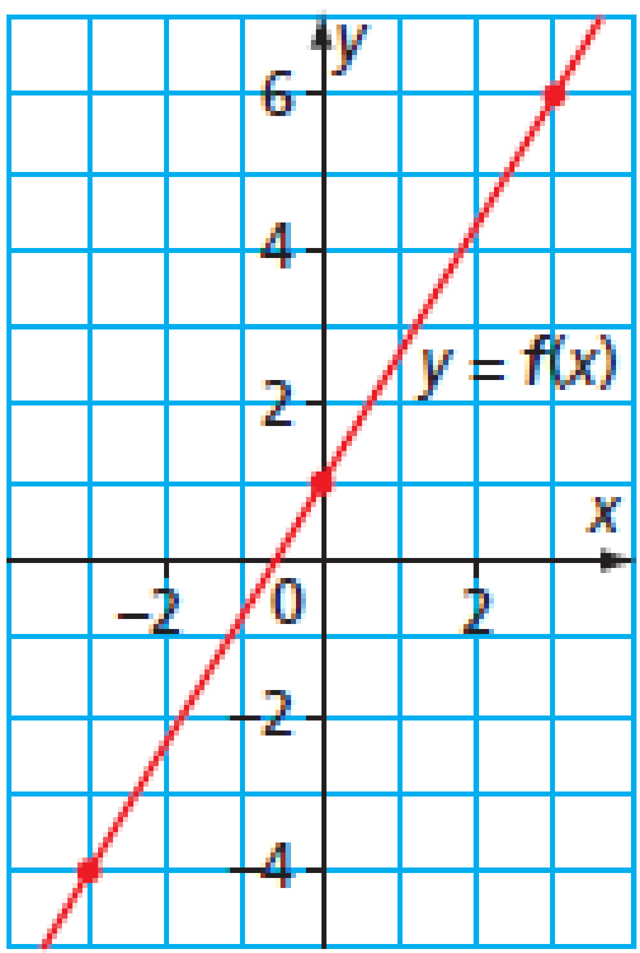
3.2.1 La moyenne de deux nombres.

Ex :
Détermine la moyenne des nombres 10 et 14. Cette réponse est le milieu des deux valeurs.

Donc pour trouver le milieu de deux valeurs ont fait un calcul de moyenne.

3.2.2 Calcul du milieu d'un segment.

Il y a une formule pour trouver le point milieu d'un segment. On trouve la moyenne des x et la moyenne des y. Qui veut vraiment dire qu'on trouve le milieu des x et des y.



Coordonnée du milieu :

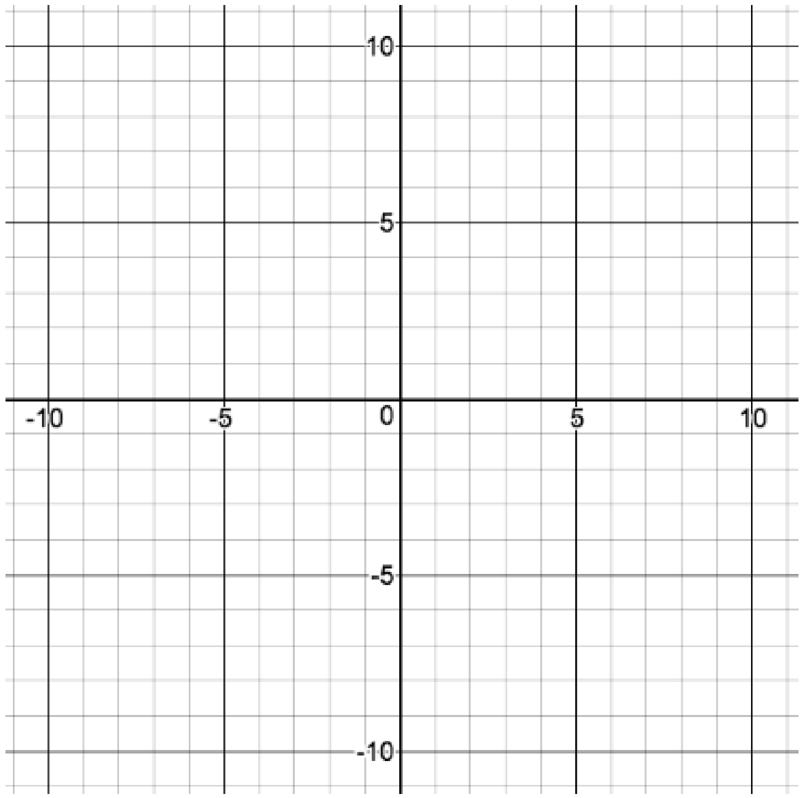
$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_{1+} y_2}{2}\right)$$

Exemple 1 :

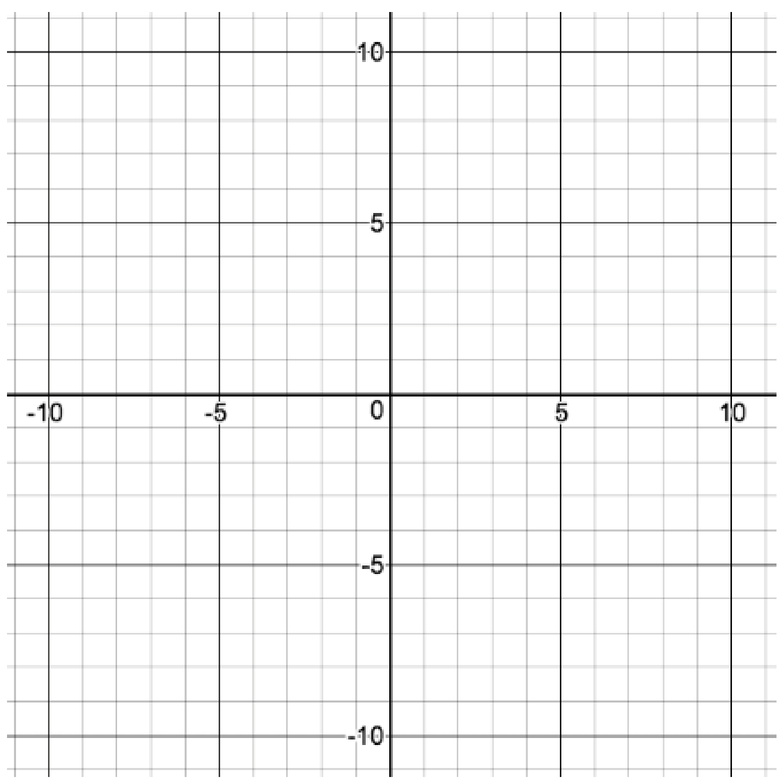
Quel est le point milieu entre :
(5,-3) et (-1,9) ?

Exemple 2 :

Quel est le point milieu entre :
(-10,-2) et (4,-7) ?



Exemple 3 :
Le point milieu de AB est M (8,-2). Soit A (-1,0), trouve les coordonnées de B.



