Mathématique Appliquée 40S

Enseignante : Mme. Layton

Nom de l'élève :

____

Note Fonctions Sinusoïdales

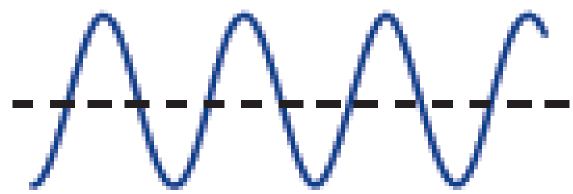
Table des Matières

Leçon 1 : Explorer les caractéristiques des fonctions sinusoïdales (périodique)

y = asin(bx + c) + d (avec la calculatrice)

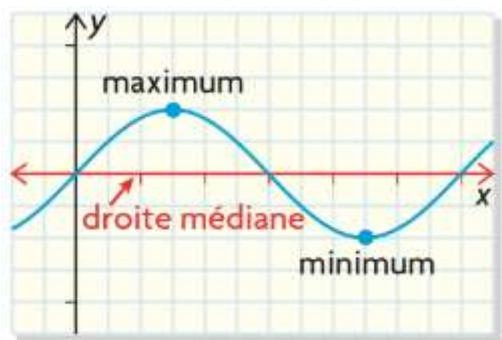
Caractéristiques :

Fonction Périodique :
Fonction dont le graphique se répète selon des cycles ou des intervalles réguliers.



Le nom donné à une courbe qui fluctue régulièrement comme celle de la fonction sinus.
Une courbe qui oscille à répétition au-dessus et en dessous d'une droite horizontale centrale, la droite médiane.

Droite médiane (d : déplacement vertical) :
Droite horizontale placée à mi-chemin entre le maximum et le minimum d'une fonction périodique.



$$d = \frac{valeur\ maximale + valeur\ minimale}{2}$$

C'est la moyenne

Maximum = (d + $|a|$) et Minimum = (d – $|a|$)

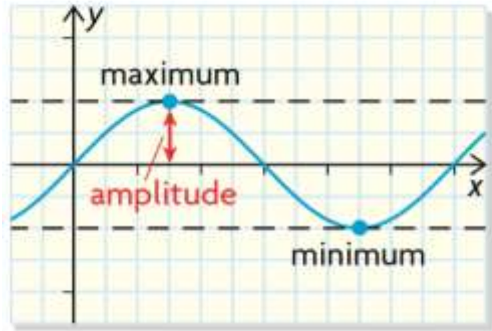
Ex : **y = 4 sin(5x – 6) – 3** **d = -3**

Déphasage : (c : déplacement horizontale) :
Le déplacement horizontal est une translation horizontale du graphique d'une fonction sinusoïdale.
Il est représenté par le ***d*** dans la fonction :

y= 3sin(2x – 8) + 5
y = 3 sin 2(x – 4) + 5 attention il doit être factorisé
DH = 4 (4 unités vers la droite)

y = 2 sin 7(x + 6) – 2 ➔ y = 2 sin 7(x – (-6)) - 2
DH = -6 (6 unités vers la gauche)

Amplitude :
Distance entre la droite médiane et le maximum ou le minimum d'une fonction périodique. L'amplitude est toujours exprimée sous la forme d'un nombre positif.

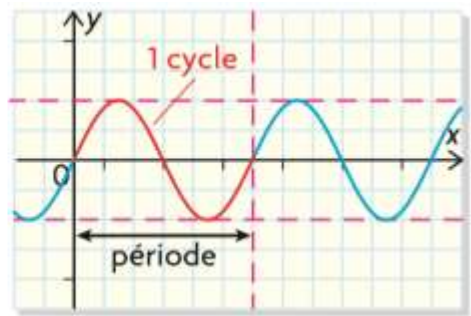


y = **a**f(x) y = **a**sinx ou y = **a**cosx

amplitude = a $= \dfrac{valeur\ maximale - valeur\ minimale}{2}$

Avec un objet en forme d'un cercle qui complet un mouvement cyclique l'amplitude représente le rayon.

Période :
Dans le domaine, longueur de l'intervalle permettant de compléter un cycle (un graphique se répète).

