Mathématique Appliquée 40S

Enseignante : Mme. Layton

Nom de l'élève :

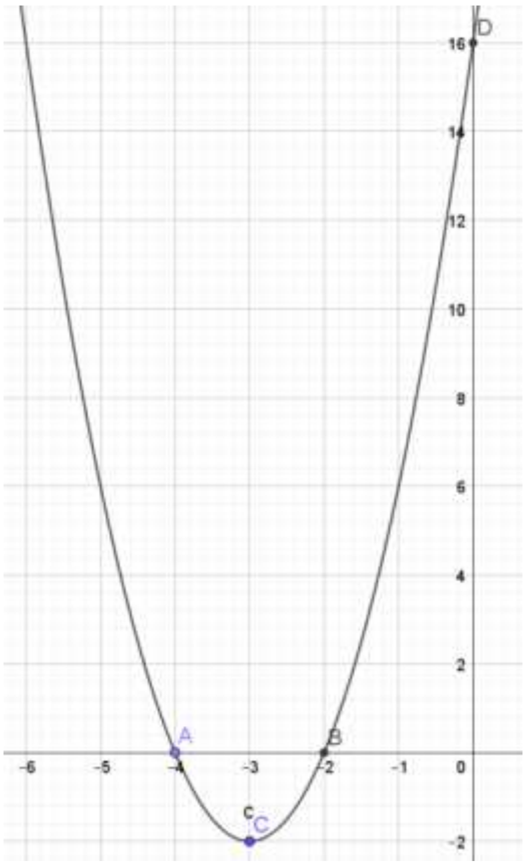
____

Fonctions Polynomiales

Table des Matières

Leçon Revue : Revue des concepts de fonction quadratique 11^{e}

1. Détermine l'équation de la fonction quadratique. Montre ton travail.



2. Aladin s'exerce au club de tir à l'arc. La hauteur h, en pieds, atteinte par la flèche à l'un de ses tirs peut être modélisée en fonction du temps t, en secondes, écoulé depuis le tir par la fonction.

$h(t) = -5t^2 + 10t + 4$.

a) Détermine la hauteur initiale de la flèche.

b) Détermine la hauteur lorsque le projectile est rendu à 1,5 secondes.

c) Combien de temps la flèche a été **par-dessus** de 7 pieds ?

3. Si on lance un objet sur la lune, la gravité a une influence sur son déplacement. Suppose que tu puisses lancer une balle dans les airs à partir du sommet d'un module lunaire haut de 6,5 m.

La hauteur h(t) de la balle, en mètre, par rapport au temps t en secondes, est modélisable par la fonction

$$\mathbf{h(t) = -0,81\ t^2 + 5\ t + 6,5}$$

a) Trace le graphique qui représente le contexte du problème.

b) Combien de temps la balle mettra-t-elle avant de toucher le sol de la lune? Montre ton travail.

c) À quelle temps la balle serait-elle a 10 mètres en descendant ? en augmentant ? Montre ton travail.

En augmentant : ______________________________ En descendant : ______________________

d) Détermine la hauteur de la balle à 2 secondes. Montre ton travail.

e) Détermine la hauteur initiale de l'objet.

f) Détermine la hauteur maximum que la balle atteint ainsi que le temps qu'il atteint.

g) Détermine le domaine et l'image du contexte du problème.

Domaine : ______________________ Image : _____________________________

4. Cinq cents enfants assistent à la présentation d'un film en après-midi et le prix du billet est de 3.50$. Pour chaque hausse de 50¢ du prix du billet d'entrée, on note une baisse de la fréquentation de 15 enfants.

a) Remplis un tableau de valeur suivant :

Prix ¢	3,50 $				
# d'enfants	500				
Revenu	1750 $				

b) Détermine **l'équation de régression quadratique sous forme générale** du **revenu (y) en fonction du prix (x)**.

c) À quel prix le revenu serait-il le plus élevé? Détermine le revenu le plus élevé.

d) Quel est le nombre de hausse de 50 ¢ que devrait effectuer la salle de cinéma pour maximiser son revenu?

5. Les données suivantes représentent la hauteur d'un ballon de soccer qui est botté par un gardien:

Temps (secondes)	0	1	2	3	4	5	6
Hauteur (cm)	100	113	118	115	110	99	87

a) Trouve l'équation quadratique **sous la forme générale** qui représente ces données.

b) Détermine la hauteur maximale du ballon ainsi que le temps qu'il prend pour atteindre cette hauteur.

c) Détermine si le ballon peut atteindre une hauteur de 120 cm. Justifie votre raisonnement.

6. Dans un jeu d'enfants, une jeune lance doucement un œuf à son partenaire. L'œuf commence à une hauteur de 3 pieds de la terre (dans sa main). 1 seconde plus tard, l'œuf est à 4,5 pieds de la terre. 2,5 secondes après qu'il est lancé, l'œuf tombe à terre.

a) Quelle est l'équation qui représente cette action? Montre ton travail.

b) Selon le contexte du problème donne une limitation sur le domaine et l'image.

Leçon 1 : Exploration des graphiques et les équations de fonctions polynomiales

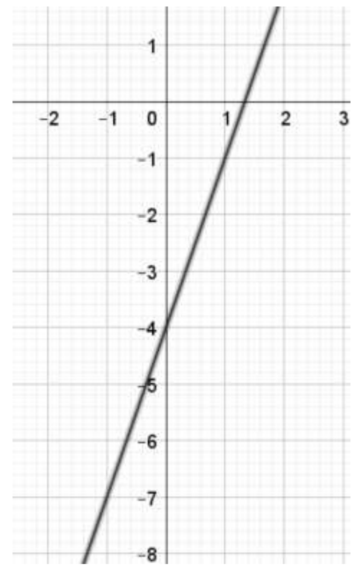
Les fonctions polynomiales sont simples parce qu'elles ne comportent que des opérations de multiplication et d'addition (ainsi qu'une variable).

