Pré-Calcul 40S

Enseignante :
Mme. Layton

Nom de l'élève :

____

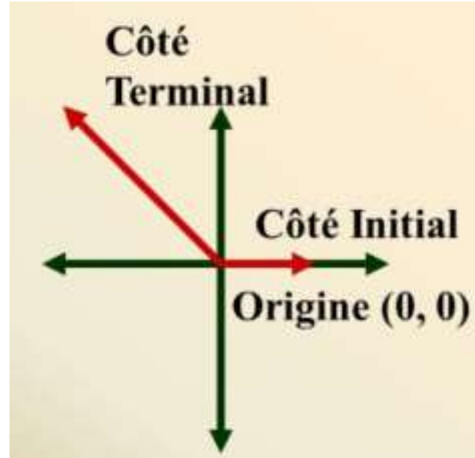
Note d'Unité :

Les Fonctions Circulaires

Les Fonctions Circulaires (le cercle unitaire)

Revue 11e

A) Les angles en position standard.



Position standard :

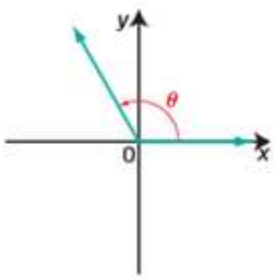
- Un angle dont le côté initial est situé sur la partie positive de l'axe des x et dont le sommet se trouve à l'origine.

Côté terminal :

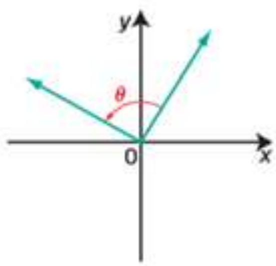
- Le côté d'un angle en position standard qui rencontre le côté initial à l'origine pour former l'angle.

Lequel des angles sont en position standard (normale) ?

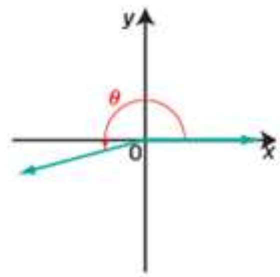
a)



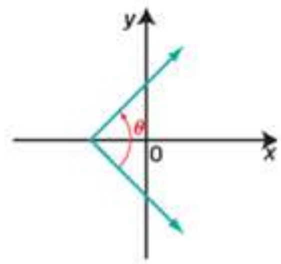
b)



c)

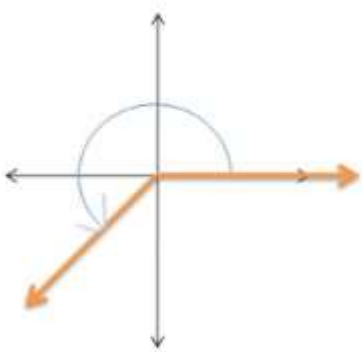


d)

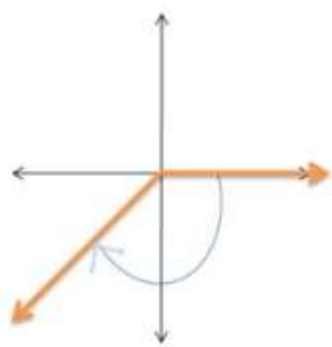


Angle positif est tracé dans le sens inverse des aiguilles

Angle négatif est tracé dans le sens avec les aiguilles



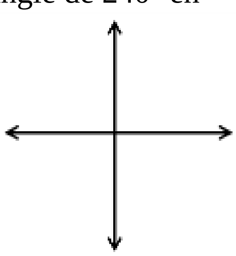
225°



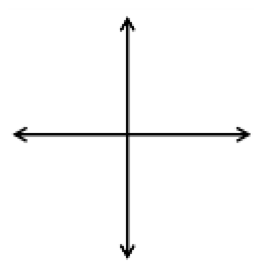
-135°

Un angle approprié (mesure) et dans le bon quadrant doit être tracé pour 1 point.

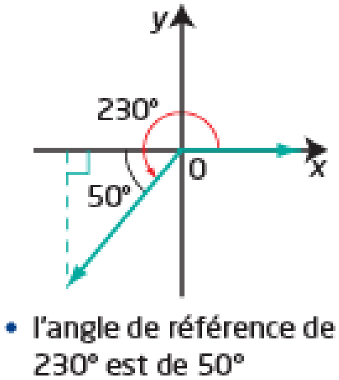
1. a) Trace un angle de 240° en position standard.



b) Trace un angle de -130° en position standard.



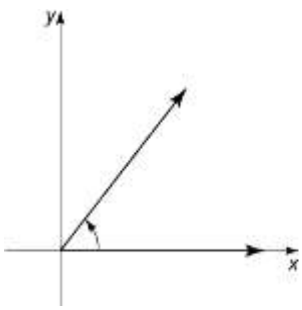
B) Les angles et les angles de référence

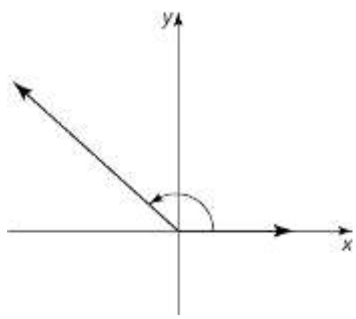


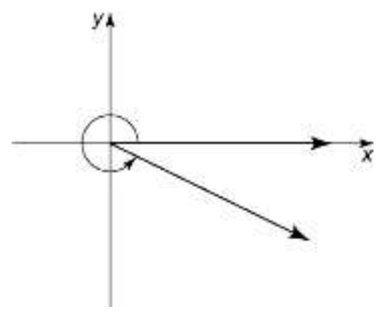
Angle de référence :

- Un angle aigu (plus petit que 90°) dont le sommet est situé à l'origine et qui est formé par le côté terminal d'un angle en position standard et l'axe des x.

2. Détermine la mesure de l'angle démontré si l'angle de référence est donné.



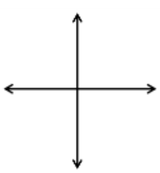
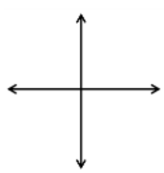
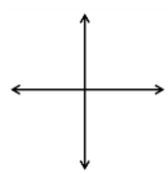
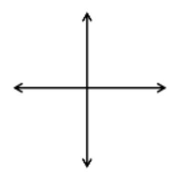




a) $\theta_r = 60°$ b) $\theta_r = 45°$ c) $\theta_r = 30°$

3. Trace chaque angle et indique l'angle de référence.

a) 150° b) -120° c) 225° d) -330°

4. Dans quel quadrant le côté terminal de chaque angle en position standard se trouve-t-il ? Détermine l'angle de référence de chaque angle.

a) 330° b) 210° c) 60°

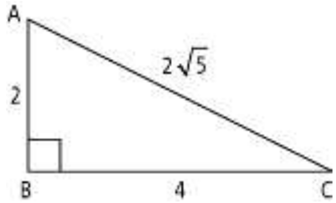
5. Détermine la mesure de l'angle θ en position standard qui satisfait les conditions données.

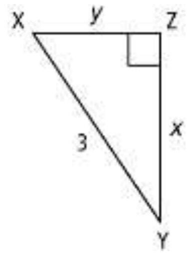
a) angle de référence de 60° ; côté terminal dans le quadrant IV

b) angle de référence de 45° ; côté terminal dans le quadrant II

C) Les Rapport Trigonométriques

6. Détermine les rapports trigonométriques indiqués pour chaque rectangle. Laisse tes réponses sous forme de rapports (fraction).

a) 

b) 

sin∠A = ?

cos ∠A = ?

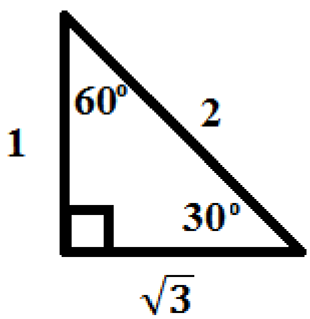
tan ∠C = ?

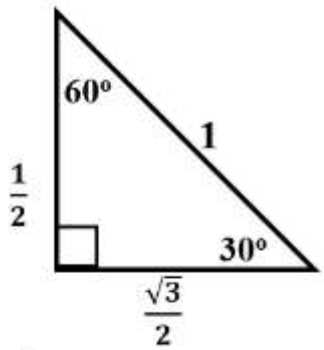
sin ∠Y = ?

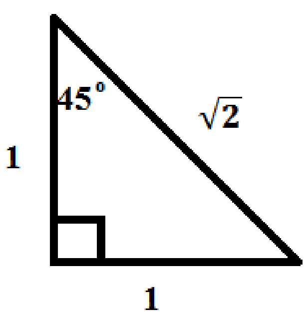
cos ∠Y = ?