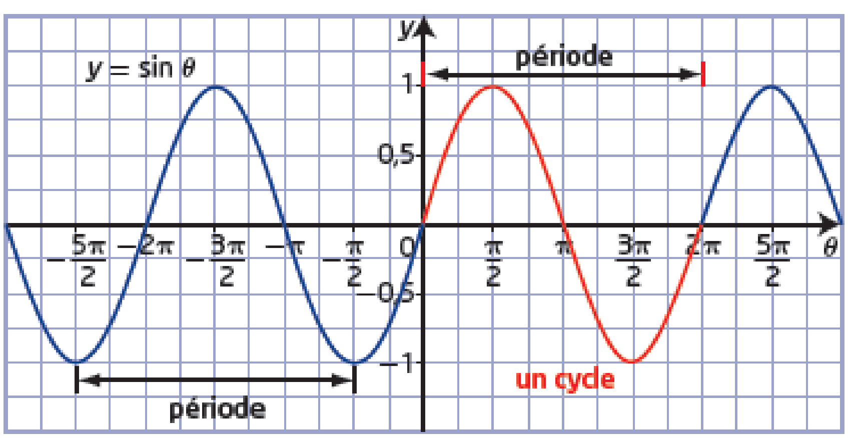


La longueur horizontale d'un cycle d'un graphique périodique.
y = sin(bx)

période : $\boldsymbol{\dfrac{360°}{|b|}\ ou\ \dfrac{2\pi}{|b|}}$

donc b = $\boldsymbol{\dfrac{360°}{période}\ ou\ \dfrac{2\pi}{période}}$

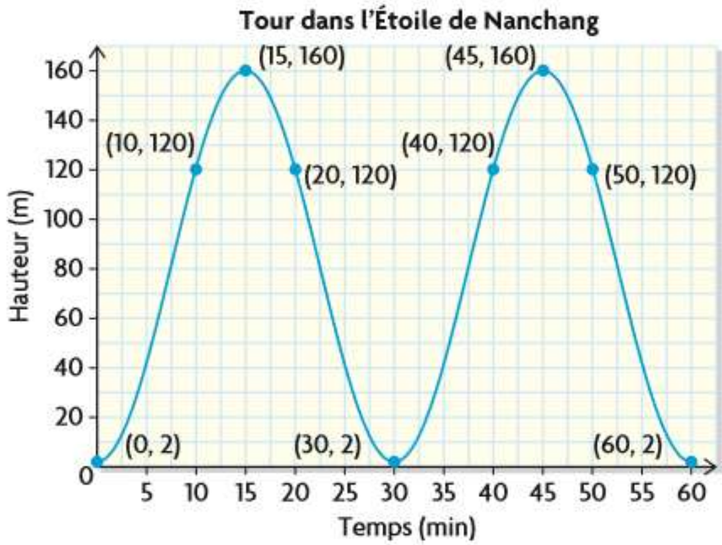
La Période d'une fonction sinusoïdale est associée à la valeur de b qui représente un étirement horizontal. y = f(bx) y = sin**b**x ou y = cos**b**x



A) Les Caractéristiques à partir d'un graphique

Exemple 1 :

Des élèves de la promotion de Simone ont participé à un programme d'échange en Chine. Là-bas, ils sont montés dans l'Étoile de Nanchang, l'une des plus grandes roues foraines du monde. Simone a tracé le graphique de la fonction sinusoïdale représentant le tour en manège.



Les caractéristiques d'une fonction sinusoïdale associés à une fonction périodique avec un contexte.

a) Détermine le maximum du graphique. Quelle est la hauteur maximale qu'atteindra un passager ou une passagère de la roue foraine ?

b) Détermine l'image du graphique. Que représente cette valeur ?

c) Détermine l'amplitude du graphique. Que représente cette valeur ?

d) Détermine l'équation de la droite médiane. Que représente cette valeur ?

e) Détermine la période du graphique. Explique ta méthode de travail.