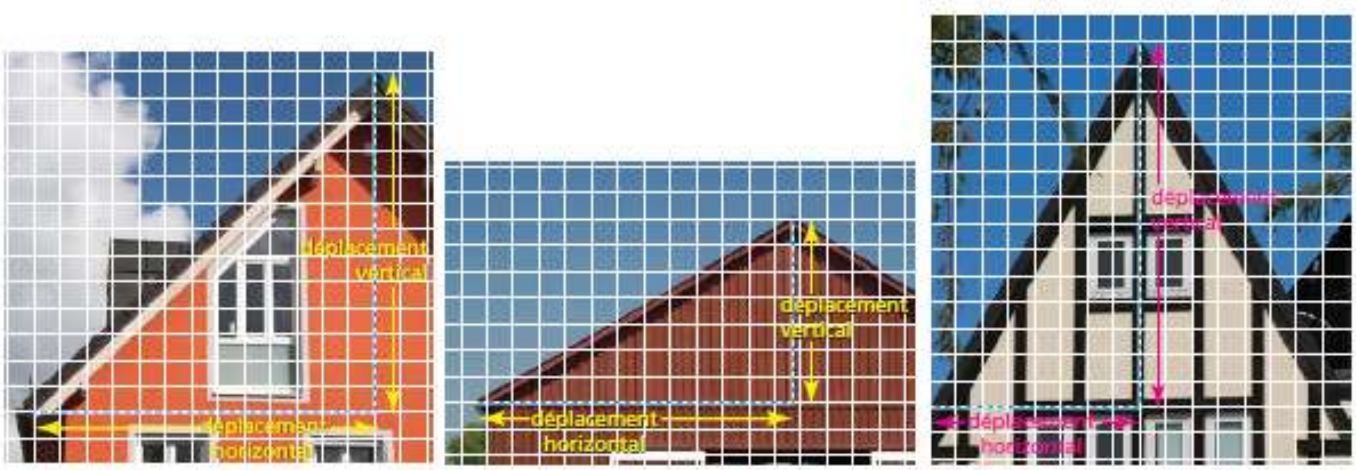
Leçon 3 : La Pente

Les **droites** sont toutes penchées d'un certain degré. On peut mesurer ce penchement et on l'appelle **<u>LA PENTE</u>**. **La pente** donne des informations au sujet de l'inclinaison d'un droite/objet.

3.3.1 Objet avec des pentes.

Certains toits sont plus inclinés que d'autres. Les toits très inclinés coûtent plus cher à recouvrir de bardeaux.

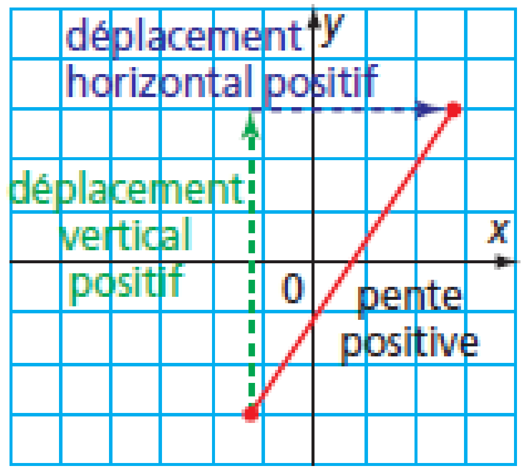
Toit A　　Toit B　　Toit C

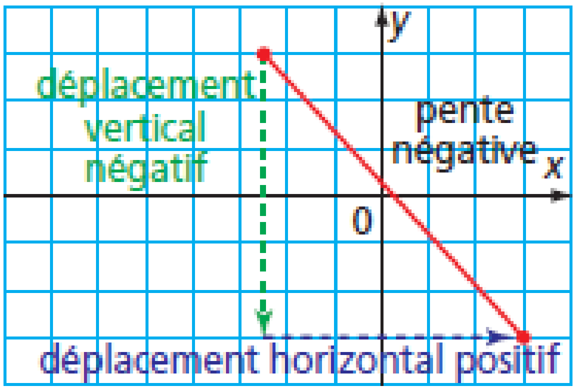


Le plus incliné un objet la plus grande la valeur de la pente.

3.3.2 Signe de la pente (+ ou –)

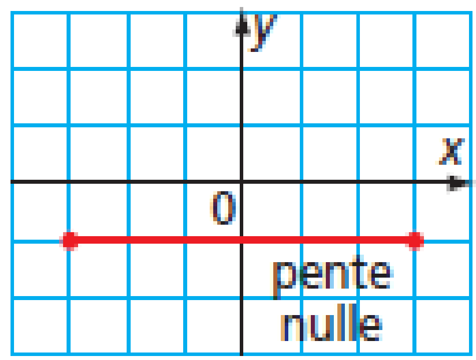
Quand un segment de droite **monte vers la droite**, x et y augmentent. Ainsi, les déplacements vertical et horizontal sont positifs, donc la pente du **segment est positive**.





Quand un segment de droite **descend vers la droite**, y diminue et x augmente. Ainsi, le déplacement vertical est négatif et le déplacement horizontal est positif, donc la pente du **segment est négative**.

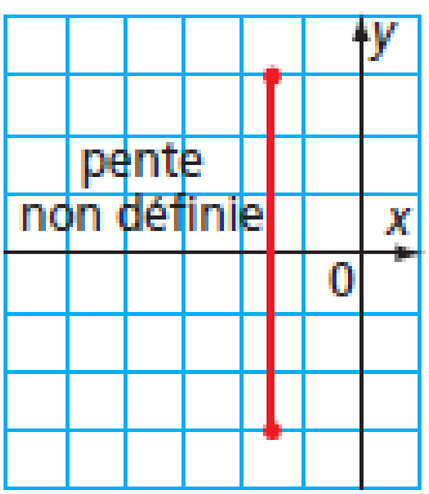
Pour un segment de droite horizontal, la variation de y est nulle et x augmente. Le déplacement vertical est de 0 et le déplacement horizontal est positif.



$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = \frac{0}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = 0$$



Pour un segment de droite vertical, y augmente et la variation de x est nulle. Le déplacement vertical est positif et le déplacement horizontal est de 0.

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{0}$$

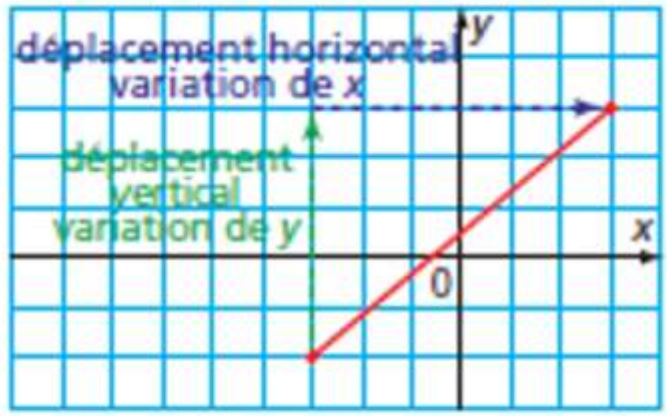
Une fraction dont le dénominateur est égal à 0 n'est pas définie.

3.3.3 Calcul de pente

1) Calcul de la pente graphiquement.

$\boldsymbol{pente} = \frac{\boldsymbol{déplacement\ vertical}}{\boldsymbol{déplacement\ horizontal}}$ **pente = m =** $\frac{\boldsymbol{\Delta dvert}}{\boldsymbol{\Delta dhor}}$

$$\Delta = \boldsymbol{variation/différence}$$



Le **déplacement vertical** est la distance verticale entre les valeurs de y des points (coordonnées).