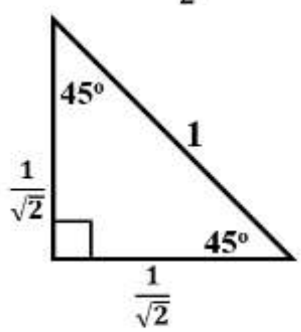
tan ∠X = ?

Voici des triangles qui représentent les valeurs exactes des angles. Utilise ces triangles pour répondre aux prochaines questions.

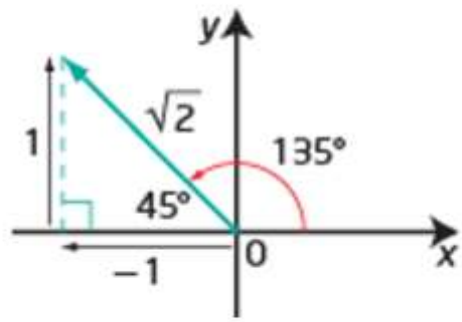








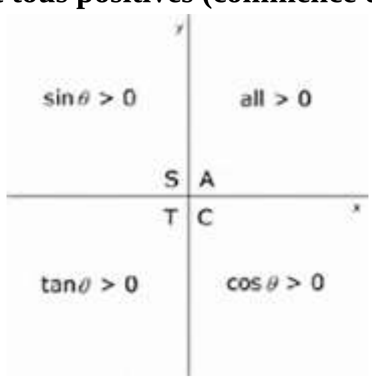
Exemple :



$\text{Sin}135^{o} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

CAST !!! Cos, All, Sin, Tan sont tous positives (commence dans quadrant IV)

Alors cos et tan sont négatifs **tous sont positifs**



Cos et sin sont négatifs **sin et tan sont négatifs**

7. Quelle est la valeur de chaque rapport trigonométrique ? Exprime tes réponses au valeur exacte.

Étape :

1) Trouve le quadrant pour θ donnée.
2) Trouve l'angle de référence et utilise les triangles pour trouver le rapport (fraction) pour la fonction trigonométrique.
3) Trouve le signe (+ ou -) dépendant du quadrant que l'angle se trouve qui va avec la fonction trigonométrique.

a) sin 30º b) cos 120º c) tan 225º d) sin 210º

e) cos330º f) tan150º g) sin240º h) tan300º

D) Les angles du cercle unitaire

8. Détermine les angles (détermine les solutions) qui représentent le rapport trigonométrique.

Étape :

1) Détermine les quadrants que l'angle se trouve en utilisant le signe (+ ou -) avec la fonction trigonométrique.
2) Détermine l'angle de référence qui va avec le rapport de la fonction trigonométrique.
3) Détermine tous les angles possibles pour la solution voulues.

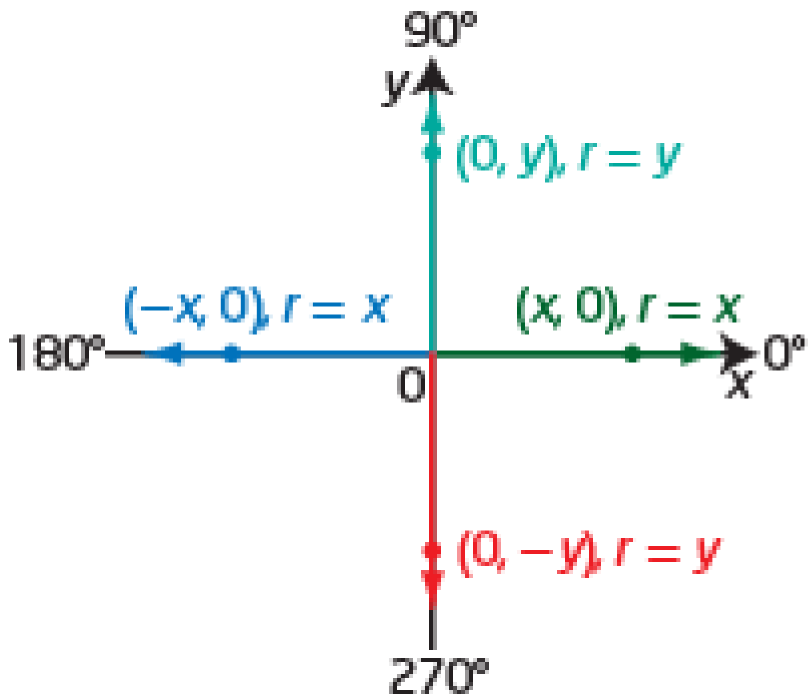
a) $sin\theta = -\frac{1}{2}$ b) $cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $tan\theta = -1$ d) $cos\theta = \frac{1}{2}$ e) $sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

f) $cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ g) $sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ h) $tan\theta = \sqrt{3}$ i) $tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

E) Les angles quadrantals et leurs rapports trigonométriques.

Un angle quadrantal :

- Un angle en position standard dont le côté terminal coïncide avec un des axes du plan cartésien.
- Par exemple, 0^o, 90^o, 180^o, 270^o et 360^o sont des angles quadrantals.



9. Détermine les valeurs des fonctions trigonométriques avec les angles quadrantales.

a) $\cos 90^o$ b) $\cos 180^o$ c) $\sin 270^o$

d) $\sin 360^o$ e) $\tan 90^o$ f) $\tan 0^o$

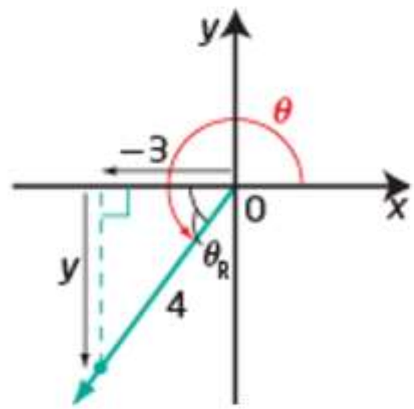
g) $\sin 90^o$ b) $\sin 180^o$ c) $\cos 270^o$

d) $\cos 360^o$ e) $\tan 270^o$ f) $\tan 180^o$

F) Les fonctions trigonométriques d'un point situé sur le côté terminal.

10. Le point A(-4, 3) se situe sur le côté terminal d'un angle θ en position standard. Quelle est la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique de θ ?

11. Soit θ, un angle en position standard dont le côté terminal se situe dans le quadrant III, et $\cos \theta = -3/4$. Quelles sont les valeurs exactes de $\sin \theta$ et de $\tan \theta$?



12. Soit $\sin \theta = \frac{1}{3}$. Détermine la valeur de $\cos\theta$ si θ n'est pas dans le quadrant I. Exprime ta réponse comme un radical sous forme composée.

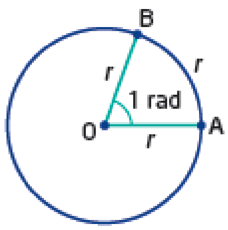
13. P(θ) représente un point sur le cercle unitaire, où θ est un angle en position standard.

a) Quelle peut être une valeur de θ si $P(\theta) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

Leçon 1 : Les angles et leur mesures

Radian :

- Un radian est la mesure de l'angle au centre sous-tend un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.
- $2\pi = 360°$ = une rotation complète $\qquad \pi = 3{,}14159 \ldots.\,rad \qquad 2\pi = 6{,}28 \ldots$
- Le symbole du radian est « rad »



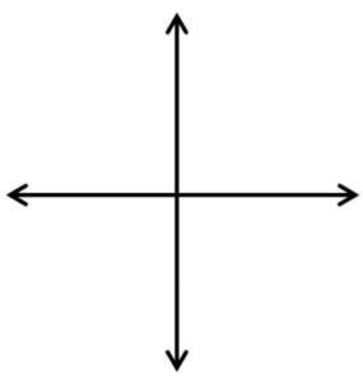
A) Convertir les degrés en radians et vice versa

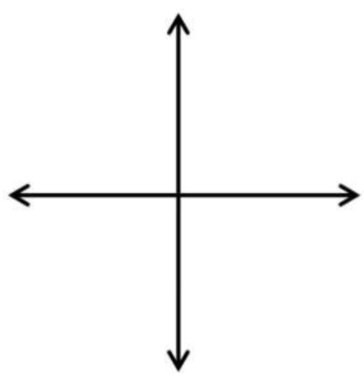
Estimer les Conversions

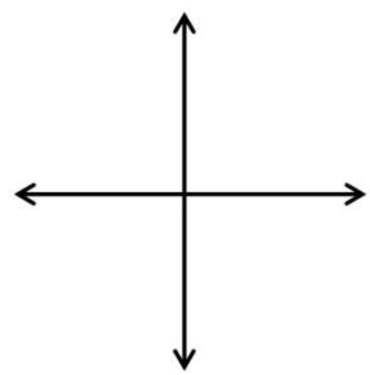
$\pi = 3{,}14159$ .... Rads Alors $180^o \approx 3\,rads$