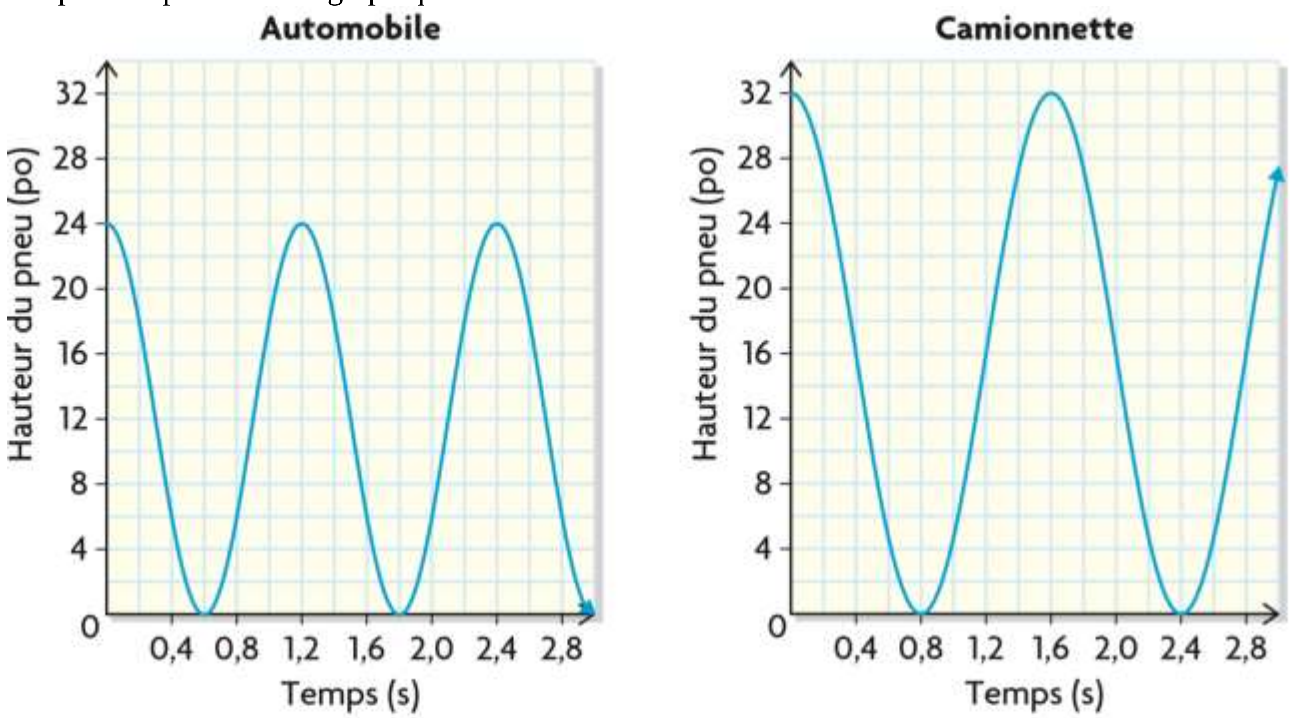
f) Combien de temps faut-il à l'Étoile de Nanchang pour faire une rotation complète ?

g) Combien de temps faut-il pour se rendre du bas jusqu'au haut de la roue foraine ?**********

Exemple 2 :

Alexis et Colin possèdent une automobile et une camionnette. Ils ont remarqué que les compteurs kilométriques des deux véhicules ne donnaient pas les mêmes valeurs pour la même distance. Dans le cadre de leur recherche pour comprendre cette situation, ils ont marqué à la craie le flanc extérieur d'un pneu de chaque véhicule.

Les graphiques suivants montrent la hauteur des pneus pendant qu'ils tournent alors que les véhicules avancent à la même vitesse lente mais constante. Que peux-tu déterminer au sujet des caractéristiques des pneus à partir de ces graphiques ?



Le **minimum** des deux graphiques est 0. (C'est logique parce que les pneus roulent sur le sol.)

a) Détermine les hauteurs maximums des pneus.

Maximum pour l'automobile = __________ Maximum pour la camionnette = _________

Ces valeurs représentent la hauteur maximale de la marque à la craie, c'est-à-dire le diamètre de chaque pneu. Le diamètre du pneu de la camionnette est 8 po plus grand que celui du pneu de l'automobile.

b) Détermine les centres des pneus.

c) Détermine le temps qu'il prend pour chaque roue de faire une rotation (un tour).

B) Les Caractéristiques à partir d'une équation

Exemple 3 :
Détermine le maximum, le minimum, la droite médiane, l'amplitude, la période, le déphasage, l'ordonnée à l'origine et l'image de la fonction suivant. Où $\left\{x \in R \;\middle|\; 0 \leq x \leq 2\pi\right\}$