Le **déplacement horizontal** est la distance horizontale entre les valeurs de x des points (coordonnées).

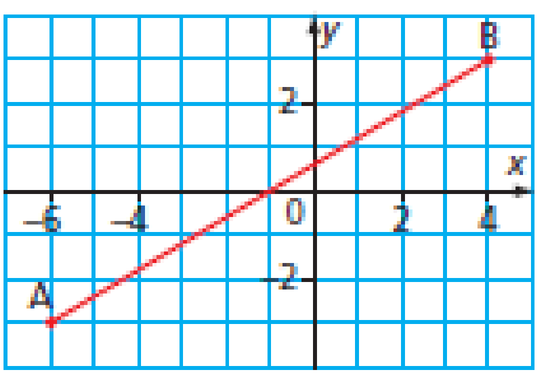
La pente d'un segment de droite dans un plan cartésien correspond à son taux de variation.

Taux de variation = $\frac{\boldsymbol{variation\ de\ la\ variable\ dépendante}}{\boldsymbol{variation\ de\ la\ variable\ indépendante}} = \frac{\boldsymbol{variation\ de\ y}}{\boldsymbol{variation\ de\ x}}$

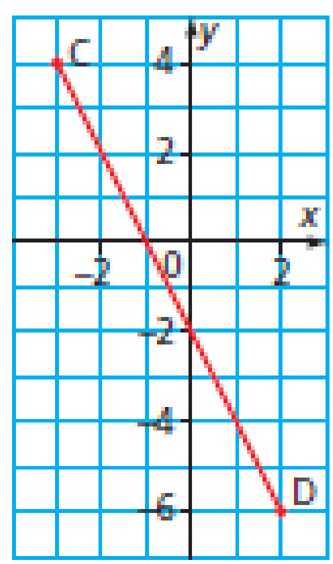
Taux de variation = $\frac{\boldsymbol{déplacement\ vertical}}{\boldsymbol{déplacement\ horizontal}} = \frac{\boldsymbol{\Delta vertical\ (y)}}{\boldsymbol{\Delta horizontal\ (x)}}$ **= pente (m)**

Exemple 1 :
Détermine la pente de chaque segment de droite.

a)



b)

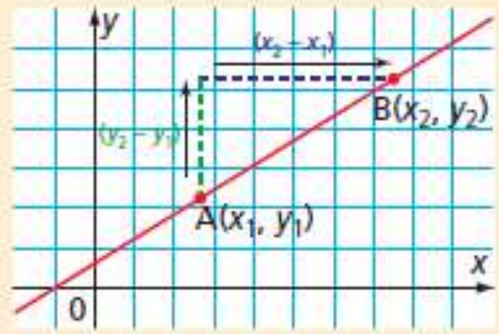


2) Calcul de pente algébriquement.

La pente d'une droite

Une droite passe par les points $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$.

Pente de la droite AB $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



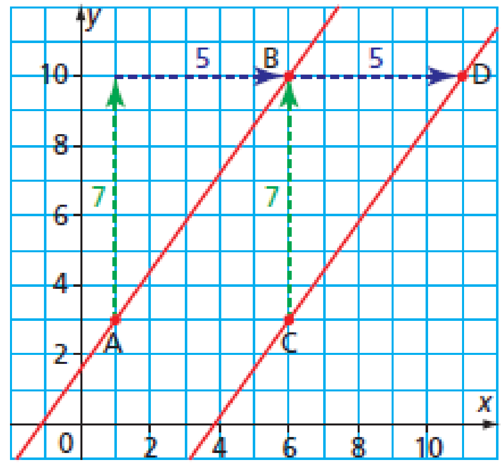
Exemple 2 :
Détermine la pente de la droite qui passe par les points C(-5, -3) et D(2, 1).

Exemple 3 :

Détermine un autre point de la droite qui a une pente de $\frac{3}{2}$ et une coordonnée de (-1, -1).

Leçon 4 : Des droites parallèles ou perpendiculaires

3.4.1 Les droites parallèles



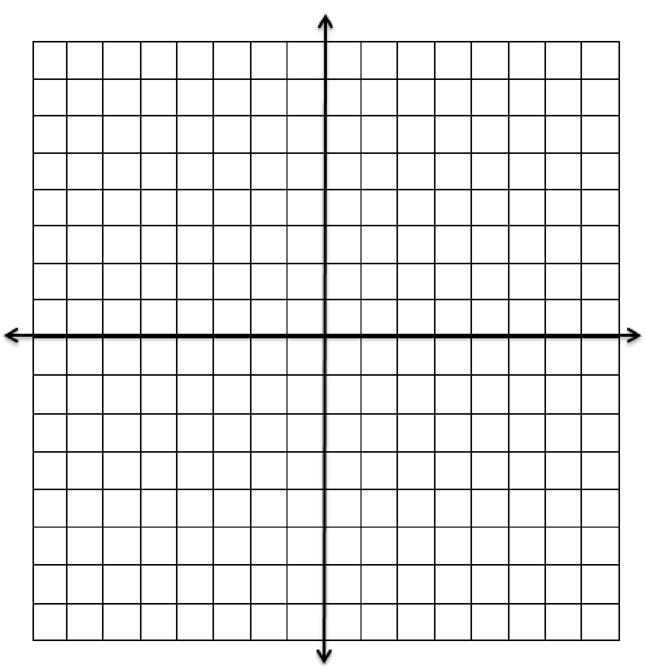
Deux droites AB et CD qui ne se croisent jamais sont dite ____________________ si leurs pentes sont ______________________.

Pente de AB $= \frac{7}{5}$ Pente de CD $= \frac{7}{5}$

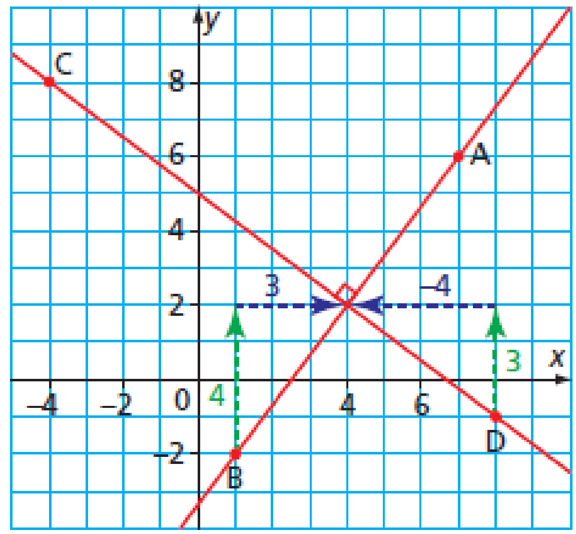
Exemple 1 :

La droite CD a une pente de $\frac{1}{2}$. Quelle est la pente d'une droite parallèle ?

Exemple 2 :
La droite GH passe par les points G(-4, 2) et H(2, -1). La droite JK passe par les points J(-1, 7) et K(7, 3). La droite MN passe par les points M(-4, 5) et N(5, 1). Trace ces droites. Sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.



