**La Dérivation des fonctions implicites**

Une fonction implicite : Ou ni, ni y ne peuvent s’exprimer en termes de l’autre variable.

**Fonction explicite y = f(x)**

Ex: y = 3x2 + x – 4

y’ = 6x + 1

**Fonction implicite f(x, y) = 0**

Ex : x2y – 4y + 8x – 4 = 0

**Cas 1 : Convertir l’équation implicite a y être explicite.**

On peut factoriser l’équation pour isoler y.

y(x2 – 4) = 4 – 8x

**Cas 2 : Il n’est pas toujours possible de passer de la forme implicite à la forme explicite.**

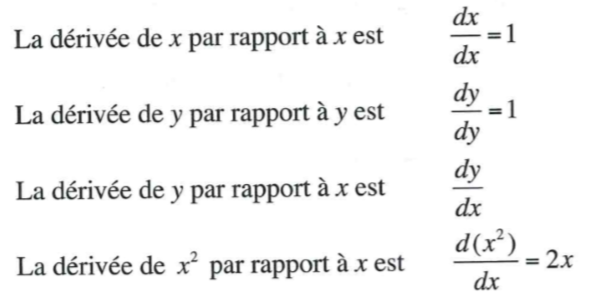
Ex : x2y3 – 4xy = 2x3y5 – 4x2 + 7 Cette équation définit-elle une fonction ? (y = f(x))

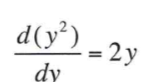
N’oubliez pas qu’il faut qu’à une valeur de x corresponde au plus une valeur de y pour être une fonction.

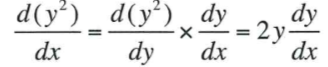
Soit x = a

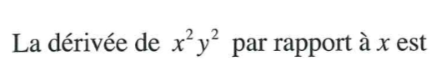
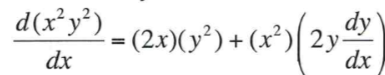
a2y3 – 4ay = 2a3y5 – 4a2 + 7

C’est un polynôme de degré 5, alors il a 5 racines (certaines peuvent être réelles). On sait aussi que les racines complexes existent toujours par paires ; donc, on a au moins une racine réelle ici. On pourrait en avoir une, trois ou cinq.

**Trouver la dérivée d’une fonction implicite qui est dérivable**

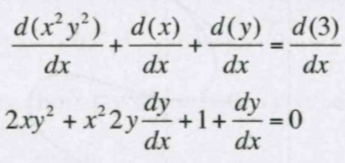




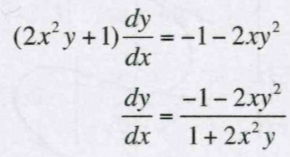


**Exemple 1 :**

Trouver si x2y2 + x + y = 3

**Solution :**

Décrivons implicitement en considérant que chaque terme est une fonction de x :



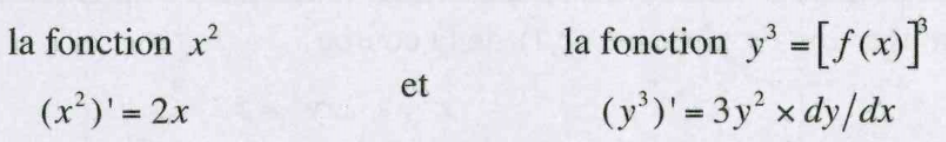
L’objectif étant de trouver , il reste à isoler ce terme par des manipulations algébriques.

**Exemple 2 :**

Trouver si x2y3 – 4xy = 2x3y5 – 4x2 + 7

**Solution :**

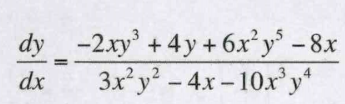
Dérivons chaque terme en se souvenant bien que y est une fonction de x; par exemple, le terme x2y3 doit être considéré comme un produit de fonctions :



Alors :