Fonction polynomiale :
Les puissances/exposants sont des nombres entiers positifs.

Coefficiants dominant : Dans une fonction polynomiale sous la forme générale, coefficient du terme du plus grand degré, c'est-à-dire de la puissance la plus élevée. Indique ou le graphique commence et termine.

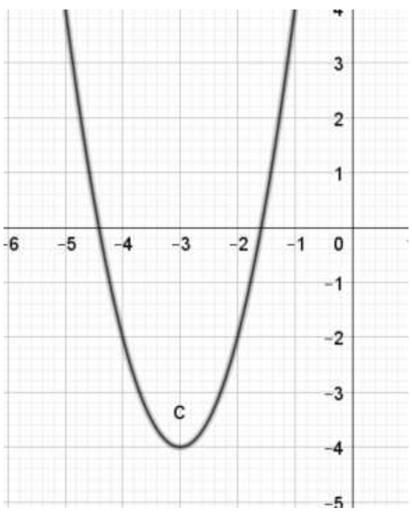
Terme constant : Le terme qui n'a aucun variable (ordonnée à l'origine).

Par exemple, $f(x)= 5x^3 + 3x^2 – 7x + 4$
Le coefficient dominant est 5 et le terme constant est 4



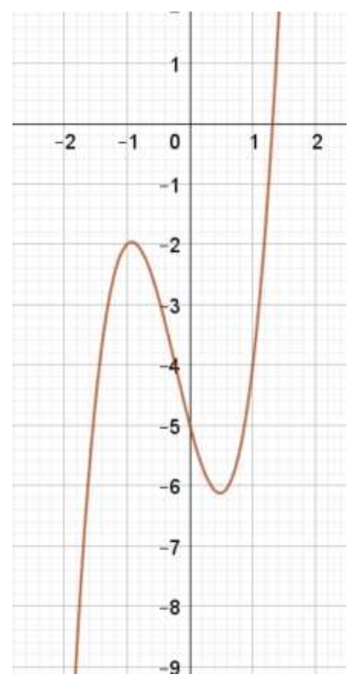
Exemple :

Fonction Linéaire :
- De degré 1 dont le plus grand exposant est 1.
- La forme explicite : $y = mx + b$
  Par ex : $f(x) = 2x – 1$

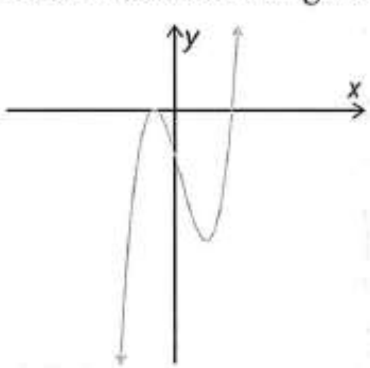


Fonction Quadratique :
- De degré 2 dont le plus grand exposant est 2.
- Forme générale : $f(x) = ax^2 + bx + c$
  Par ex : $g(x) = 3x^2 – 2x + 1$
$a \neq 0$

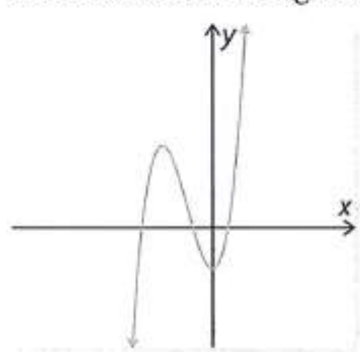
Fonction Cubique :
- De degré 3 dont le plus grand exposant est 3.
- Forme générale : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
  Par ex : : $p(x) = x^3 + 4x^2 – x + 2$
$a \neq 0$



Deux abscisses à l'origine :



Trois abscisses à l'origine :



A) Les Fonctions Linéaires

1. Les caractéristiques

Fonctions de degré : 1

Ne change pas de direction

Terme constant (pas de variable) : b (l'ordonnée à l'origine)

Abscisse à l'origine : 1

Ordonnée à l'origine : 1

On explique le comportement des graphiques toujours de gauche à droite

La droite s'étude du QIII à QI
si la <u>pente</u> est <u>positive</u>

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : : $\left\{y \mid y \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

La droite s'étude du QII à QIV
si la <u>pente</u> est <u>négative</u>

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : $\left\{y \mid y \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Exemple 1 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

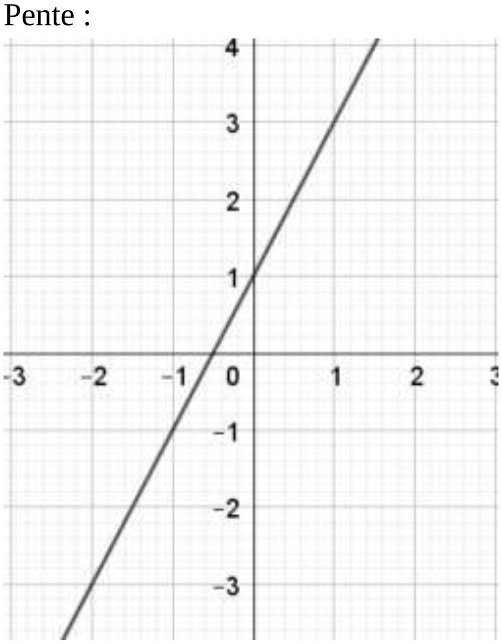
Terme constant :

Comportement du graphique :

Domaine :

Image :

Pente :