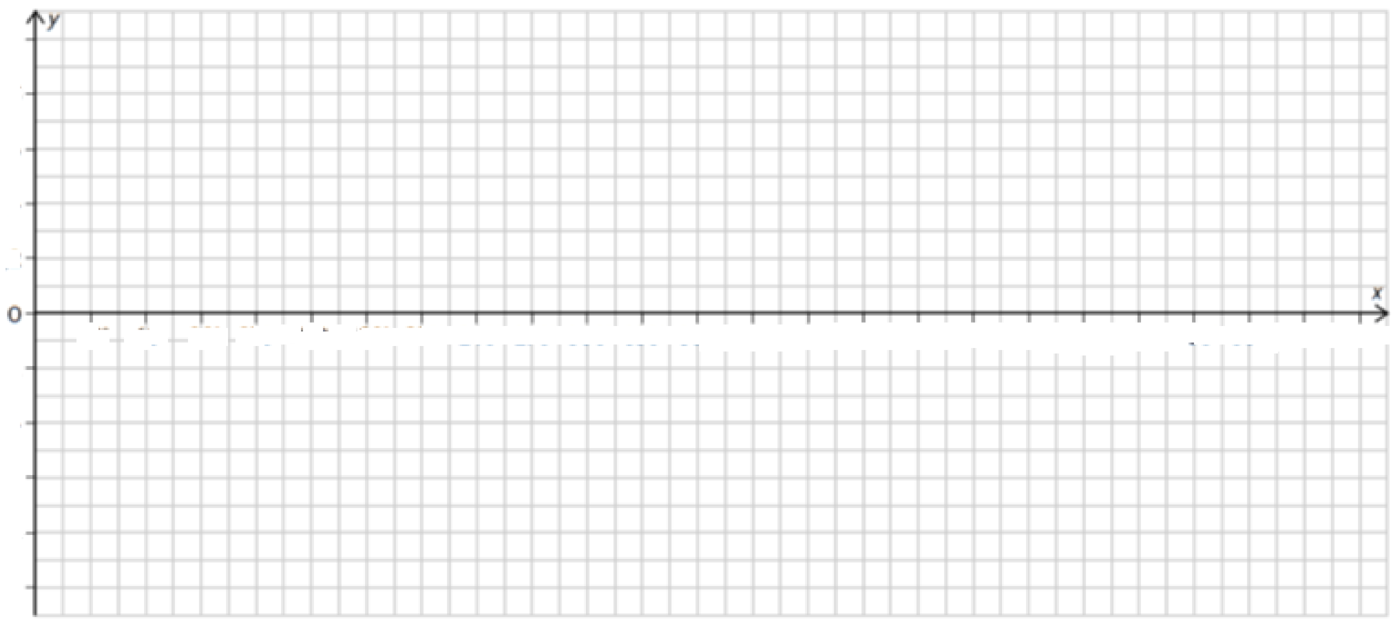
y = asinb(x – c) + d
y = 4sin(3x – 6) + 1 **OU** **y = 4sin3(x – 2) + 1**

Leçon 2 : Trace les graphiques des fonctions sinusoïdales

Caractéristiques nécessaires pour tracer un graphique.

Minimum	Maximum	Période
Amplitude	Droite médiane	Abscisses et ordonnée à l'origine

Exemple 1 :
La première roue foraine a été construite par George Ferris en 1893. Elle mesurait 80,4 m de hauteur, et une rotation complète prenait 9 minutes. Supposons que la hauteur minimale de cette roue foraine était de 0 m. Trace le graphique du déplacement d'une de ses nacelles.



Exemple 2 : Le Grand Nord porte le nom de « Pays du soleil de minuit » pour une bonne raison : en divers endroits pendant certains jours des mois d'été, le soleil ne disparaît jamais sur l'horizon. On peut représenter le nombre d'heures de clarté à Iqaluit, au Nunavut, par la fonction
$y = 8{,}245 \sin 0{,}0172(x - 80{,}988) + 12{,}585$, où x égale le numéro du jour de l'année.

a) Combien d'heures de clarté y a-t-il à Iqaluit lors des jours suivants ?
i) le jour le plus court de l'année. ii) le jour le plus long de l'année

b) Quelle est la période de cette fonction sinusoïdale ? Explique le lien entre la période et le contexte du problème.

Leçon 3 : Modélisation de données à l'aide de fonctions sinusoïdales

Pour trouver la régression sinusoïdale utilise sinreg

Exemple 2 :

Le tableau suivant représente les températures moyennes par mois à Ottawa :

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Temp.	-17	-16	-9	1	10	16	22	20	15	11	2	-11