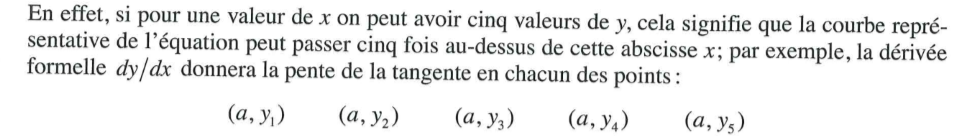
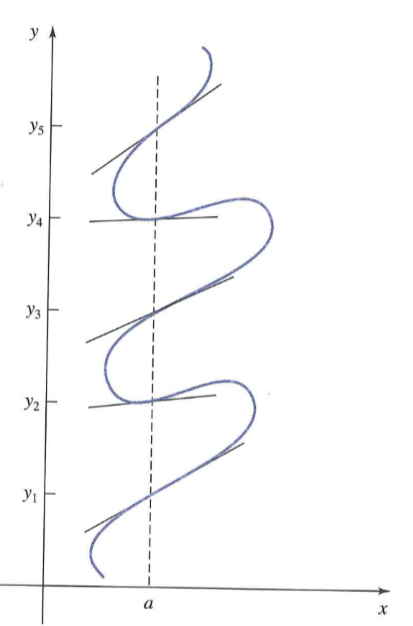
Le reste consiste à faire des manipulations algébriques :



Ensuite :

**Dérivée formelle**

La dérivation implicite s’appelle une dérivée formelle.



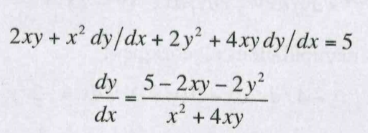
Selon la valeur de y placée dans l’équation, si ces dérivées existent.

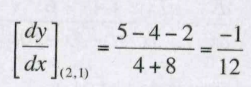
**Exemple 3 :** Trouver dy/dx au point (2, 1) de la courbe :

x2 + 2xy2 = 5x – 2

**Solution :**

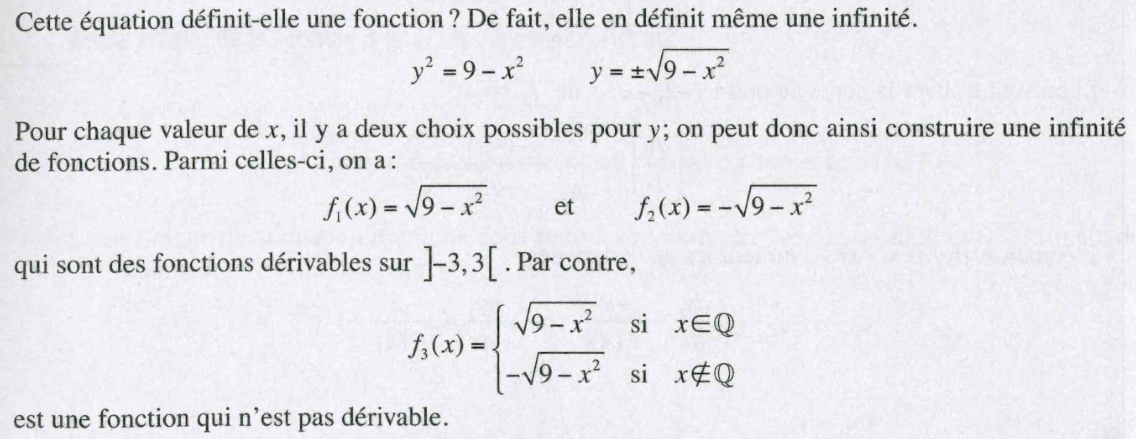
**Dérivation implicite :**

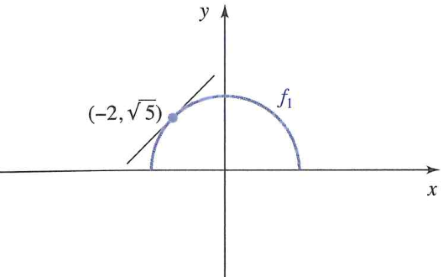
 Si on évalue au point (2, 1) :