Exemple 2 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

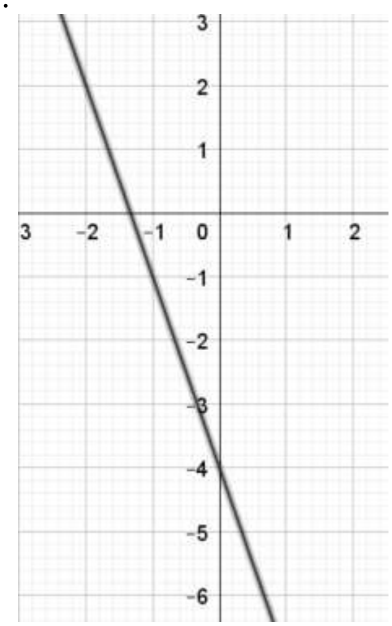
Terme constant :

Comportement du graphique :

Domaine :

Image :

Pente :



B) Les Fonctions Quadratiques

2. Les caractéristiques

Fonctions de degré : 2
Change de direction 1 fois
Terme constant (pas de variable) : c

Abscisse à l'origine : 0, 1 ou 2
Ordonnée à l'origine : 1

On explique le comportement des graphiques toujours de gauche à droite

La droite s'étude du QIII à QIV
si le coefficient dominant (a) est négative

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : $\left\{y \in R \mid y \leq k\right\}$ ou $]-\infty, k]$

La droite s'étude du QII à QI
si le coefficient dominant (a) est positif

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : $\left\{y \in R \mid y \geq k\right\}$ ou $[k, \infty[$

Exemple 3 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

Terme constant :

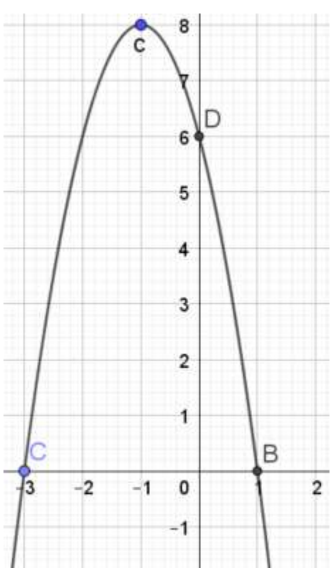
Comportement du graphique :

Sommet :

Max ou Min et valeur :

Domaine :

Image :



Exemple 4 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

Terme constant :

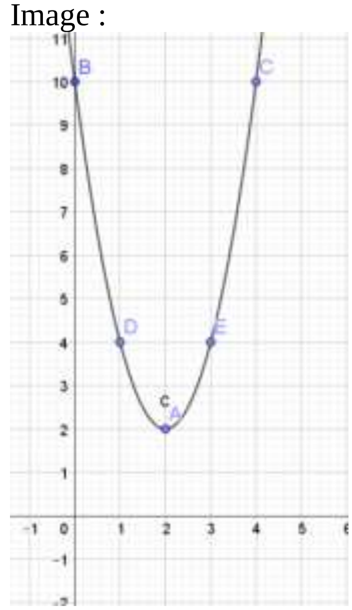
Comportement du graphique :

Sommet :

Max ou Min et valeur :

Domaine :

Image :



C) Les Fonctions Cubiques

3. Les caractéristiques

Fonctions de degré : 3
Change de direction 2 fois
Terme constant (pas de variable) : d

Abscisse à l'origine : 1, 2 ou 3
Ordonnée à l'origine : 1

On explique le comportement des graphiques toujours de gauche à droite

La droite s'étude du QIII à QI
si le coefficient dominant (a) est positive

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : $\left\{y \mid y \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Exemple 5 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

Terme constant :

Signe du coefficient dominant :

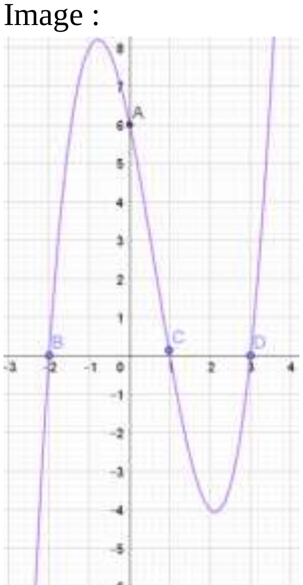
Comportement du graphique :

Sommet :

Max ou Min et valeur :

Domaine :

Image :



La droite s'étude du QII à QIV
si le coefficient dominant (a) est négative

Domaine : $\left\{x \mid x \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Image : $\left\{y \mid y \in R\right\}$ ou $]-\infty, \infty[$

Exemple 6 :

Trouve :

Le degré :

Le nombre de changement de direction :

Le # d'abscisse à l'origine :

L'ordonnée à l'Origine :

Terme constant :

Signe du coefficient dominant :

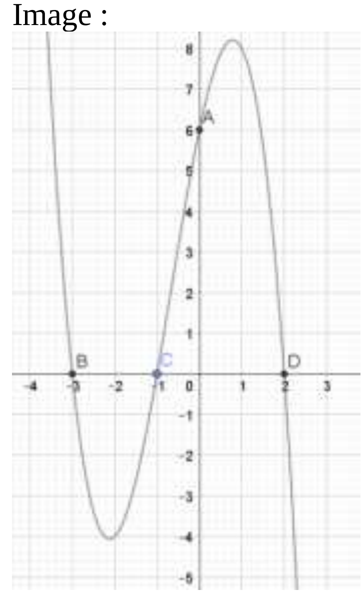
Comportement du graphique :

Sommet :

Max ou Min et valeur :

Domaine :

Image :



Exemples Pratiques :

Exemple 7 :

Remplis le tableau ci-dessous.