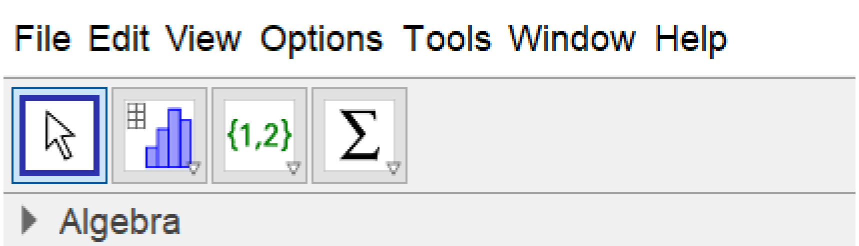
Étapes pour Geogebra

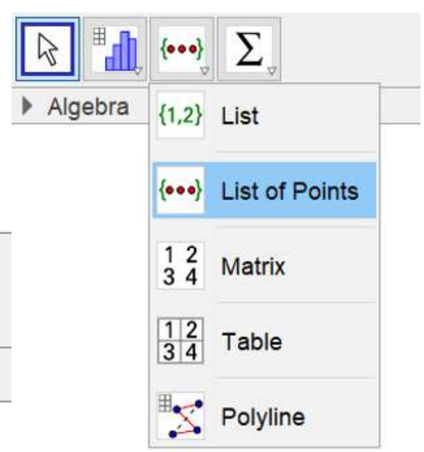
1) Choisis View : Spreadsheet

2) Insère les données de x et y dans le tableau.

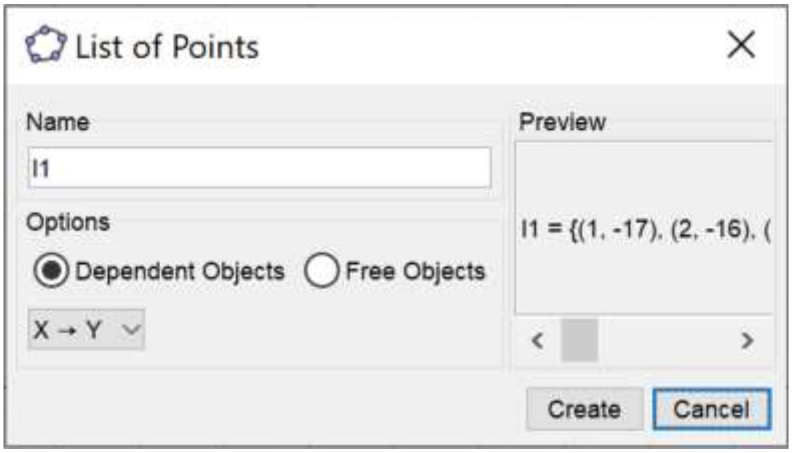
	A	B	C
1	1	-17	
2	2	-16	
3	3	-9	
4	4	1	
5	5	10	
6	6	16	
7	7	22	
8	8	20	
9	9	15	
10	10	11	
11	11	2	
12	12	-11	
13			

3) Souligner les données dans le tableau (sélectionne tous) et choisis {1,2} ensuite choisis List of points.