1. Trace l'angle et indique combien de rads :

180^o = $\qquad$ 90^o = $\qquad$ 45^o =

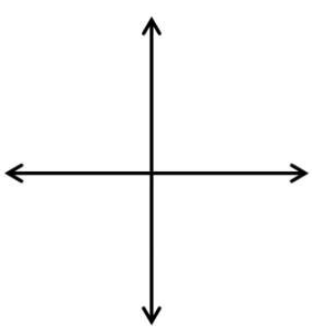


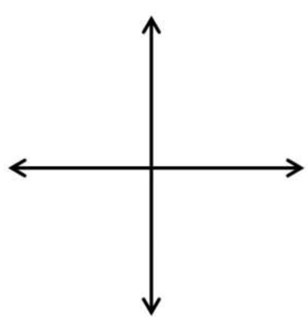


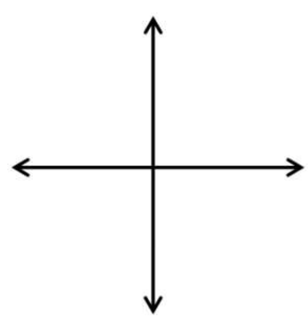


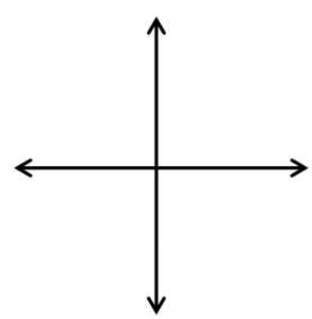
2. Trace l'angle et donne une estimation pour l'angle en degré (environ) :

1 rad = $\qquad$ 4,7 rads = $\qquad$ 2 rads = $\qquad$ 8.5 rads =







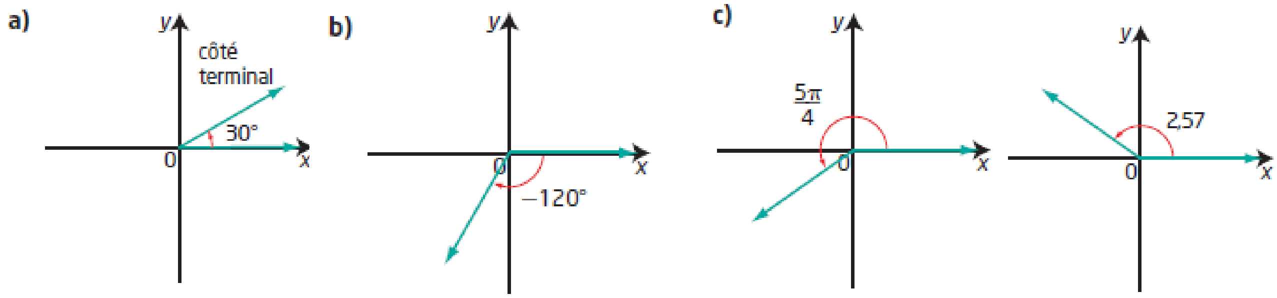


Conversion exacte

$\pi = 180^{o}$

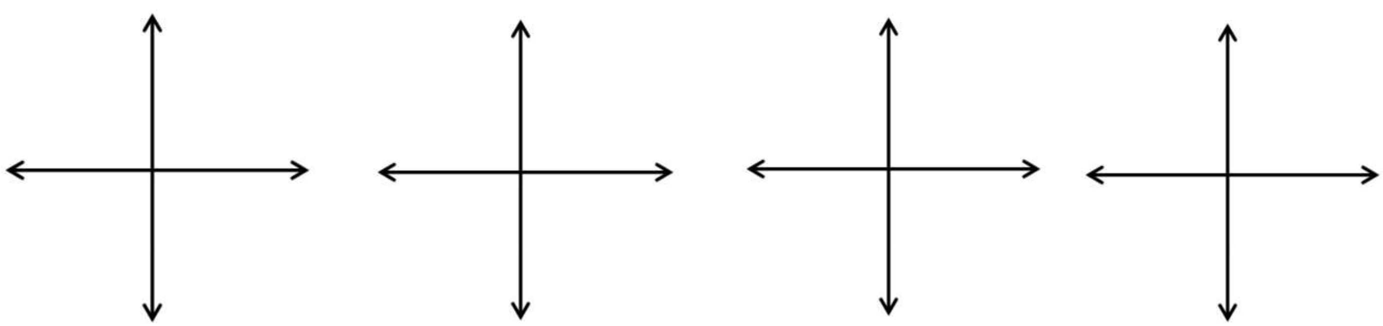
3. Trace chaque angle en position standard. Convertis les degrés en radians et les radians en degrés. Donne les mesures sous forme exacte et arrondis au millième.

a) 30^{o} b) -120^{o} c) $\frac{5\pi}{4}$ d) 2,57

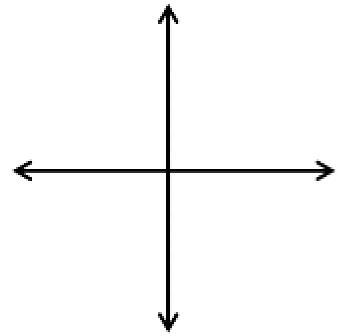


4. Trace les angles.

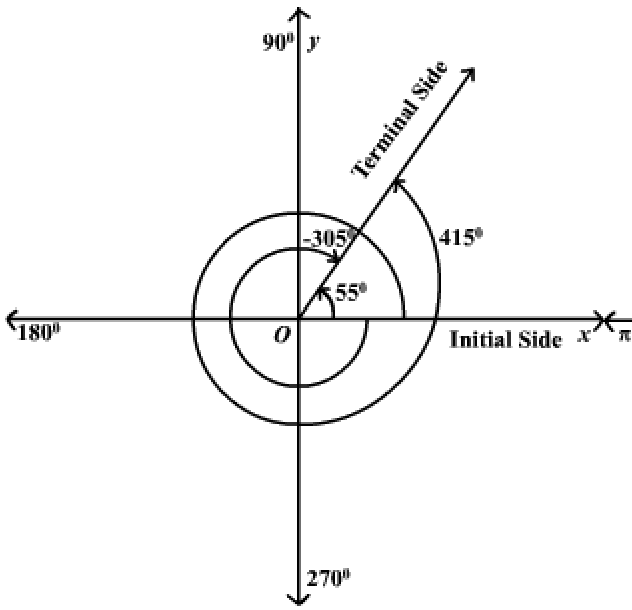
a) $\frac{7\pi}{5}$ b) $\frac{6\pi}{7}$ c) $-\frac{17\pi}{8}$ d) $-\frac{17\pi}{9}$

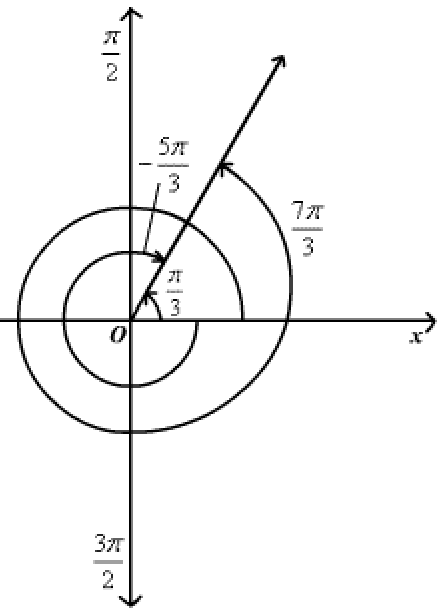


B) Angles Coterminaux :



- Des angles en position standard qui ont le même côté terminal.
- Leur mesure est exprimée en degrés ou en radians.
- Les angles de $\frac{-5\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3}$ et de $\frac{7\pi}{3}$ sont coterminaux, tout comme les angles -305°, 55° et 415°.
- Pour trouver un angle coterminal on fait tout un tourner.
  - Soit 2π ou 360°.

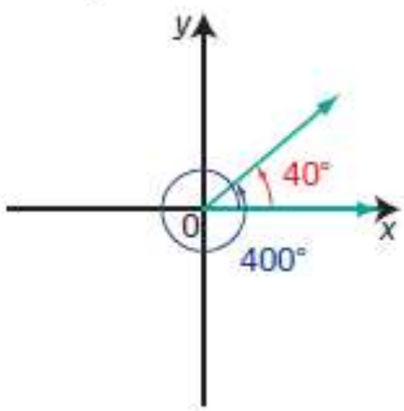




Exemple :

a) 40° Quadrant I

$$40° + 360° = 400°$$

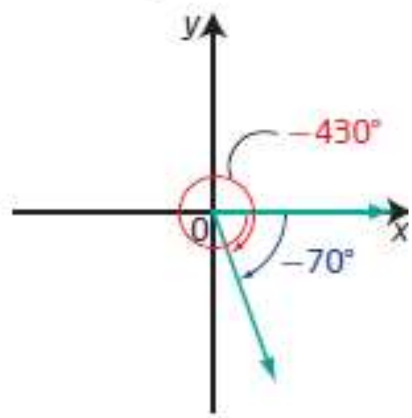


Donne un autre angle coterminal positif.