	Linéaire **$y = 2x - 4$**	**Quadratique** **$y = 4x^2 + 3x + 2$**	**Cubique** **$y = 5x^3 + x^2 - 4x + 1$**
Degré			
# d'abscisse			
L'ordonnée à l'origine			
Cmpt aux extrémités			
Domaine			
Image			
# de changement de direction			

Exemple 8 :

Détermine le coefficient dominant, le terme constant et le min/max des fonctions polynomiale suivante :

	Coefficient dominant	Max ou min.	Terme constant
$f(x) = \frac{1}{2}x - 6$			
$f(x) = -2x^2 + 2x + 4$			
$f(x) = 5x^3 + 2x^2 - 4x - 3$			
$f(x) = -5x - 2$			
$f(x) = x^2 - 6x + 12$			
$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 15x$			

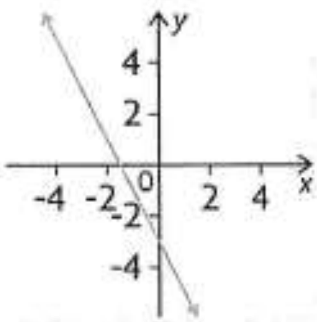
Exemple 9 :

Associe chaque graphique avec la fonction polynomiale correspondante.

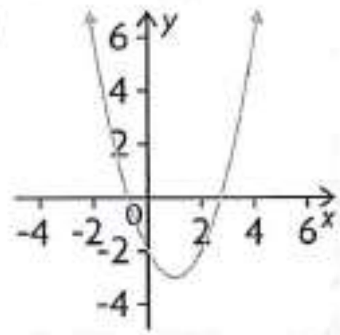
$g(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x - 2$ $\quad j(x) = x^2 - 2x - 2$ $\quad p(x) = x^3 - 2x^2 - x - 2$

$h(x) = -\frac{1}{2}x - 3$ $\quad k(x) = x^2 - 2x + 1$ $\quad q(x) = -2x - 3$

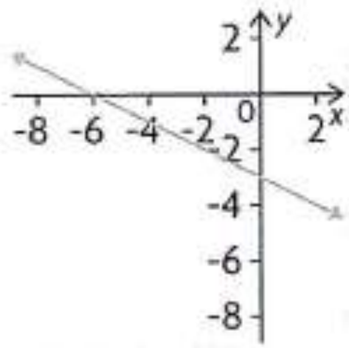
i)



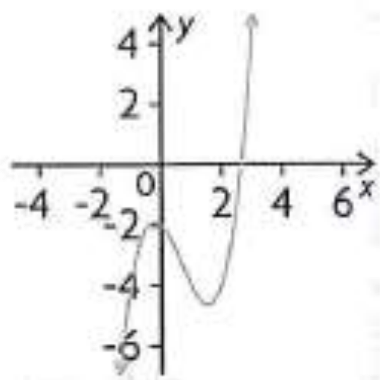
ii)



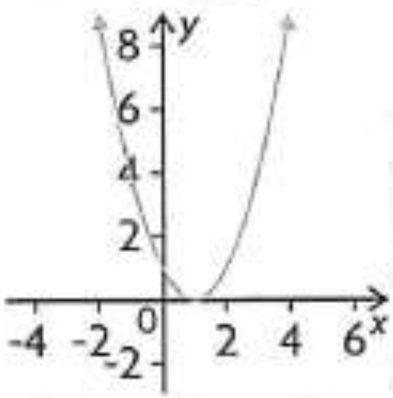
iii)



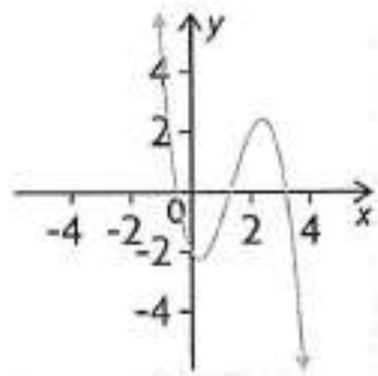
iv)



v)



vi)