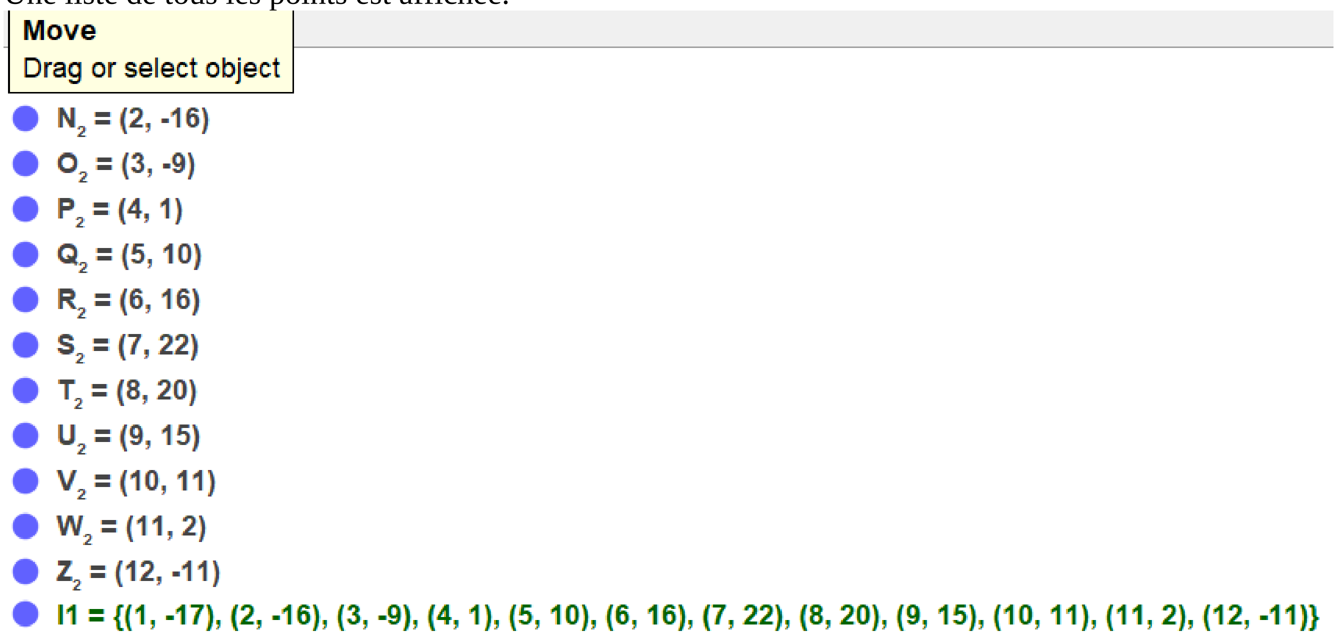




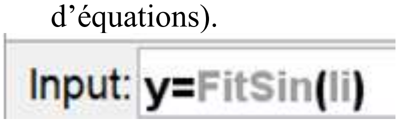
4) Une fenêtre ouvre (l1) est écrit alors créer



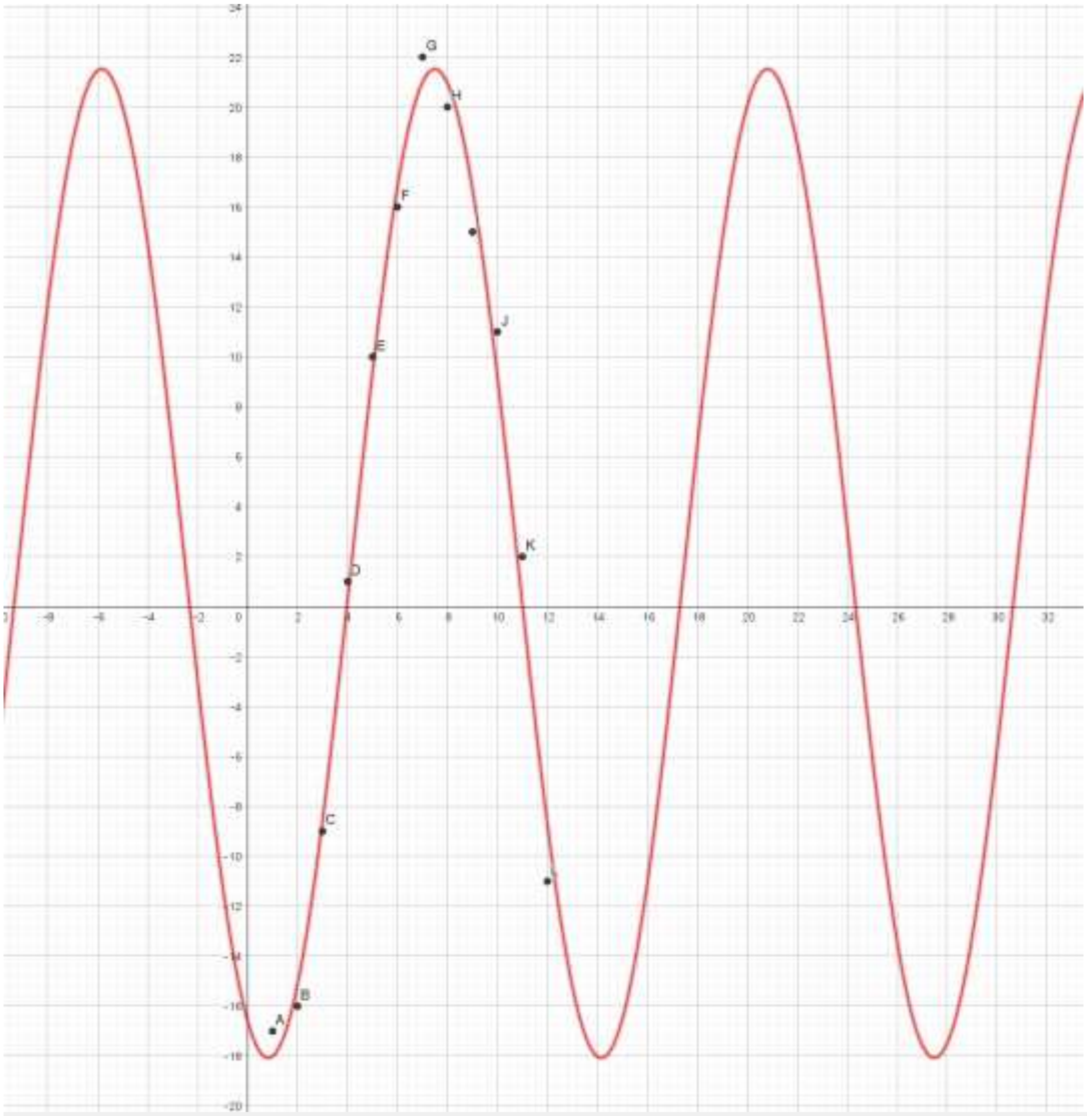
Une liste de tous les points est affichée.