Donne un angle coterminal négatif.

b) -430° Quadrant IV

$$-430° + 360° = -70°$$



Donne un angle coterminal positif

Donne un angle coterminal négatif

c) Détermine les angles coterminaux à $\frac{8\pi}{3}$ dans l'intervalle $[-2\pi, 8\pi]$

Doit mettre 2π sur le même dénominateur pour l'additionner ou soustraire.

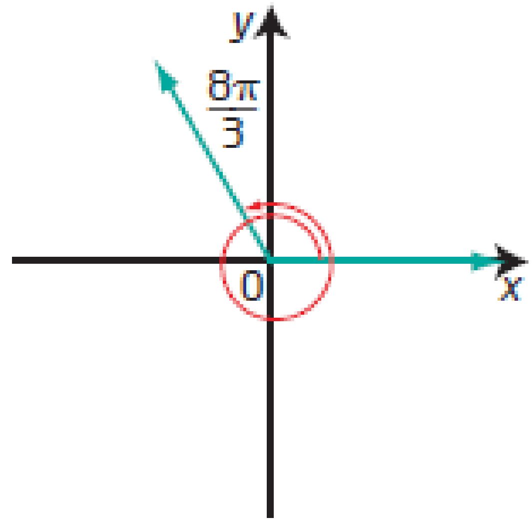
$2\pi = \frac{6\pi}{3}$

Alors :

$\frac{8\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = \frac{14\pi}{3}$

$\frac{14\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$

$\frac{8\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ $\quad \frac{2\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \frac{-4\pi}{3}$



Des angles coterminaux sont : $\frac{-4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \frac{20\pi}{3}$

Attention vous pouvez continuer et trouver d'autres angles !!

Il y a un patron ici! On ajoute ou soustrais 2π ou 360° pour trouver des angles coterminaux. On peut créer une formule pour ceci.

C) Forme générale :

- Une **expression** contenant des paramètres qui peuvent prendre des valeurs spécifiques afin de générer **chaque réponse possible** qui satisfait l'information ou la situation donnée.
- **Elle représente toutes les solutions possibles.**

Ex : $\frac{8\pi}{3} + 2\pi n$, où $n \in Z$ et $40° + 360°n$, où $n \in Z$

n = les nombres entiers (Z) qui symbolise combien de tours, ex : …-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3….

5. a) Exprime sous forme générale la mesure des angles qui ont le même côté terminal qu'un angle de 110^{o}.

b) Indique les angles coterminaux θ d'un angle de 110^{o} dans l'intervalle $-720° \leq \theta \leq 720°$.

Forme générale : $\boldsymbol{\theta + 2\pi n, n\epsilon Z}$ **ou** $\boldsymbol{\theta + 360°n, n\epsilon Z}$

$110° + (360°)n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

n	-3	-2	-1	1	2	3
$110° + (360°)n$	$-970°$	$-610°$	$-250°$	$470°$	$830°$	$1\,190°$

Selon le tableau, les angles coterminaux θ dans l'intervalle $-720° \leq \theta < 720°$ mesurent $-610°$, $-250°$ et $470°$.

6. a) Exprime sous forme générale la mesure des angles qui ont le même côté terminal qu'un angle de $\frac{8\pi}{3}$.

$$\frac{8\pi}{3} + 2\pi n, \text{ où } n \in \mathbb{Z}$$

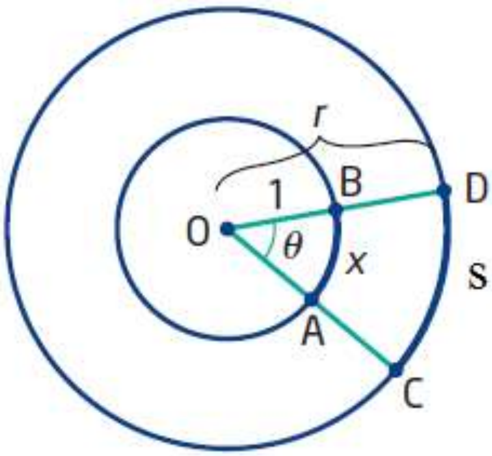
b) Indique les angles coterminaux θ d'un angle de $\frac{8\pi}{3}$ dans l'intervalle $-4\pi \leq \theta \leq 4\pi$.

Convertit l'intervalle pour être sur le même dénominateur. (Plus facile pour ensuite trouver les solutions qui sont dans l'intervalle.) $-\frac{12}{3}\pi \leq \theta \leq \frac{12}{3}\pi$

n	-4	-3	-2	-1	1	2	3
$\frac{8\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{16\pi}{3}$	$-\frac{10\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{14\pi}{3}$	$\frac{20\pi}{3}$	$\frac{26\pi}{3}$

Les angles coterminaux à $\frac{8\pi}{3}$ dans l'intervalle sont : $\frac{-10\pi}{3}, \frac{-4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

D) La longueur d'un arc de cercle



$\frac{s}{x} = \frac{r}{1}$ s $=\frac{rx}{1}$ s = xr

Circonférence = $2\pi r$

$\frac{x}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$

$x = \frac{\theta \cdot (2\pi r)}{2\pi}$

$x = \frac{\theta \cdot (2\pi \cdot 1)}{2\pi}$ r = 1 pcq : cercle unitaire

$x = \theta$

s = xr alors $\boldsymbol{s = \theta r}$

Détermine la longueur de l'arc

7. Rosemarie étudie le génie industriel. Elle doit concevoir l'interface d'un lecteur DVD. Dans son dessin, elle inclut un arc sous l'interrupteur. L'arc est défini par un angle au centre de 130° dans un cercle de 6,7 mm de rayon. Détermine la longueur de l'arc.

****** L'angle doit être en rads avec cette formule!!!***

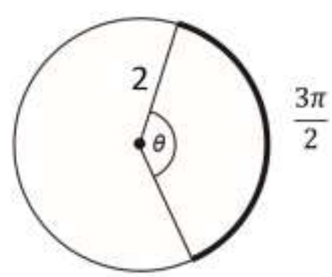
$130° \, x \, \frac{\pi}{180°} = \frac{13\pi}{18}$ toujours utilise la valeur exacte (fraction simplifiée)

N'oubliez pas les unités si c'est une mesure.

$\boldsymbol{s = \theta r}$

s = $\boldsymbol{\frac{13\pi}{18} \, x \, 6,7 \, mm}$ **s = 15,202 mm**

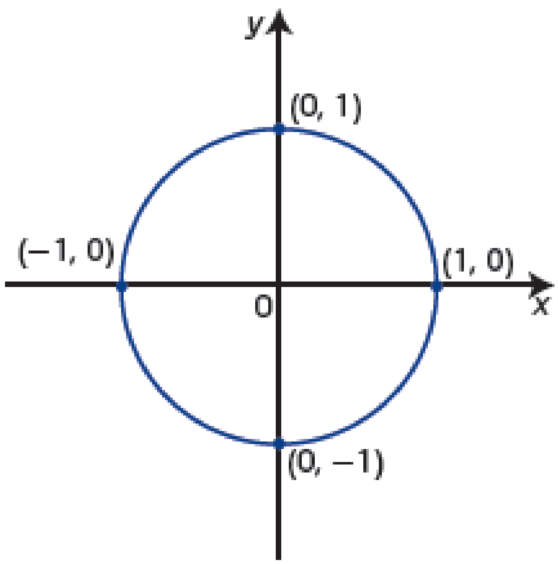
8. Détermine la mesure de l'angle en degré.

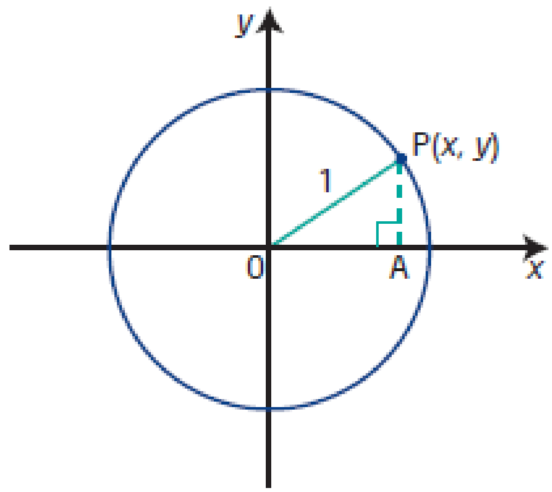


Leçon 2 : Le Cercle unitaire

Cercle unitaire :

- Un cercle dont le rayon est de 1 unité.
- L'expression « le cercle unitaire » désigne un cercle dont le rayon est de 1 unité et qui est centré à l'origine du plan cartésien.





$$\overline{OP} = 1$$
$$\overline{PA} = |y|$$
$$\overline{OA} = |x|$$
$$(\overline{OP})^2 = (\overline{OA})^2 + (\overline{PA})^2$$
$$1^2 = |x|^2 + |y|^2$$
$$1 = x^2 + y^2$$

L'équation du cercle unitaire est $x^2 + y^2 = 1$

Alors
$x^2 + y^2 = r^2$

Exemple :

a) Détermine l'équation d'un cercle de rayon 2 centré à l'origine.