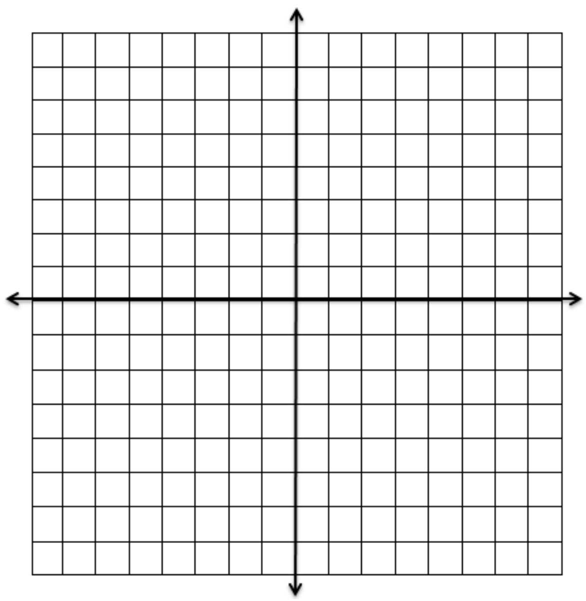


Leçon 2 : Trace les graphiques des Fonctions Polynomiales

A) Les Fonctions Linéaires, Quadratiques et Cubiques

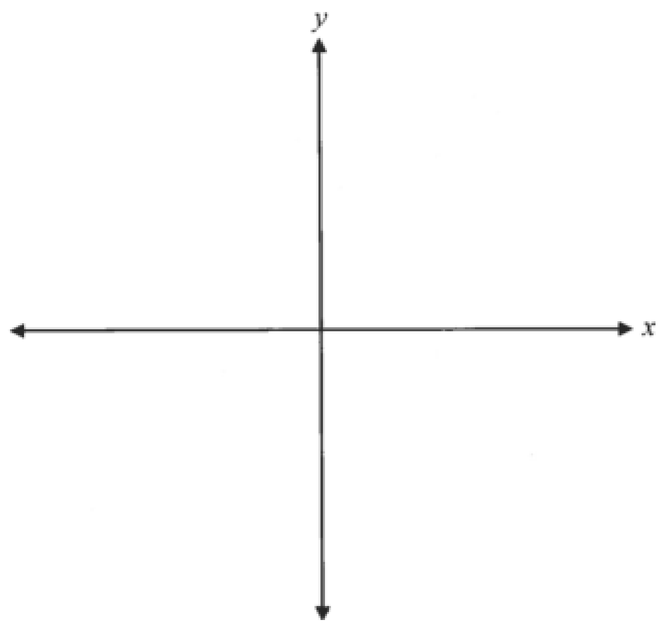
1. Trace les graphiques des fonctions linéaires. (Pente et ordonnée à l'origine)

$g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$



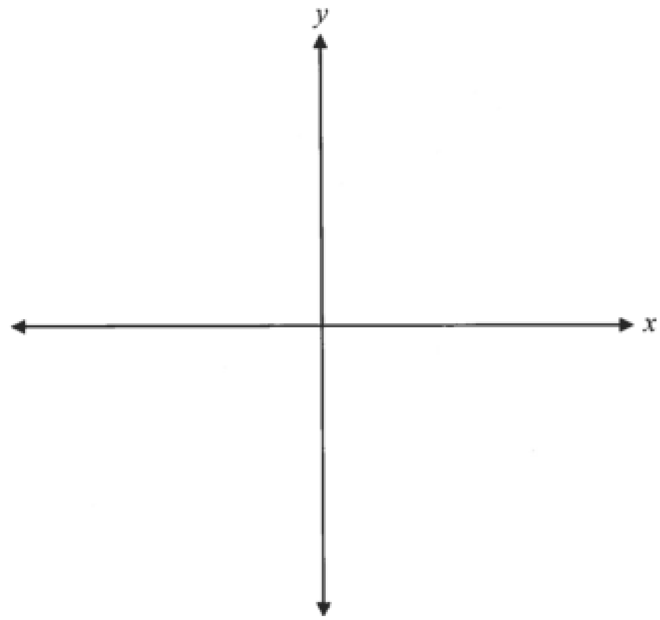
2. Trace les graphiques des fonctions quadratiques. (Sommet, abscisses, ordonnée à l'origine)

$f(x) = -3x^2 - 2x + 8$



2. Trace les graphiques des fonctions cubiques. (Abscisses, ordonnée à l'origine, max/min relatif)

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 1$



B) Graphiques avec un contexte.

3. Un projectile est lancé du haut d'un rocher en fonction du temps. La trajectoire du projectile peut-être décrite selon l'équation

$$H(t) = -(t - 3)^2 + 16$$

H(t) = hauteur du projectile en mètres
t = temps du trajet du projecteur en secondes

a) Trace le graphique qui représente le trajet du projectile.

b) Détermine la hauteur initiale du projectile.

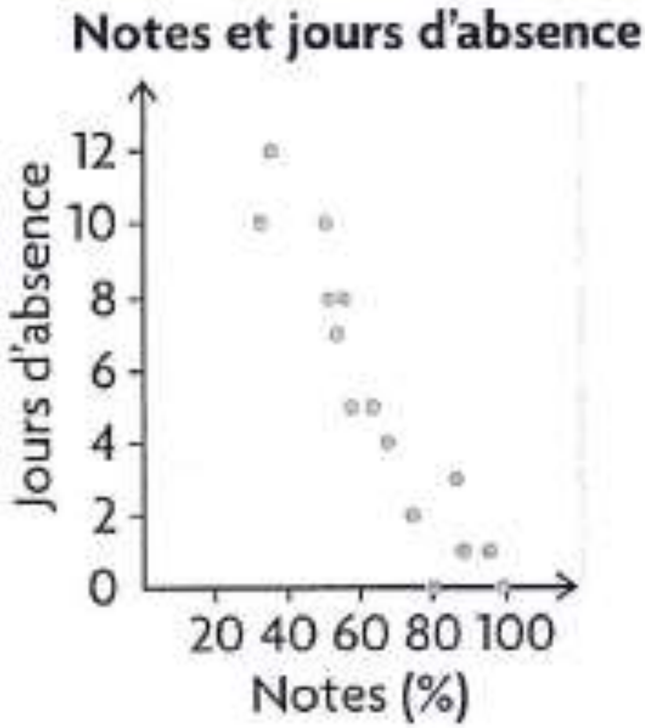
c) Détermine la hauteur maximum du projectile et le temps qu'il l'atteint.

d) Détermine à quel temps le projecteur se trouve au niveau du sol.

e) Détermine le temps que le projectile est par-dessus de 12 m.

Leçon 3 : Trouve les équations des Fonctions Polynomiales (la régression du graphique le mieux ajustée)

Nuage de points :
Une représentation graphique qui représente les données par des points.
Ex : Les données qui comparent les jours d'absence des élèves d'un cours de mathématique avec les notes obtenues pour ce cours.



Graphique (droite, parabole ou courbe) la mieux ajustée :
Graphique qui représente le mieux la tendance dans un nuage de points.

Équation de régression (LinReg, QuadReg ou CubicReg) :
Équation du graphique la mieux ajustée qui découle d'une analyse statistique de données.

Extrapolation :
À partir d'une tendance, procédé d'estimation d'une valeur à l'extérieur du domaine d'un ensemble de données.

Interpolation :
À partir d'une tendance, procédé d'estimation d'une valeur à l'intérieur du domaine d'un ensemble de données.