3.4.2 Les droites perpendiculaires



Deux droites AB et CD qui se croisent à un angle d'exactement de 90° sont dites ___________________________. Les pentes de deux droites perpendiculaires sont dites ____ de l'une et l'autre.

Si on multiplie les deux pentes et la valeur = -1 les droites sont perpendiculaires.

Exemple 3 :

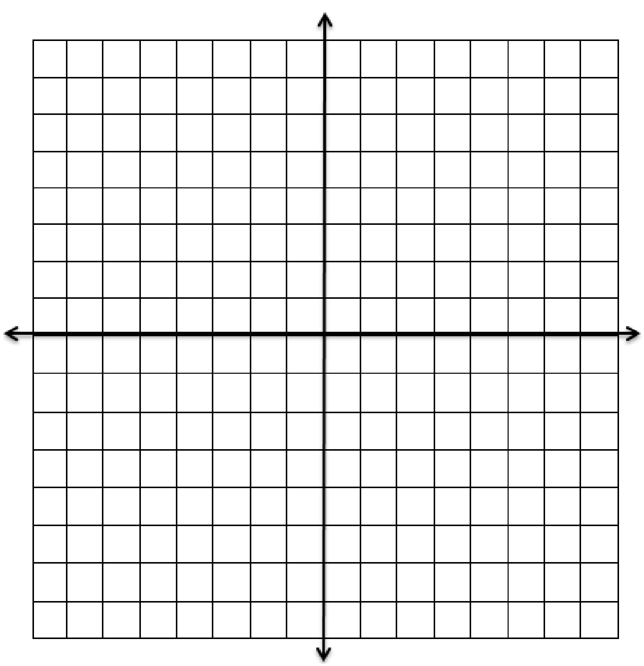
La droite PQ a une pente de $\frac{1}{4}$. Quelle est la pente d'une droite perpendiculaire ?

Vérification :

Exemple 4 :

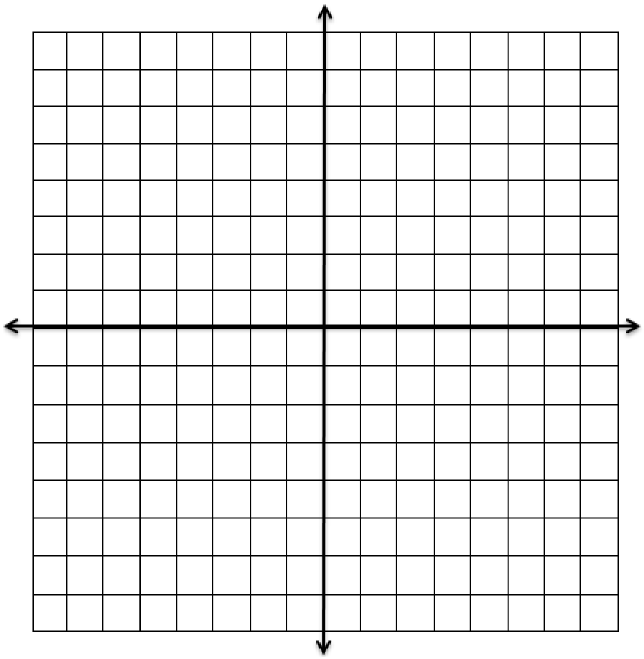
La droite PQ passe par les points P(-7, 2) et Q(-2, 10). La droite RS passe par les points R(-3, -4) et S(5,1).

a) Trace les droites.



b) Ces droites sont-elles parallèle, perpendiculaires ou ni l'un ni l'autre. Justifie ta réponse.

Exemple 5 :

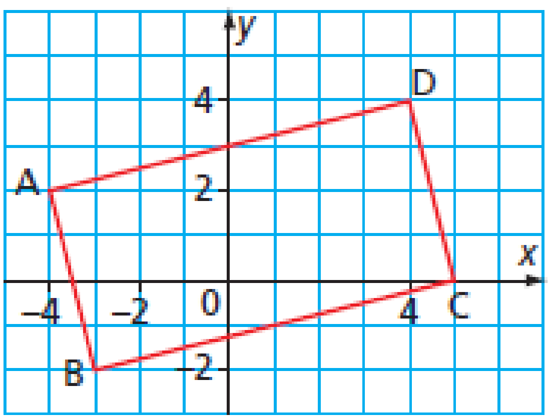


a) Détermine la pente d’une droite perpendiculaire à la droite qui passe par les points E(2, 3) et F(-4, -1).

b) Détermine les coordonnées d’un point G tel que la droite EG est perpendiculaire à la droite EF.

Exemple 6 : Problème

Détermine si le polygone ABCD est un parallèlogramme ou un rectangle, un losange ou un carré. Justifie ta réponse.



Leçon 5 : Tracer une droite

Vous allez construire des graphiques linéaires sur des plans cartésien. Vous allez utiliser des équations pour tracer les graphiques.

Nous allons voir trois genres d'équations :

A) **Forme explicite (y = mx + b) : Ex :** $y = 3x + 2$

B) **Forme pente-point (y – y1) = m(x – x1) : Ex : y – 5 = 2(x – 1)**

C) **Forme générale (Ax + By + C = 0) : Ex:** $-4x - y + 1 = 0$

A) Avec une table de valeurs

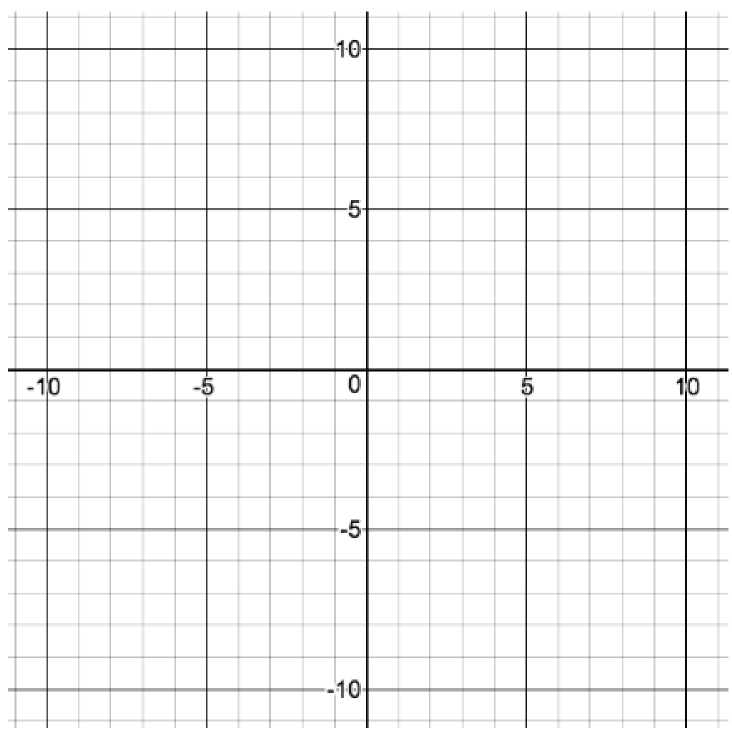
1) Créer une table de valeurs pour l'équation dans la question.
2) Choisis les valeurs de x.
3) Remplace chaque valeur de x dans l'équation pour trouver les valeurs de y correspondantes.
4) Marque-le point/coordonnée (x, y) sur le graphique.
5) Reliez tous les points.