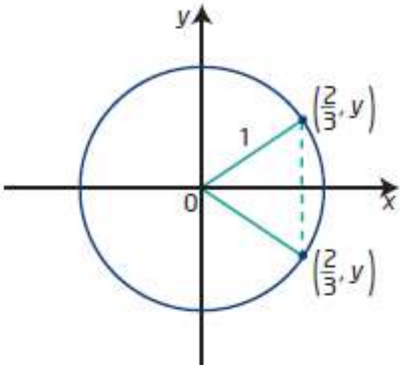
$$|x|^2 + |y|^2 = 2^2$$
$$x^2 + y^2 = 4$$

b) Détermine l'équation d'un cercle de rayon 6 centré à l'origine.

A) Les Coordonnées d'un cercle unitaire

1. Détermine les coordonnées de tous les points du **cercle unitaire** qui satisfont les conditions données. Fais un schéma dans chaque cas.

a) L'abscisse (x) est $\frac{2}{3}$.



Deux points satisfont la condition

$$\mathbf{x^2 + y^2 = 1}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = 1$$

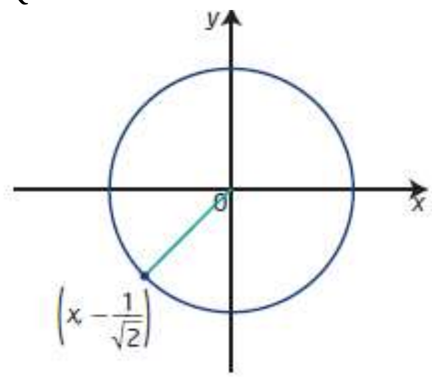
$$\frac{4}{9} + y^2 = 1$$

$$y^2 = \frac{5}{9}$$

$$y = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$\left(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ dans le quadrant I et $\left(\frac{2}{3}, -\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ dans le quadrant IV.

b) L'ordonnée (y) est $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ et le point se situe dans le QIII.



$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Quadrant III alors $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Détermine si les points se trouve sur le cercle unitaire.

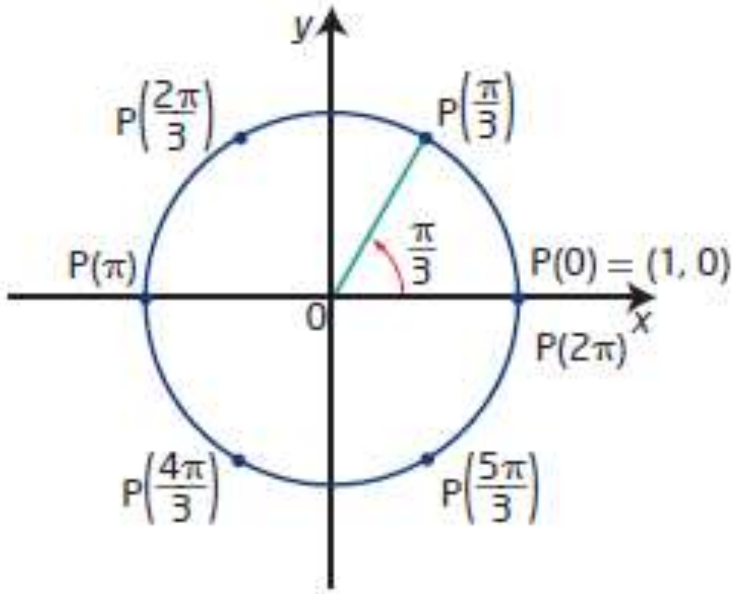
a) $(\frac{-3}{4}, \frac{1}{4})$

b) $(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$

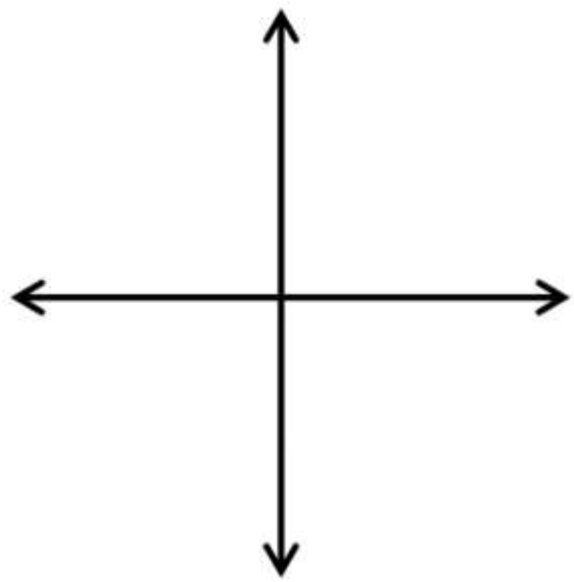
B) Les multiples des angles sur le cercle unitaire.

3. Les multiples pour les angles de références

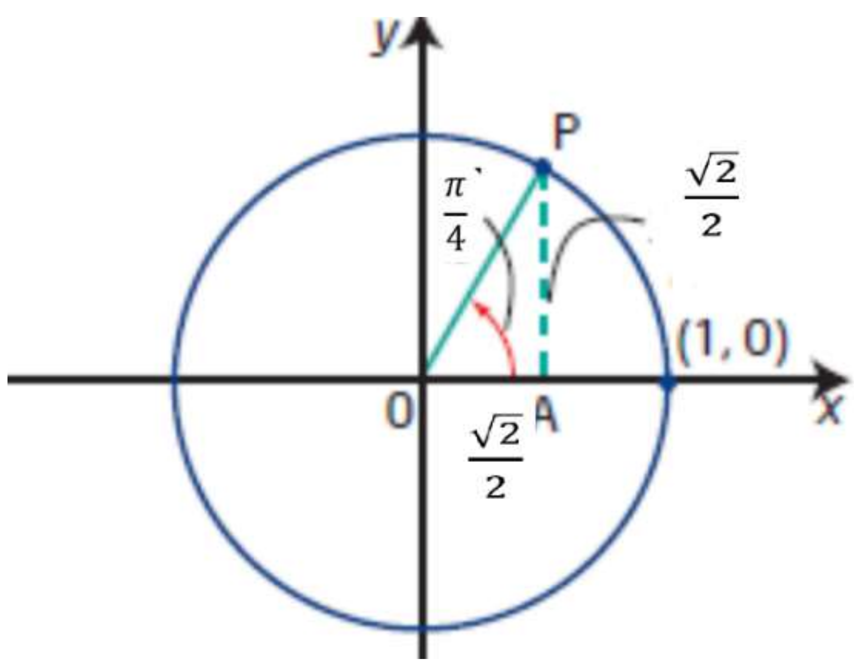
a) Les multiples de $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle unitaire.



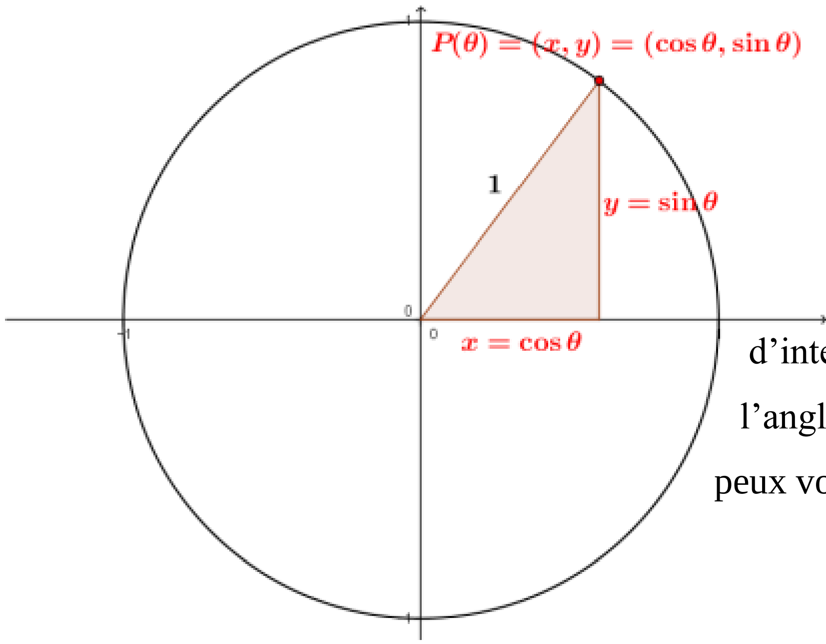
b) Les multiples de $\frac{\pi}{6}$ sur le cercle unitaire.