A) Les Équations des Fonctions Linéaires

1. Si un graphique est donné (Mathé 10^e) :

$y = mx + b$ calculatrice : $y = ax + b$

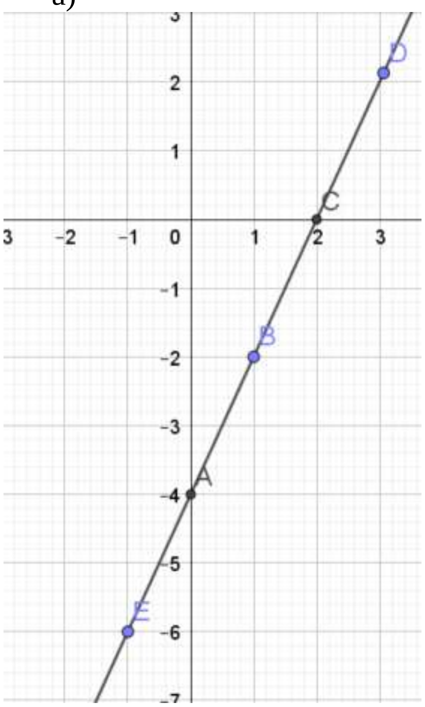
m : pente

b : l'ordonnée à l'origine

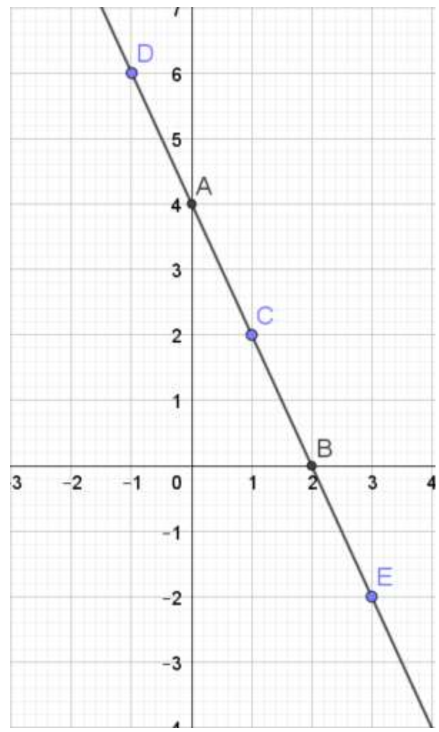
Exemple 1 :

Trouve les équations des fonctions linéaires suivantes.

a)



b)



2. Si les informations sont représentées dans un tableau (table de valeurs). $y = ax + b$

Exemple 2 :

Martin achète des t-shirts pour une société qui y imprime des illustrations, puis les revend. Le prix que paie Martin pour les t-shirts est associé à la taille de la commande. Voici cinq des dernières commandes de Martin.

Nombre de t-shirts	Coût par t-shirt ($)
500	3,25
700	1,95
200	5,20
460	3,51
740	1,69

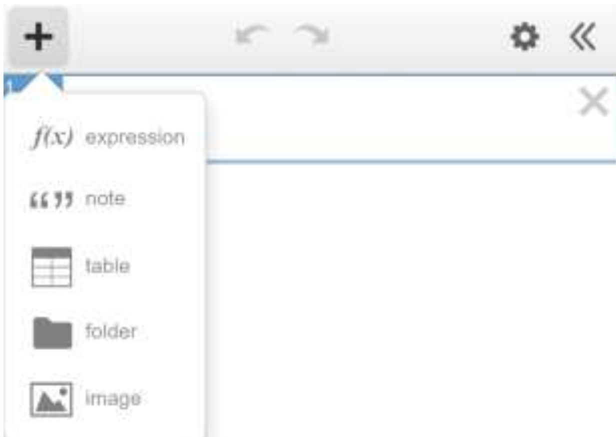
Martin a mal inscrit les données de son fournisseur au sujet des rabais sur les commandes en gros. Il voudrait que le prix par t-shirt de sa prochaine commande soit inférieur à 1,50 $.

a) À l'aide d'un outil technologique, crée un nuage de points et détermine l'équation de la fonction de régression linéaire qui modélise les données.

Pour trouver les équations des fonctions linéaires avec l'aide de Desmos.
Les Étapes :

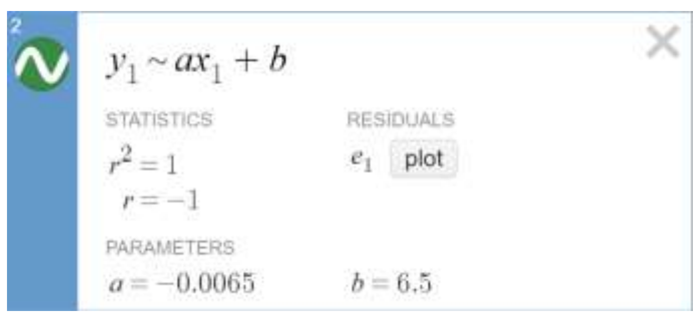
1) Site Web : https://www.desmos.com/calculator

2) Clique le bouton "+" et choisis « table ».