Exemple 1 :

Trace le graphique de cette droite :

$y = 3x + 2$

x	y

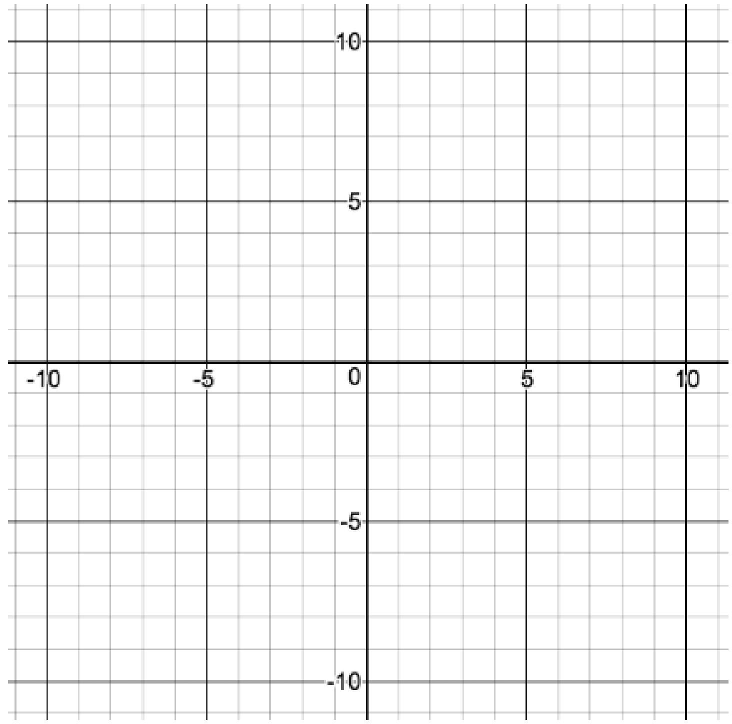


Exemple 2 :

Tracez le graphique de cette droite :

$-4x - y + 1 = 0$

x	y



B) Avec les coordonnées à l'origine

Toutes les droites linéaires vont avoir une abscisse et une ordonnée à l'origine.

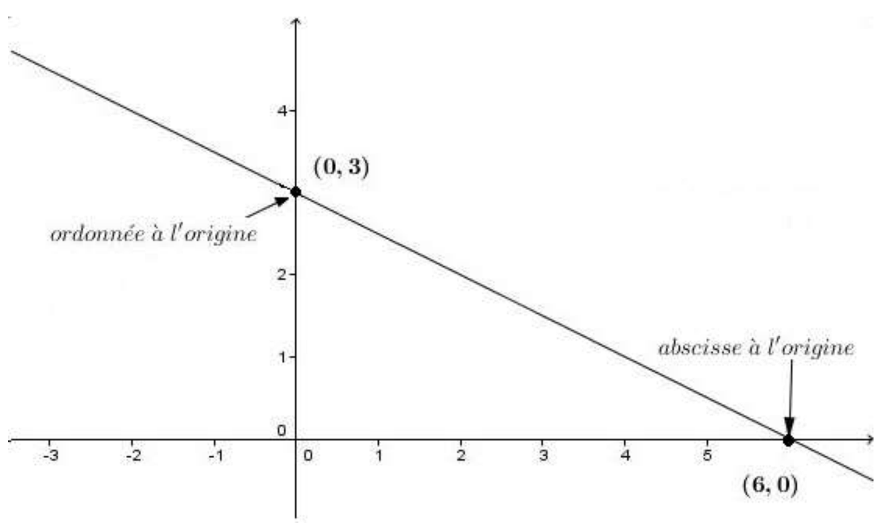
Les coordonnées à l'origine sont les abscisses (x, 0) et ordonnée (0, y) à l'origine.

Abscisse à l'origine (zéro) :

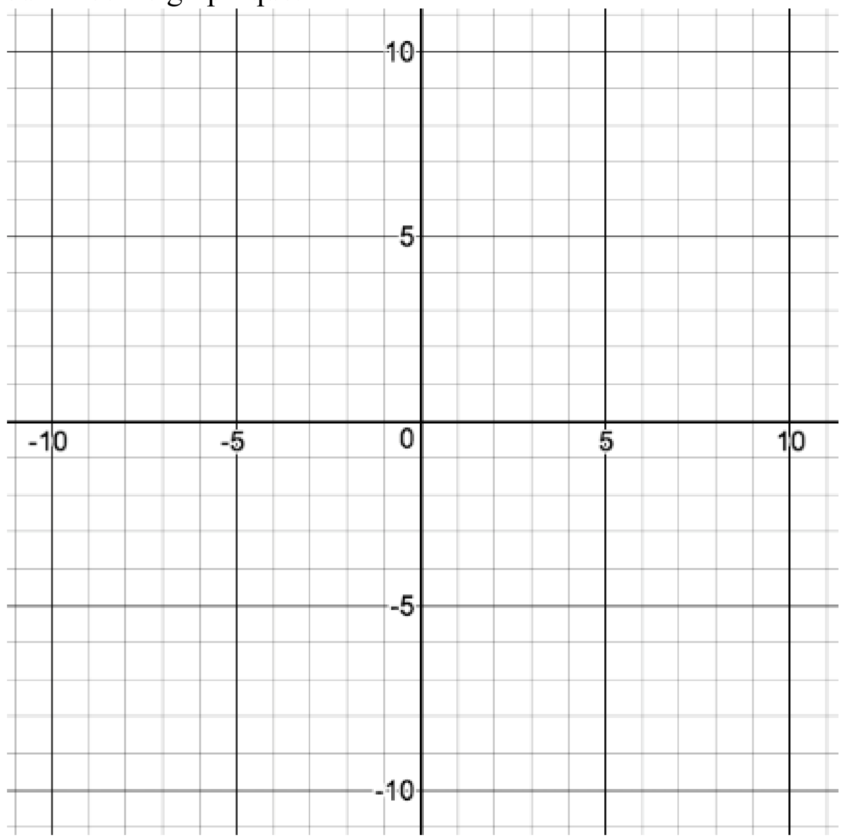
- c'est la valeur de x quand y = 0
- c'est quand la droite linéaire croise l'axe des x.

Ordonnée à l'origine :

- c'est la valeur de y quand x = 0
- c'est quand la droite linéaire croise l'axe des y.



Exemple 3 :
Détermine les coordonnées à l'origine pour tracer le graphique.