4. Trouve tous les multiples de $\frac{\pi}{4}$ sur le cercle unitaire.



C) Les coordonnées exprimés à l'aide des rapports trigonométriques de base



P(θ) = (x, y) est le point d'intersection du côté terminal de l'angle θ et du cercle unitaire, tu peux voir que :

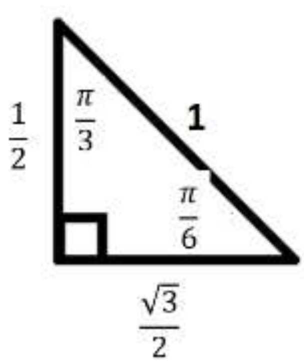
Pourquoi (x, y) = (cos$\boldsymbol{\theta}$, sin$\boldsymbol{\theta}$) ?

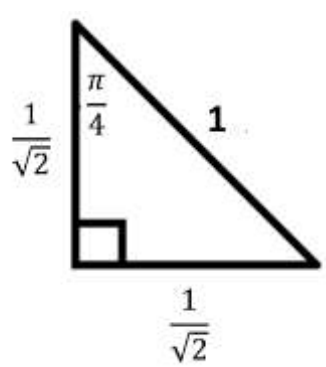
$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{adjacent}{hypoténuse}$ $\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{opposé}{hypoténuse}$

et r = 1 sur le cercle unitaire alors :

$\cos\theta = \frac{x}{1}$ $\sin\theta = \frac{y}{1}$

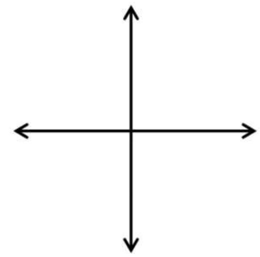
$\cos\theta = x \quad \sin\theta = y$



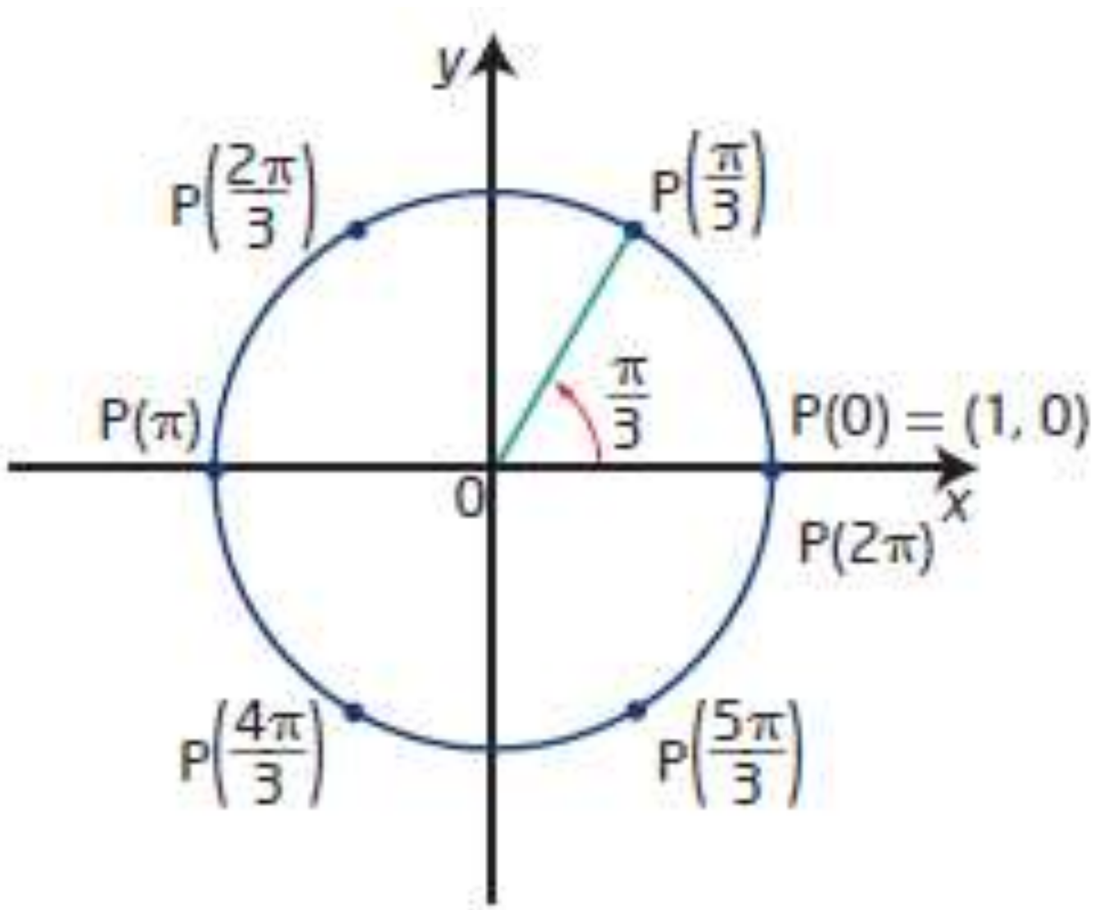


$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

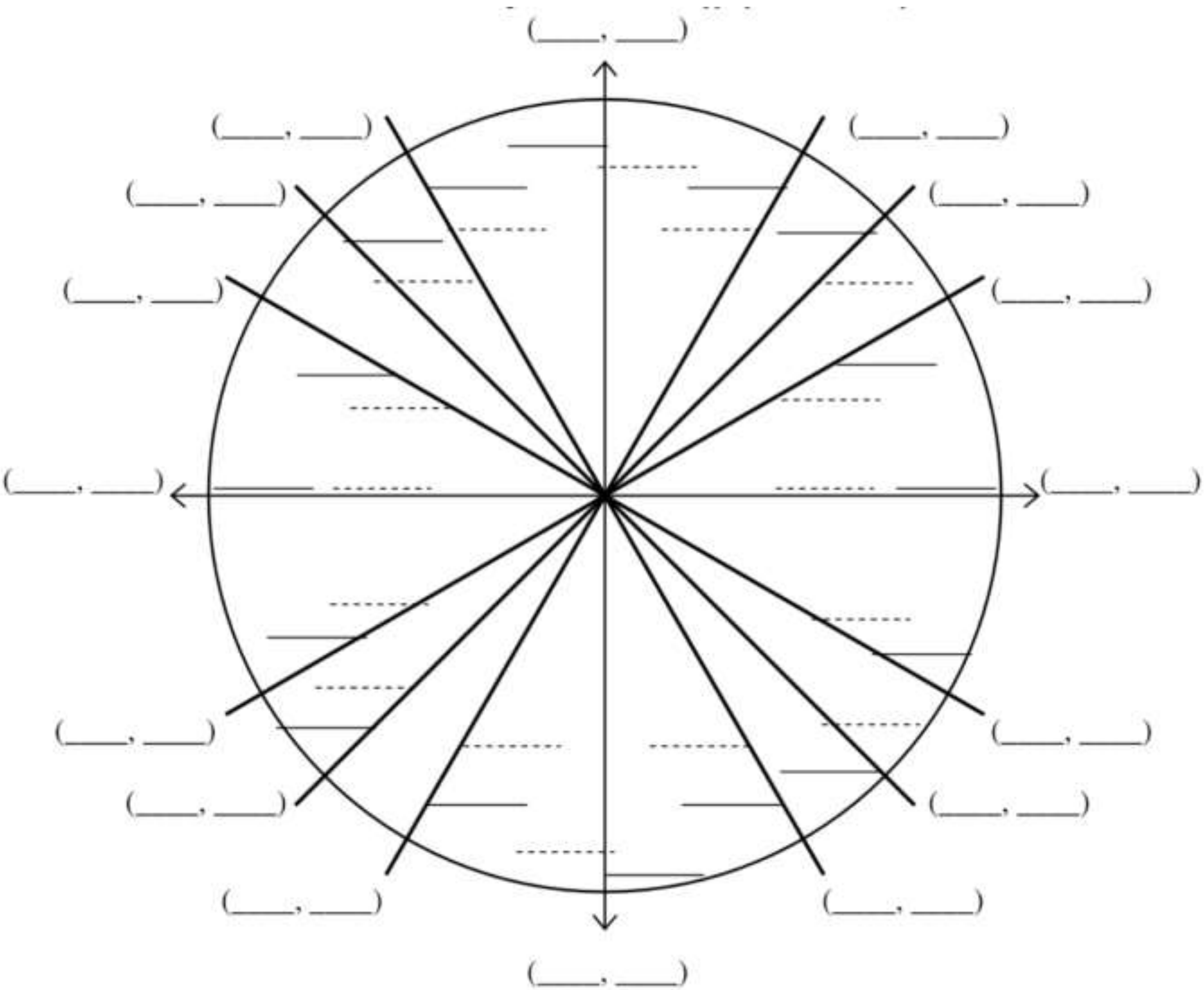
5. Le point A$\left(-\frac{12}{13}, -\ \frac{5}{13}\right)$ **<u>se trouve à l'intersection du cercle unitaire</u>**, détermine les valeurs de sinθ, cosθ et tanθ.