5) Insère y=fitsin(l1) et touche entrer (tu peux choisir de la liste aussi, il y a toutes les autres types d'équations).



Le programme Geogebra trace le graphique le mieux ajusté et l'équation sinusoïdale est affiché.



Algebra

- A = (1, -17)
- B = (2, -16)
- C = (3, -9)
- D = (4, 1)
- E = (5, 10)
- F = (6, 16)
- G = (7, 22)
- H = (8, 20)
- I = (9, 15)
- J = (10, 11)
- K = (11, 2)
- L = (12, -11)
- l1 = {(1, -17), (2, -16), (3, -9), (4, 1), (5, 10), (6, 16), (7, 22), (8, 20), (9, 15), (10, 11), (11, 2), (12, -11)}
- $f(x) = 1.724 + 19.797 \sin(0.471x - 1.961)$

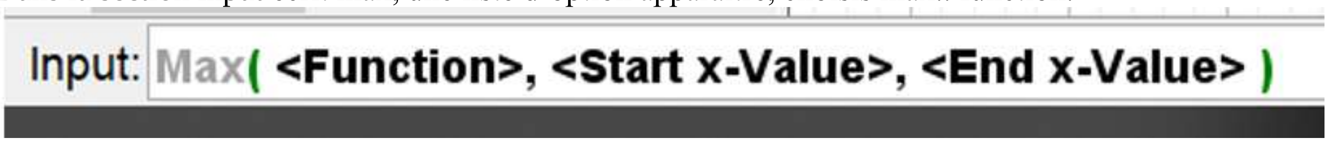
6) Ensuite vous pouvez répondre aux questions.

a) Détermine l’équation sinusoïdale qui représente ces données.

$y = 19{,}797\sin(0{,}41x - 1{,}961) + 1{,}724$

b) C’est quoi la température maximale ? minimale ainsi que les jours qu’ils sont atteints ?

Dans la section input écrit max, une liste d’option apparaître, choisis max.. function.



Ensuite dans la section de function écrit f, pour start value écrit une valeur de x à la gauche du maximum, pour end value écrit une valeur de x qui est à la droite du maximum.

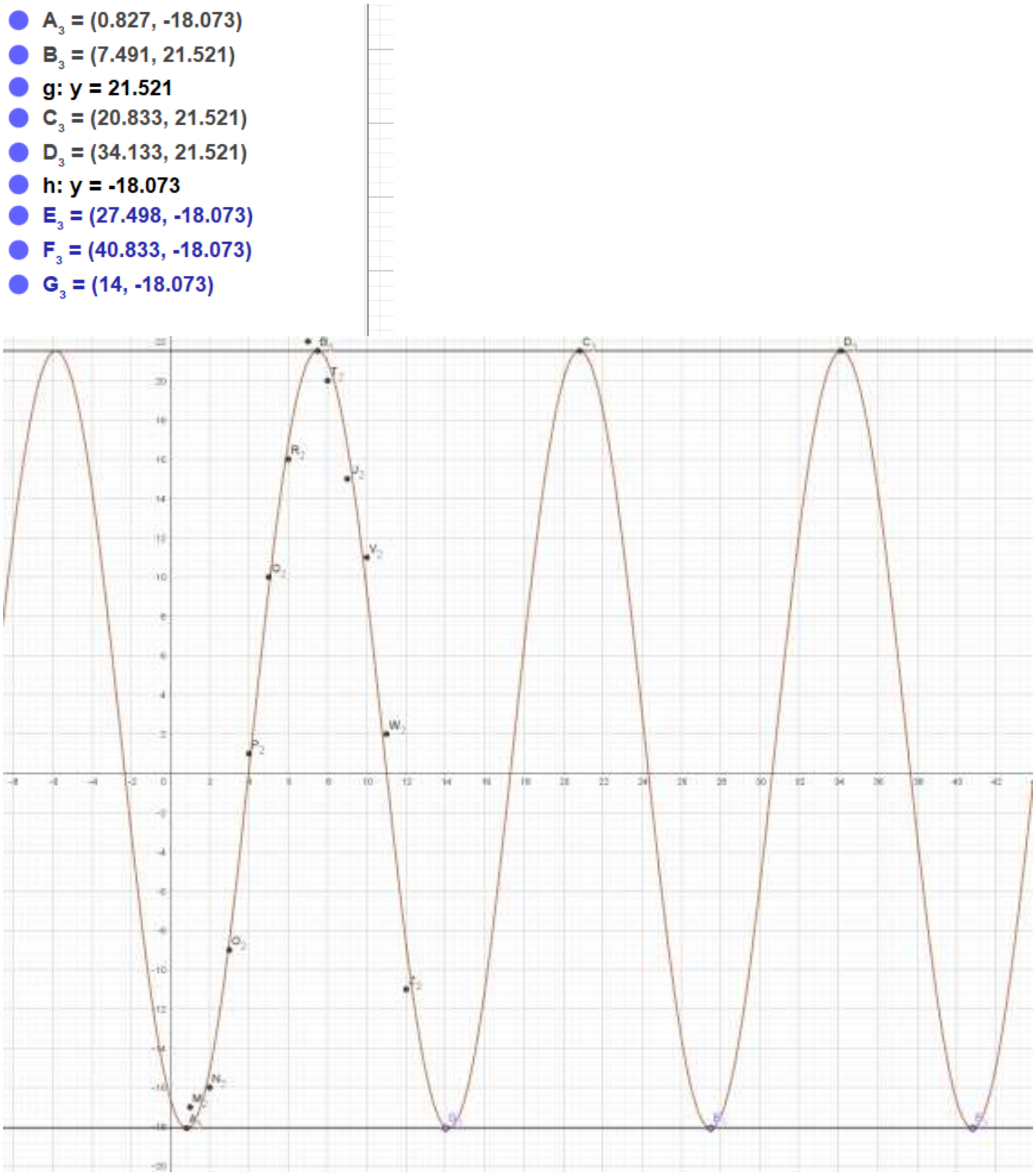
Ex :