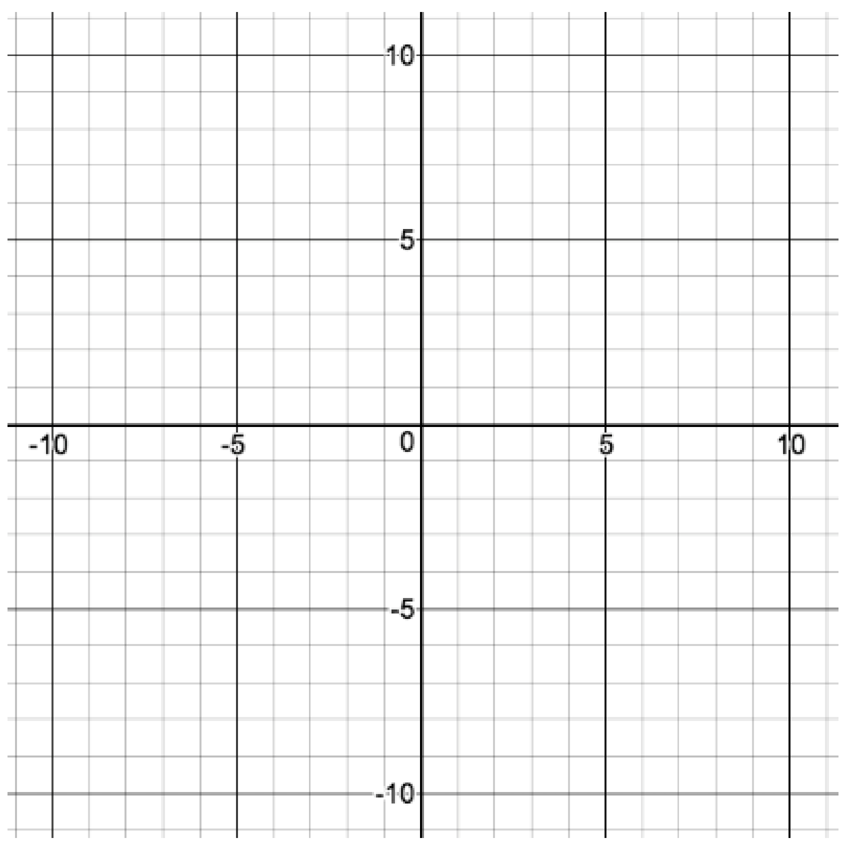


y = -3x + 6

Ordonnée à l'origine :

Abscisse à l'origine :

Exemple 4 :
Détermine les coordonnées à l'origine pour tracer le graphique.



-2x + 3y + 12 = 0

Ordonnée à l'origine :

Abscisse à l'origine :

C) À partir de la pente et l'ordonnée à l'origine (ou un autre point) y = mx + b

N'oubliez pas l'ordonnée à l'origine c'est quand x = 0.

Ex : y = 2x + 3

Ordonnée à l'origine = y = 2(0) + 3 = 3

m = pente = 2 b = 3 = ordonnée à l'origine

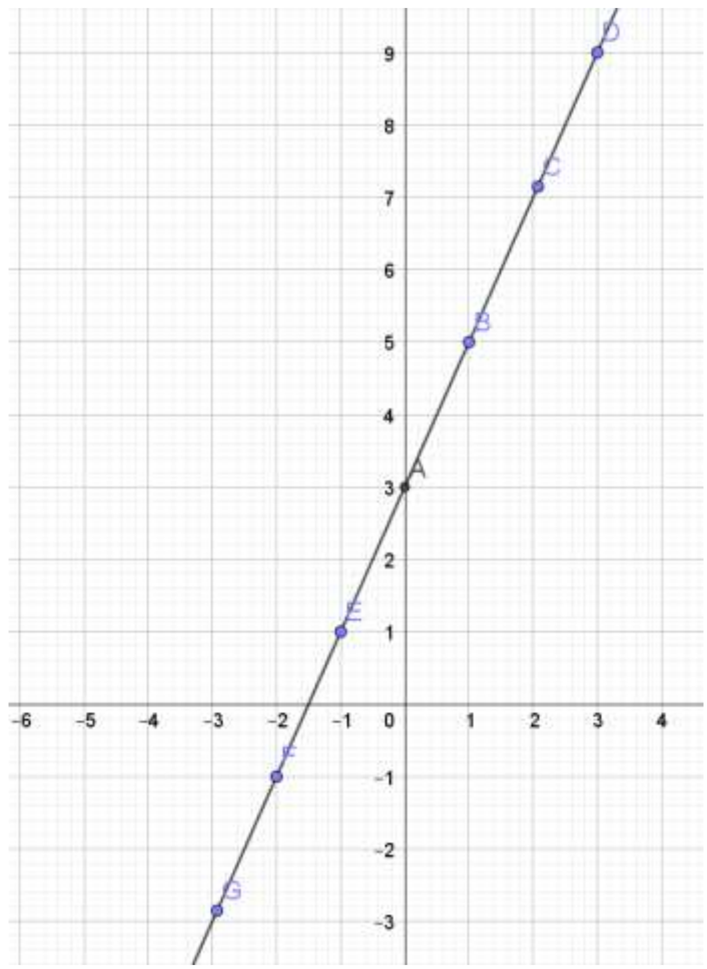
Donc l'ordonnée à l'origine c'est la valeur de b dans l'équation explicite.

Rappelle :

Pente = m = $\frac{\boldsymbol{déplacement\ vertical}}{\boldsymbol{déplacement\ horizontal}} = \frac{\boldsymbol{rise}}{\boldsymbol{run}}$

Pente = + : veut dire que le graphique augmente vers le haut de gauche à droite.

Pente = – : veut dire que le graphique descend vers le bas de gauche à droite.



Étape pour tracer :

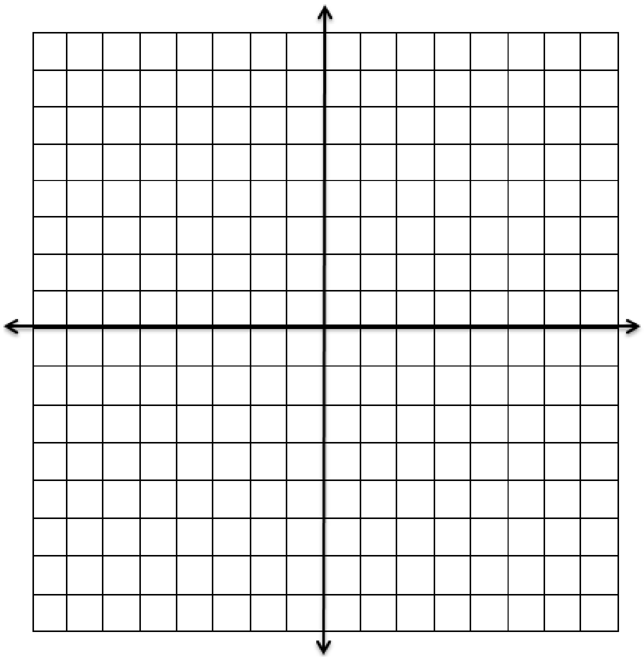
1) Place l'ordonnée à l'origine ou un autre point sur le plan cartésien (point A)
2) Trouve la pente (m). (Valeur et signe)
3) Le numérateur c'est le « rise » et le dénominateur c'est le « run ». Place un deuxième point en utilisant la pente. (point B).
4) Continue d'utiliser la pente pour placer les points à la droite.
5) Place les points à la gauche de l'ordonnée à l'origine en faisant le déplacement inverse.
6) Reliez les points avec un règle.