6. Quelles sont les coordonnées de chaque P (θ) pour les multiples de $\theta = \frac{\pi}{3}$ sur le cercle unitaire ?



7. Quelles sont les coordonnées de chaque P (θ) pour les multiples de $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$ et $\theta = \frac{\pi}{6}$ sur le cercle unitaire ?



8. Résous pour $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ (Détermine les solutions possibles pour les valeurs exactes suivantes).

a) $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ c) $\cos\theta = \frac{-1}{2}$ d) $\sin\theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

9. Détermine les solutions générales en radians.

a) $\cos\theta = \frac{1}{2}$ b) $\sin\theta = \frac{1}{2}$ c) $\cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ d) $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

10. Détermine les valeurs exactes pour les fonctions trigonométriques.

a) $\cos\frac{2\pi}{3}$ b) $\sin\frac{7\pi}{4}$ c) $tan\,\frac{7\pi}{6}$ d) $\sin\frac{5\pi}{3}$

e) $\sin\left(\frac{-4\pi}{3}\right)$ f) $\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$ g) $\tan\left(\frac{-5\pi}{4}\right)$

11. Détermine les coordonnées pour les angles suivantes.

a) $P\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ b) $P\left(\frac{23\pi}{6}\right)$ c) $P\left(\frac{-5\pi}{3}\right)$ d) $P\left(\frac{-5\pi}{4}\right)$

Leçon 3 : Les Rapports Trigonométriques inverses

Cosécante : $cosec\theta = \frac{1}{sin\theta} = \frac{r}{y}$ Sécante : $sec\theta = \frac{1}{cos\theta} = \frac{r}{x}$ Cotangente : $cotan\theta = \frac{1}{tan\theta} = \frac{x}{y}$

Cosécante → csc **cotangente → cot**

N'oubliez pas il y a des valeurs non permises avec un variable sur le dénominateur.

Ex :

$cosec\theta = \frac{1}{sin\theta}$, alors $sin\theta \neq 0$

V.N.P : θ =

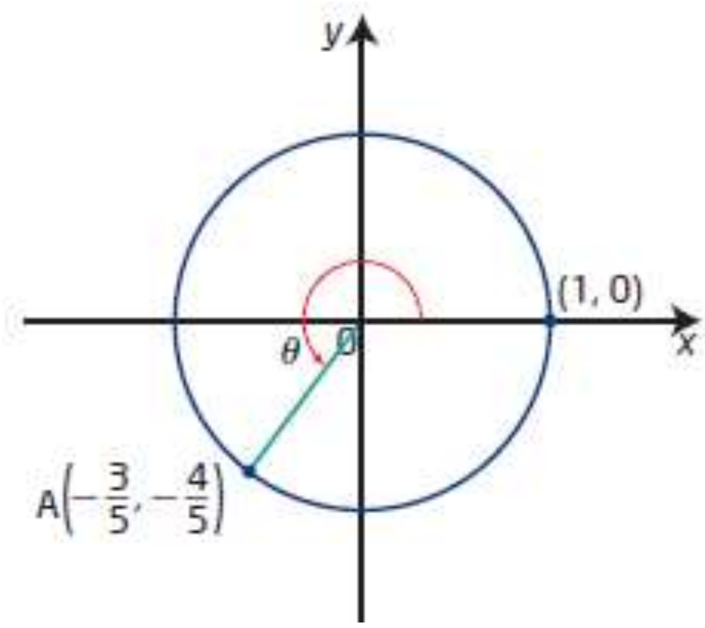
Sécante : $sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$, alors cos$\theta \neq 0$

V.N.P : θ =

A) Les points qui se trouve sur le cercle unitaire.

1. Le point A$\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ se trouve **à l'intersection du cercle unitaire** et du côté terminal d'un angle θ en position standard.

a) Fais un schéma qui représente la situation.



b) Détermine la valeur des six rapports trigonométriques de θ. Exprime tes réponses sous forme irréductible.

$sin\theta =$ $cos\theta =$ $tan\theta =$

$cosec\theta =$ $sec\theta =$ $cotan\theta =$

2. Détermine la valeur exacte de chaque rapport. Inclus un schéma.

a) sec315°

L'angle de référence de 315° est $\theta_R = 360° - 315° = 45°$.

$$P(\theta) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\sec 315° = \frac{1}{\cos 315°} = \frac{\sqrt{2}}{1} \text{ ou } \sqrt{2}$$

b) cotan270°

Un angle de 270° se termine sur la partie négative de l'axe des y.

$P(270°) = (0, -1)$

Puisque $\tan\theta = \frac{y}{x}$, $\text{cotan}\,\theta = \frac{x}{y}$.

Par conséquent,

$$\text{cotan } 270° = \frac{0}{-1} = 0$$

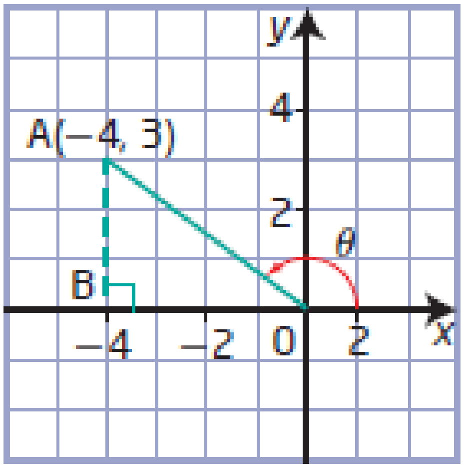
c) $\csc\frac{5\pi}{3}$

d) $\sec\frac{7\pi}{6}$

d) $\csc \pi$

B) Déterminer la valeur de rapports trigonométriques à partir de points qui ne sont pas sur le cercle unitaire.

3. Le point A(-4, 3) se situe sur le côté terminal d'un angle θ en position standard. Quelle est la valeur exacte de chaque rapport trigonométrique de θ ?



Le triangle de référence de l'angle θ est le ΔABO. Écris les rapports trigonométriques de θ à partir des longueurs de côté du ΔABO.
Les côtés du ΔABO mesurent respectivement 3, 4 et 5 unités.

N'oubliez pas qu'un longueur représente une longueur absolue tandis que les segments OB et BA représentent des longueurs orientées.

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{5}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = -\frac{5}{4}$$

$$\text{cotan}\ \theta = \frac{1}{\tan\theta} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{cosec}\ \theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{3}$$

4. Soit le point P(θ) = $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ sur le cercle unitaire.

a) Détermine les coordonnées de $P(\theta + \frac{\pi}{2})$ et de $P(\theta - \frac{\pi}{2})$ Alors truc !!!!

b) Détermine les coordonnées de $P(\theta + \pi)$ et de $P(\theta - \pi)$. Alors truc !!!!

C) La valeur approximative de rapports trigonométriques

5. Détermine la valeur approximative de chaque rapport trigonométrique. Exprime tes réponses au dix-millième près. ***<u>Attention!! Si l'angle est en radians votre calculatrice doit être en radians!!</u>***

a) $tan\frac{7\pi}{5}$

$\frac{7\pi}{5}$ est une mesure en radians.

$$\tan\frac{7\pi}{5} = 3{,}077\ 683\ 537\ldots$$
$$\approx 3{,}077\ 7$$

b) cos260°

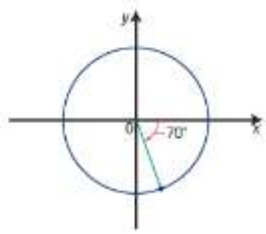
$$\cos 260° = -0{,}173\ 648\ 177\ldots$$
$$\approx -0{,}173\ 6$$

c) sin4,2

$$\sin 4{,}2 = -0{,}871\ 575\ 772\ldots$$
$$\approx -0{,}871\ 6$$

d) cosec(-70°)

Un angle de $-70°$ a son côté terminal dans le quadrant IV. L'ordonnée des points dans le quadrant IV est négative.



$$\text{cosec}\,(-70°) = \frac{1}{\sin(-70°)}$$
$$= -1{,}064\ 177\ 772\ldots$$
$$\approx -1{,}064\ 2$$

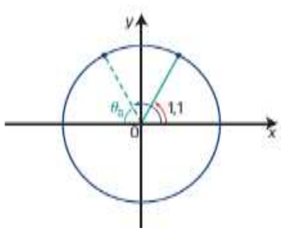
D) Déterminer des angles à partir de leurs rapports trigonométriques

6. Détermine la mesure de tous les angles qui satisfont les conditions données. Inclus des schémas.

a) $\sin\theta = 0{,}879$ et $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

$\sin^{-1}(0{,}879) = \theta r$

$\theta r = 1{,}073760909\ldots$



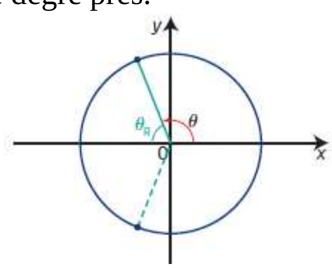
QI $\theta = 1{,}074$

QII $\theta = \pi - \sin^{-1}(0{,}879)$
$\theta = 2{,}068$

b) $\cos\theta = -0{,}366$ et $0° \leq \theta \leq 360°$. Indique tes réponses au dixième de degré près.