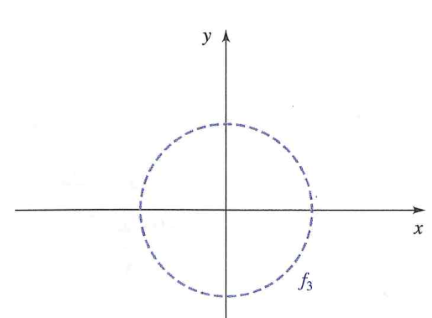


**Exemple 4 :** Soit l’équation x2 + y2 = 9. Trouver dy/dx

**Solution :**

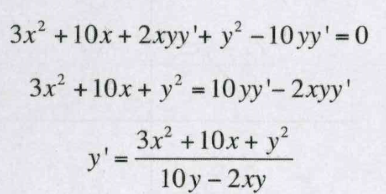
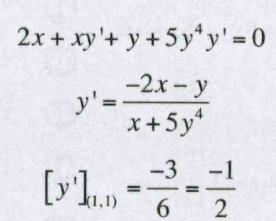


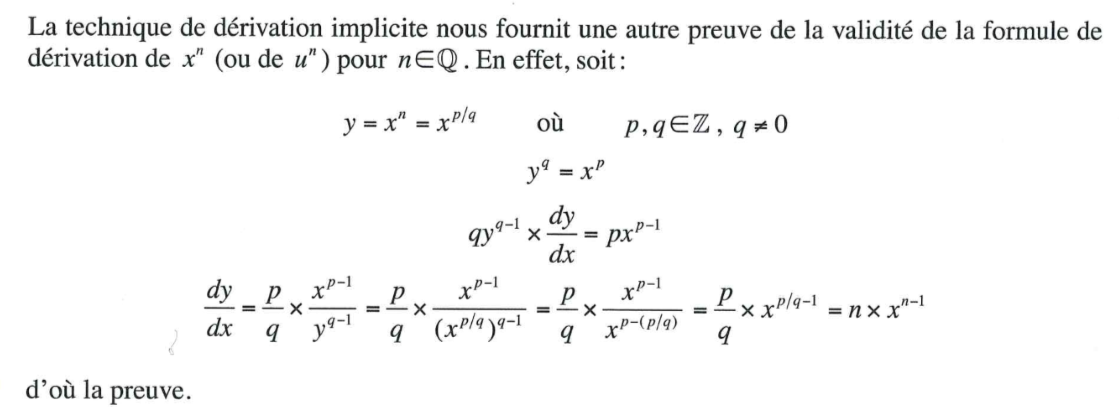


**Exemple 5**: Trouver y’ si x3 + 5x2 + xy2 – 5y2 = 0 **Exemple 6 :** Trouver la pente de la tangente au point

**Solution :** (1, 1) de la courbe. x2 + xy + y5 = 3

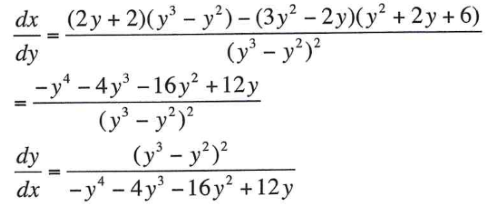
 **Solution :**

**Preuve :**

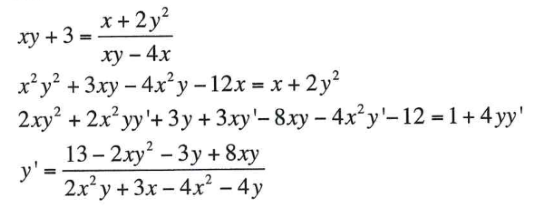


**Pratiques :**

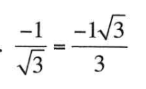
1. Trouver dy/dy.

a) x = y3 + 6y b)

c) xy3 + 3y2 – 6x = 0 d)



1. Trouver la pente de la tangente au point (1, 2) de la courbe x2y2 – y + x3 = 3. **(-11/3)**
2. Trouver la pente de la tangente au point (2, 2) du cercle x2 + y2 = 16



**Revue :**

1. Trouver :
2. f’(2) si f(x) = (2x + 6)3(x2 – 1)2 (**29 400)**
3. f’(0) si f(x) = n’existe pas
4. Trouver dy/dx au point ou x = 2 si :

y = 4t3 – 3t2 et t = x3 + 1 **(11016)**