3) Insère les données dans x1 et y1

4) Dans le deuxième rangé insère $y_1 \sim ax_1 + b$
(si votre tableau est x2 et y2 vous insérez y2~ax2+b)



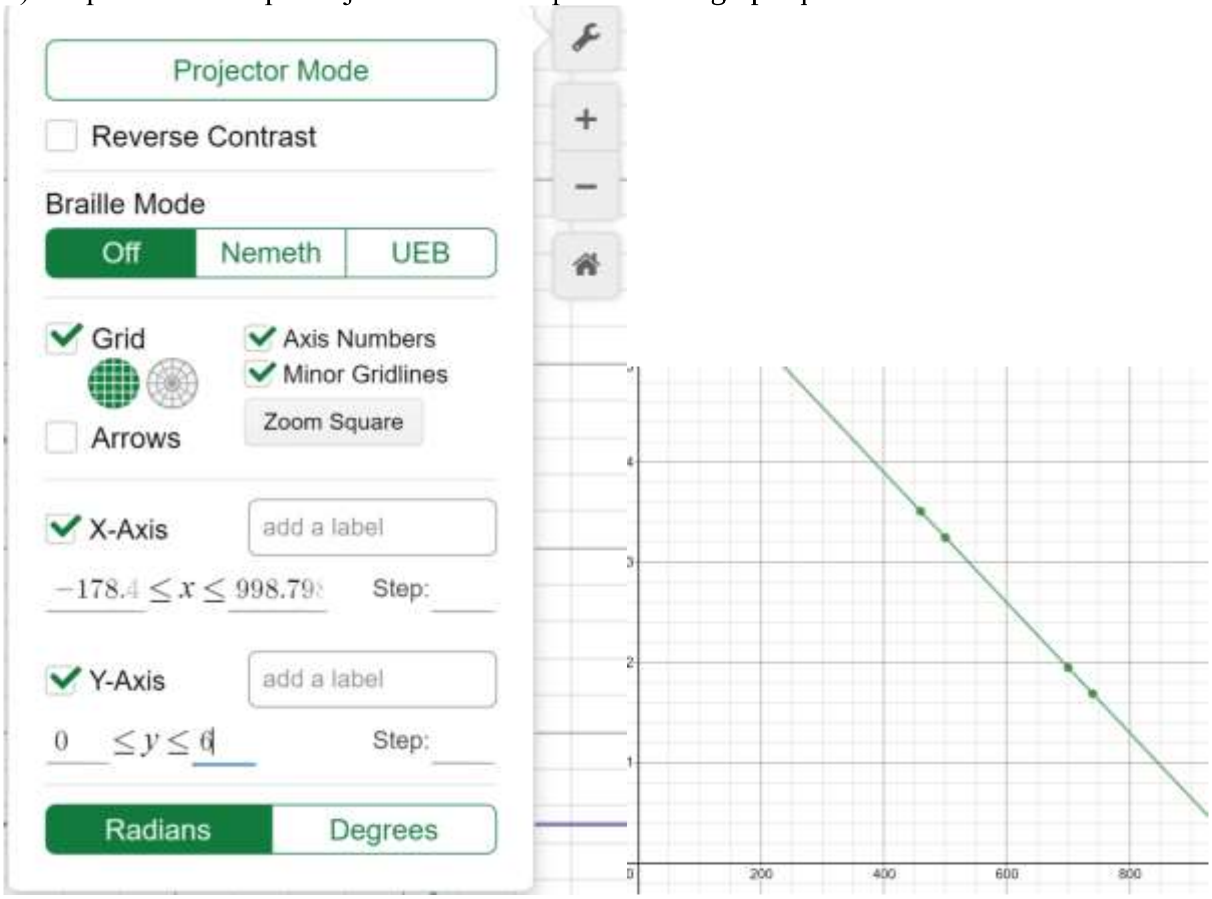
r^2 : indique la précision de l'équation $r^2 = 1$ est très précis.

L'équation linéaire est y = -0,01x + 6,5

b) Dans ce contexte, que représentent la pente et l'ordonnée à l'origine de l'équation de la fonction de régression linéaire ?

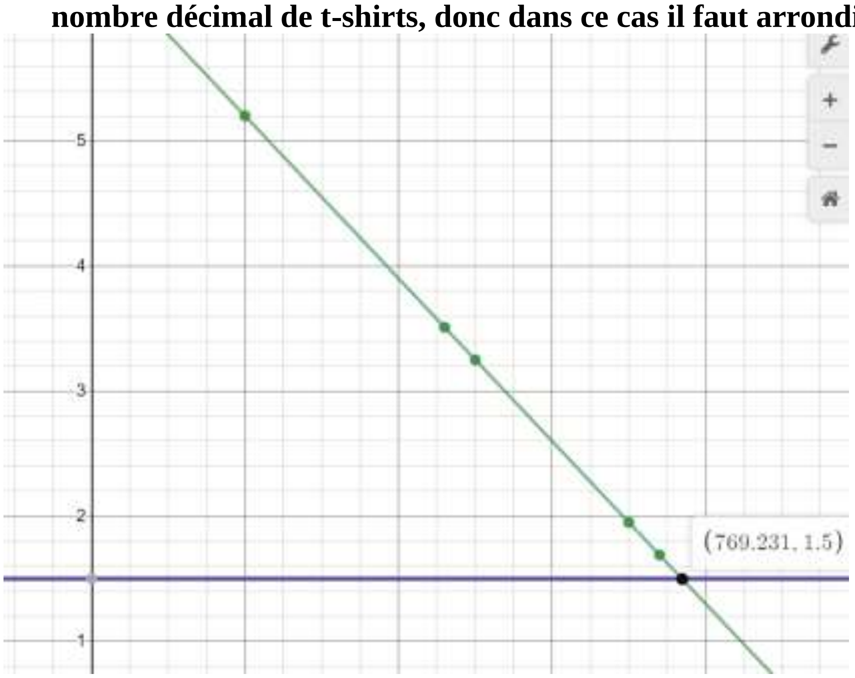
La pente représente le coût par t-shirt (rise/run = $ t-shirt/nombre de t-shirt) et l'ordonnée à l'origine représente le coût initial sans même inclure des t-shirts.

5) Clique sur l’outil pour ajuster la fenêtre pour voir le graphique linéaire.