$\cos^{-1}(0{,}366) = \theta r$

$\theta r = 68{,}5°$

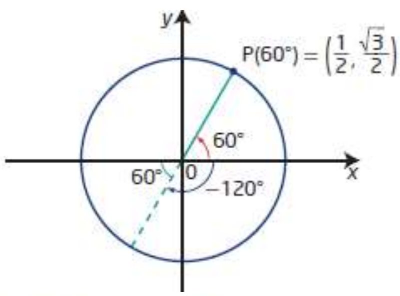


QII $\theta = 180° - \theta r = 111{,}5°$
QII $\theta = 180° + \theta r = 248{,}5°$

QII $\theta = 180° - \cos^{-1}(0{,}366) = 111{,}5°$
QII $\theta = 180° + \cos^{-1}(0{,}366) = 248{,}5°$

Qu’est-ce qui sera les solutions générales ?

c) $tan\theta = \sqrt{3}$ et $180° \leq \theta \leq 180°$.
Donne les mesures exactes.



Dans le quadrant I, sur l’intervalle $0° \leq \theta < 180°$, $\theta = 60°$. C’est l’angle de référence. Dans le quadrant III, sur l’intervalle $-180° \leq \theta < 0°$, $\theta = -180° + 60°$ ou $-120°$.

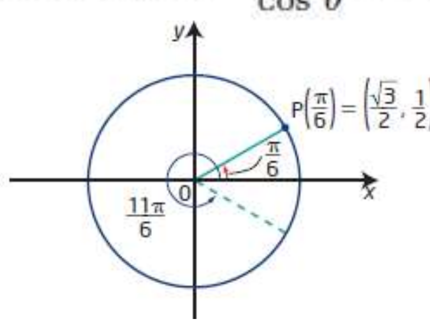
$\tan\,\theta > 0$ dans les quadrants I et III.

L’intervalle donné inclut ces deux quadrants. Dans le sens positif, il y aura une réponse dans le quadrant I, et dans le sens négatif, il y aura une réponse dans le quadrant III.

d) $sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ et $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$

Donne les mesures exactes.

$\sec\,\theta > 0$ dans les quadrants I et IV, puisque $\sec\,\theta = \dfrac{1}{\cos\,\theta}$ et $\cos\,\theta > 0$ dans les quadrants I et IV.



$$\cos\,\theta = \frac{1}{\sec\,\theta} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ et $\theta = \frac{11\pi}{6}$ dans l’intervalle $0 \leq \theta < 2\pi$

$\theta = -\frac{\pi}{6}$ et $\theta = -\frac{11\pi}{6}$ dans l’intervalle $-2\pi \leq \theta < 0$

Leçon 4 : Une Introduction aux équations trigonométriques

Équation trigonométrique

- Une équation qui comporte un ou des rapports trigonométriques

N'oubliez pas que :

$\theta \in \,]0, \pi[$ a la même signification que $0 < \theta < \pi$.

$\theta \in [0, \pi[$ a la même signification que $0 \leq \theta < \pi$.

La Résolution des équations trigonométriques

A) Isoler les fonctions Trigonomériques et résous.

1. Résous l'équation trigonométrique dans l'intervalle indiqué.

$3 \csc x - 6 = 0$, où $0° \leq \theta < 360°$

$$\begin{aligned} 3 \operatorname{cosec} x - 6 &= 0 \\ 3 \operatorname{cosec} x &= 6 \\ \operatorname{cosec} x &= 2 \end{aligned}$$

Si $\operatorname{cosec} x = 2$, alors $\sin x = \dfrac{1}{2}$

$x = 30°$ et $150°$

Les solutions sont $x = 30°$ et $x = 150°$

B) La Résolution par le regroupement des <u>termes semblables.</u>

2. Résous l'équation trigonométrique dans l'intervalle indiqué. $[0, 2\pi]$

$$\begin{aligned} 5 \sin \theta + 2 &= 1 + 3 \sin \theta \\ 5 \sin \theta + 2 - 3 \sin \theta &= 1 + 3 \sin \theta - 3 \sin \theta \\ 2 \sin \theta + 2 &= 1 \\ 2 \sin \theta + 2 - 2 &= 1 - 2 \\ 2 \sin \theta &= -1 \\ \sin \theta &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

L'angle de référence est $\theta_R = \dfrac{\pi}{6}$.

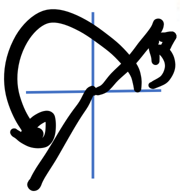
$\theta = \pi + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{7\pi}{6}$

$\theta = 2\pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{11\pi}{6}$

C) La Résolution par factorisation.

3. Résous : $tan^2\theta - 5tan\theta + 4 = 0$, où $0 \leq \theta < 2\pi$

$$\tan^2 \theta - 5 \tan \theta + 4 = 0$$
$$(\tan \theta - 1)(\tan \theta - 4) = 0$$
$$\tan \theta - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad \tan \theta - 4 = 0$$
$$\tan \theta = 1 \qquad \tan \theta = 4$$
$$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \qquad \tan^{-1} 4 = \theta$$



$$\theta = 1{,}325\ 8\ldots$$

$\theta \approx 1{,}326$ est une mesure d'angle dans le quadrant I.

Dans le quadrant III,

$$\begin{aligned} \theta &= \pi + \theta_R \\ &= \pi + \tan^{-1} 4 \\ &= \pi + 1{,}325\ 8\ldots \\ &= 4{,}467\ 410\ 317\ldots \\ &\approx 4{,}467 \end{aligned}$$

Les solutions exactes sont $\theta = \frac{\pi}{4}$ et $\theta = \frac{5\pi}{4}$, et les solutions approximatives sont $\theta \approx 1{,}326$ et $\theta \approx 4{,}467$.

4. **Résous** $2sin^2\theta - 3sin\theta\ - 2 = 0$, où $0 \leq \theta < 2\pi$

5. Détermine les solutions de l'équation trigonométrique $2\cos^2 x - 1 = 0$ dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$.

D) La Résolution et la Solution Générale

6. a) Détermine la ou les valeurs de x dans l'intervalle de $0 \leq x < 2\pi$ qui vérifient l'équation $sin^2 x - 1 = 0$. Donne les valeurs exactes.

Méthode 1 : Utilise les racines carrées

$\sin^2 x - 1 = 0$

$\sin^2 x = 1$

$\sin x = \pm 1$

$\sin x = 1$ ou $\sin x = -1$

Si $\sin x = 1$, alors $x = \frac{\pi}{2}$.

Si $\sin x = -1$, alors $x = \frac{3\pi}{2}$.

Vérification : $x = \frac{\pi}{2}$

M.G.	M.D.
$\sin^2 x - 1$	0
$= \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^2 - 1$	
$= 1^2 - 1$	
$= 0$	

$x = \frac{3\pi}{2}$

M.G.	M.D.
$\sin^2 x - 1$	0
$= \left(\sin \frac{3\pi}{2}\right)^2 - 1$	
$= (-1)^2 - 1$	
$= 0$	

Les deux réponses sont justes.

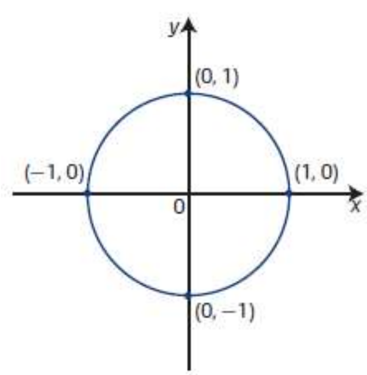
La solution est $x = \frac{\pi}{2}$ et $x = \frac{3\pi}{2}$.

Méthode 2 : Utilise la factorisation

$\sin^2 x - 1 = 0$

$(\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$

$\sin x - 1 = 0$ ou $\sin x + 1 = 0$



b) Détermine la solution générale de $sin^2x - 1 = 0$ dans l'ensemble des nombres réels si x est exprimé en radians. (Peut aussi être représenté comme $x \in R$.)

Les valeurs associées à $x = \frac{\pi}{2}$ sont $\ldots -\frac{7\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \ldots$

Les valeurs associées à $x = \frac{3\pi}{2}$ sont $\ldots -\frac{5\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \ldots$

Les valeurs associées à $x = \frac{\pi}{2}$ correspondent à $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

Les valeurs associées à $x = \frac{3\pi}{2}$ correspondent à $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

On peut combiner les deux expressions précédentes et obtenir la solution générale $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

7. Détermine les solutions générales sous forme de radians.

$$tan\ \theta + cos\theta tan\theta = 0$$

E) La Résolution par la substitution

8. a) Résous $cos\frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}$ pour $\theta \in R$

F) Résolution avec la formule quadratique.

Dans ce cas x est égale à la fonction trigonométrique.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

9. Détermine les solutions générales en radians.

$3\sin^2\theta - \sin\theta - 2 = 0$