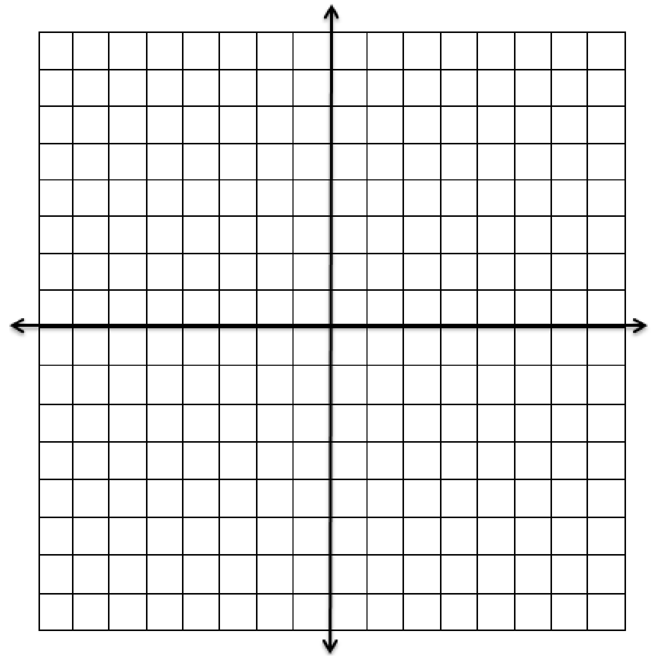
Exemple 1 :

Trace les graphiques linéaires.

a) $y = 3x - 5$

b) $y = -\frac{3}{4}x + 6$



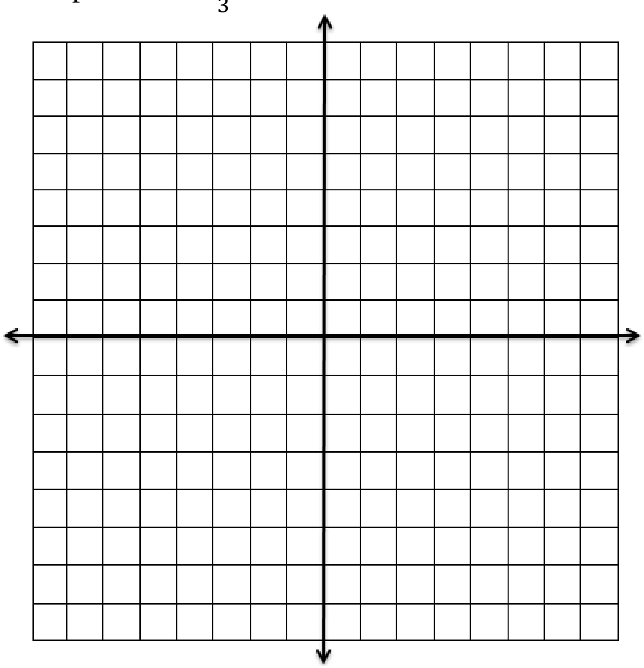


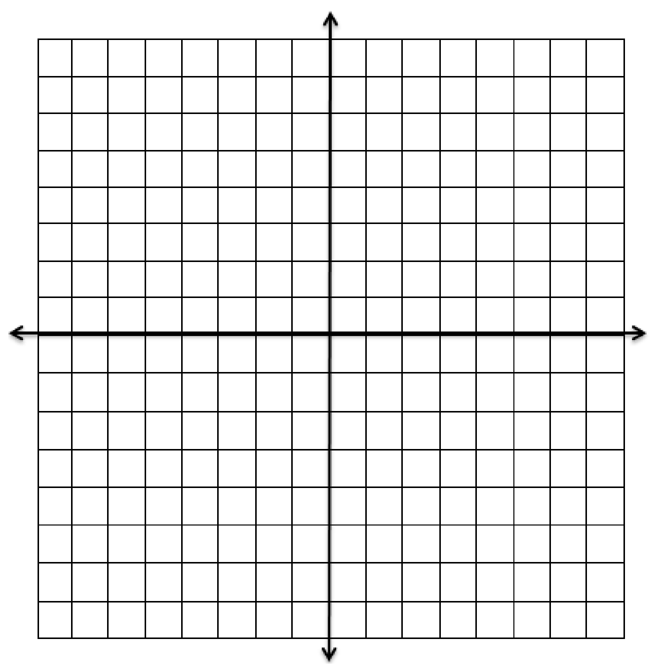
Exemple 2 :

Trace les graphiques linéaires :

a) d’une droite qui passe par le point (-3, 1) avec une pente de $-\frac{2}{3}$.

b) $y - 2 = \frac{1}{3}(x + 4)$





Leçon 6 : Trouve l'équation d'une droite

Il y a trois types d'équations :

1) Explicite
2) Pente-Point
3) Générale

A) Sous la forme explicite

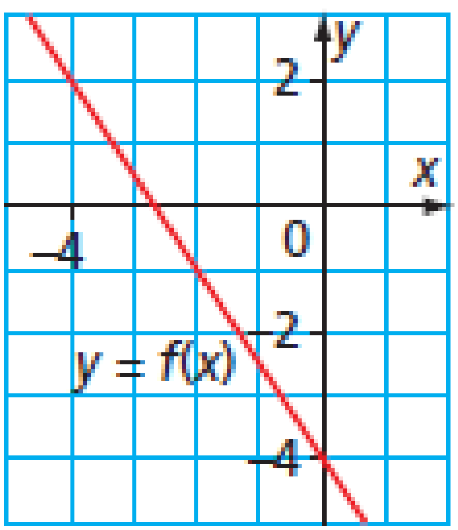
Si on connaît la pente et l'ordonnée à l'origine, on peut trouver l'équation de la droite dans la forme explicite.

$$y = mx + b$$

- Nous insérons la valeur de la pente pour m
- Nous insérons la valeur de l'ordonnée à l'origine pour b

Exemple 1 :
Quelle est l'équation de la droite ayant une pente de 3 et une ordonnée à l'origine à -7 ?

Exemple 2 :
Détermine l'équation sous forme explicite de la droite.



Exemple 3 :
Quelle est l'équation de la droite qui passe par le point (-6, -1) qui a une pente de -1/2 ?

B) Sous la forme pente-point

Lorsque tu connais la pente d'une droite et les coordonnées d'un point qui appartient à la droite, tu peux déterminer une équation de la droite à l'aide de la propriété selon laquelle la pente d'une droite est constante.