Ensuite dans la section de function écrit f, pour start value écrit une valeur de x à la gauche du minimum, pour end value écrit une valeur de x qui est à la droite du minimum.

Ex :

Geogebra va afficher la coordonnée du min et max qui se trouve entre l’intervalle de x que vous avez choisis. Si vous choisis une autre intervalle pour un max ou min il va afficher cette coordonnée.

Tu peux ensuite insérer les valeurs de y = 21,521 et y = -18,073 et trouver les valeurs de x (le mois) pour chaque maximum et minimum.



Ensuite tu dois trouver le jours avec des calculs

Ex :

0,827 = le mois de janvier
Il y a 31 jours dans le mois de janvier alors
0,827 x 31 = 25,637 alors le 26 janvier

7,491 = le mois de août (7 = juillet alors 0,491 est dans le mois de août)
Il y a 31 jours dans le mois de août alors

0,491 x 31= 15,221 alors le 15 août

Exemple 2 :

À Anchorage, en Alaska, ils ont le nombre d'heures de lumière naturelle pendant les mois suivants, en moyenne :

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
8,4	10,2	11,9	14,2	19,3	22	20,1	14,2	11,4	10,1	8,2	5,5

a) Trouve l'équation sinusoïdale.

b) Quelle date offre le plus de lumière naturelle ?

c) Quelle date offre le moins de lumière naturelle?

d) Quand est-ce qu'ils ont exactement 12 heures de lumière ?

Exemple 3 :
En 2011, la Singapore Flyer de Singapour était la plus grande roue foraine du monde. La table ci-dessous donne la hauteur atteinte par une nacelle à différents moments.

Temps (min)	Hauteur (pi)
0	49
9,25	295
18,50	541
27,75	295
37,00	49
46,25	295
55,50	541
64,75	295
74,00	49

a) Détermine l'équation de régression qui représente ses données.

b) Jérémie est monté dans la roue foraine à midi et il a fait quatre tours consécutifs. Son ami Yanik était dans un édifice situé en face de la roue foraine, à une hauteur de 400 pi. À quels moments durant la 1er et 2^{e} rotation Jérémie a-t-il été à la même hauteur que Yanik ?

c) Combien de temps durant un tour est-ce que Jérémie se trouve plus haut que son ami Yanik ?

Exemple 4 :
La grande roue au Red River Ex a les données suivantes :
- ça prend 22 secondes pour compléter une rotation complète
- la hauteur minimum de cette grande roue se trouve 7 pieds du sol
- la grande roue à un rayon de 19 pieds

a) Détermine l'équation sinusoïdale.

b) Détermine la hauteur du passager à 8 secondes.

c) Détermine le temps durant la première rotation que le passager se trouve par-dessus de 22 pieds.