La droite ci-contre à une pente de -3 et passe par le point P(-2, 5).
À l'aide d'un autre point quelconque Q(x, y) de la droite, on peut écrire l'équation de la pente, m :

Pente = m = $\dfrac{\boldsymbol{déplacement\ vertical}}{\boldsymbol{déplacement\ horizontal}}$

$$m = \frac{y-5}{x-(-2)}$$

- Nous insérons le point dans la formule algébrique de la pente (m).
- Nous insérons la valeur de la pente dans l'équation.
- Nous isolons le y – y1 sur un côté tout seul (alors multiplie le dénominateur sur l'autre côté).

$$m = \frac{y-5}{x+\ 2}$$

$$-3 = \frac{y-5}{x+\ 2}$$

$$-3(x+2) = (x+2)\left(\frac{y-5}{x+2}\right)$$

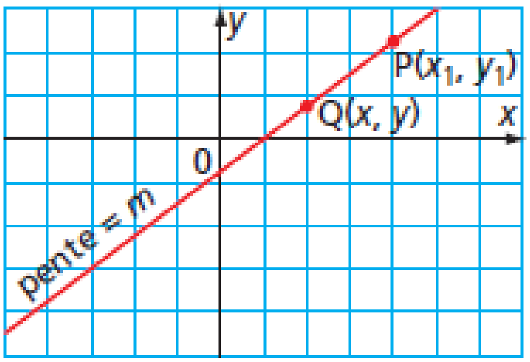
$$-3(x+2) = y-5$$

$$y-5 = -3(x+2)$$

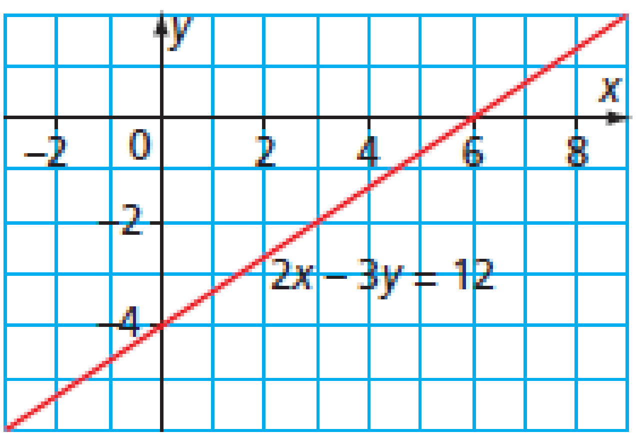
$$m(x-x_1) = (x-x_1)\left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right)$$

Exemple 4 :
Détermine l'équation de la droite sous la forme pente-point pour le graphique qui a une pente de $\frac{3}{4}$ et qui passe par le point (-1, -2).

Exemple 5 :
Détermine l'équation de la droite sous la forme pente-point.



C) Sous la forme générale (standard)



Le graphique est décrit par l'équation :
$2x - 3y = 12$.
$2x - 3y - 12 = 0$

2 et 3 sont les coefficients
-12 est le terme constant (numéro sans variable)

Les coefficients et les termes constants sont des nombres entiers.

Les équations explicites et pente-point sont converties/réarrangées sous forme générale.

$$Ax + By + C = 0$$

La forme générale peut être convertis sous forme explicite.

Exemple 1 :

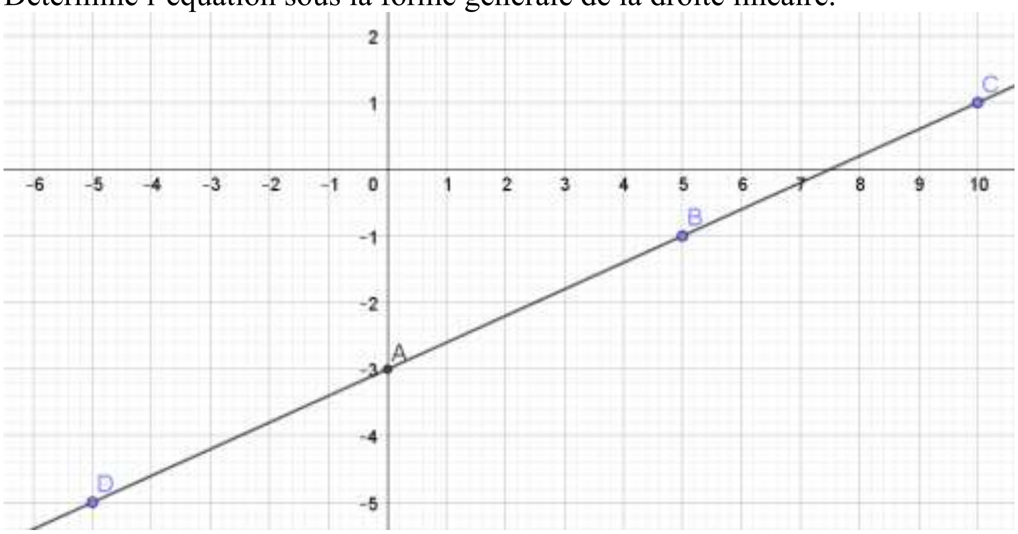
Écris l'équation sous la forme générale.

a) $y = -\frac{2}{3}x + 4$

b) $y - 1 = \frac{3}{5}(x + 2)$

Exemple 2 :

Détermine l'équation sous la forme générale de la droite linéaire.



Exemple 3 :

Quelle est l'équation générale de la droite qui passe par (-3, -1) et (1, 7) ?

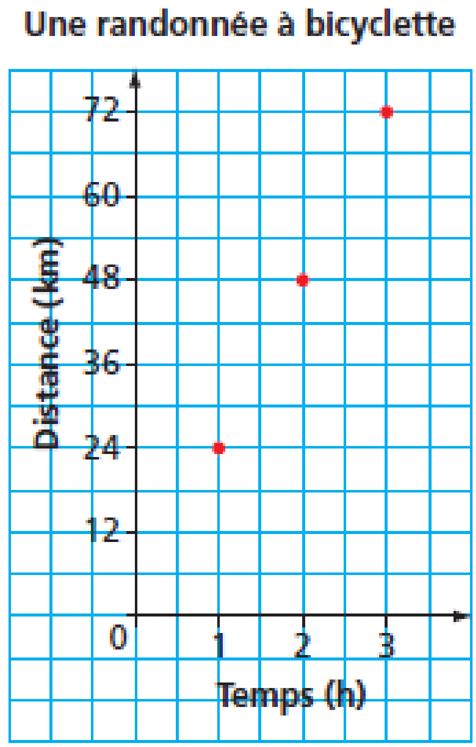
Exemple 4 :

Détermine la pente de la droite d'équation $3x - 2y - 16 = 0$.

Leçon 7 : Problème à mot/Problème Contexte

Exemple 1 :

Yvonne a fait une randonnée à bicyclette sur le Sentier transcanadien au Manitoba. À divers moments, elle a noté la distance parcourue depuis son départ. Elle a représenté graphiquement ces données dans un plan cartésien.



a) Quelle est la pente de la droite qui passe par ces points ?

b) Que représente cette pente ?

c) Détermine la distance qu'Yvonne a parcourue en 1,75 heure ?

d) Détermine le temps qu'Yvonne a mis à parcourir 55 km ?

Exemple 2 :

Le conseil étudiant organise une soirée de danse. Le prix du billet d'entrée est de 5 \$ et les services de l'animateur coûtent 300 \$.

a) Écris une équation qui représente le bénéfce B, en dollars, en fonction du nombre n, de billets vendus.

b) Si 123 personnes achètent un billet, quel est le bénéfice réalisé ?

c) Si le bénéfice réalisé s'élève à 350 \$, combien de personnes ont acheté un billet ?

d) Le conseil peut-il réaliser un bénéfice de 146 \$ exactement ? Justifie ta réponse.

Exemple 3 :

La somme en degrés des angles dans un polygone, s, est une fonction linéaire du nombre de côtés, n, de ce polygone. La somme des angles dans un triangle est de 180°. La somme des angles dans un quadrilatère est de 360°.

a) Écris une équation linéaire pour représenter cette fonction.

b) À l'aide de l'équation, détermine la somme des angles dans un dodécagone.

Leçon 8 : La technologie