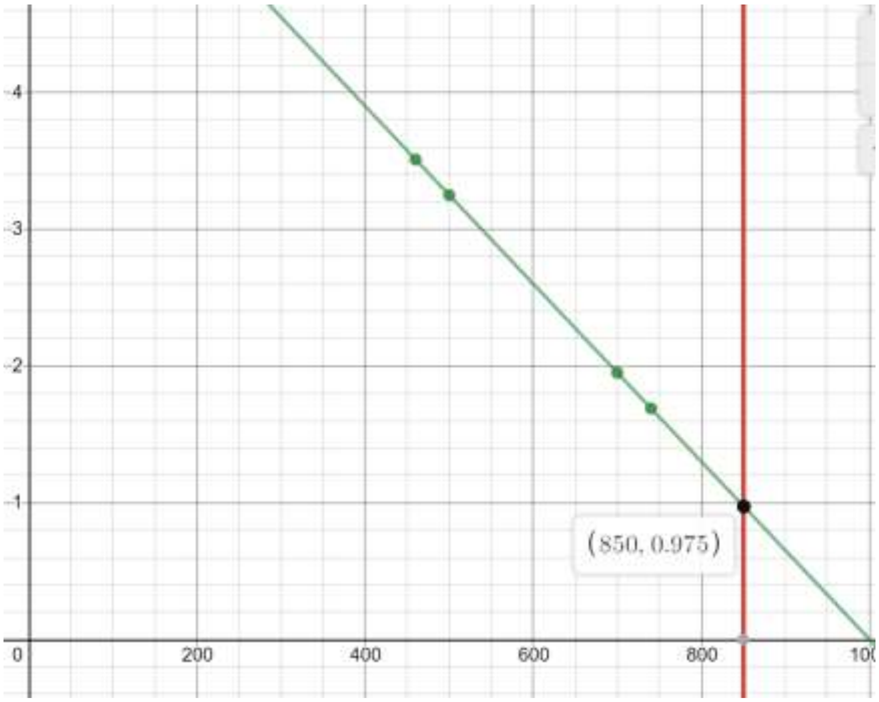
c) Détermine la taille de la commande correspondant à un prix de 1,50 $ par t-shirt. $ = y

Insère y = 1,50 dans le prochain rangée et clique le point d’intersection. Vous avez le x et le y, alors le nombre de t-shirts est 769,23 pour un coût de 1,50 $. Mais, on ne peut pas avoir un nombre décimal de t-shirts, donc dans ce cas il faut arrondir à 770 t-shirts.



d) Détermine le coût par t-shirt si 850 t-shirts sont commandés.

La question demande pour coût (qui représente les y dans ce contexte), alors un nombre de t-shirts doit être donné. # t-shirts =x = 850

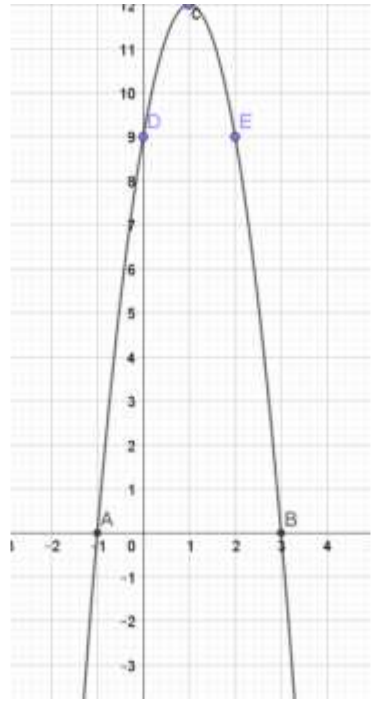


Pour 850 t-shirts le coût sera 0,98 $

B) Les Fonctions Quadratiques

1) Si un graphique est donné.

On utilise les coordonnées dans le graphique.



Exemple 4 :
L'équation d'une fonction quadratique : $y = ax^2 + bx + c$

Trouve les équations des fonctions quadratiques avec l'aide de Desmos

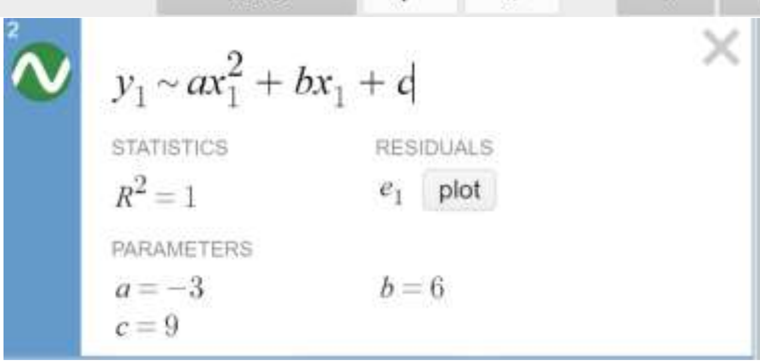
Les Étapes :

1. Même étape qu'une fonction linéaire dans Desmos, sauf l'équation est différente.

x_1	y_1
−1	0
0	9
1	12
2	9
3	0

2. Dans le deuxième rangé insère $y_1 \sim ax_1^2 + bx_1 + c$
(si votre tableau est x2 et y2 vous insérez $y_2 \sim ax_2^2 + bx_2 + c$)

Clique le clavier si vous voulez l'utiliser (a^2 va vous donner la puissance de 2)



L'équation quadratique sous forme générale est $y = -3x^2 + 6x + 9$

2) Si les informations sont représentées dans un tableau (table de valeurs).

Exemple 5 :

Détermine les équations des fonctions quadratiques.

Les informations ci-dessous représentent le mouvement d'une balle de soccer qui est botté dans les airs.

Temps (s)	1	2	3	4
Hauteur (pi)	4	7	8	7

a) Détermine l'équation qui représentent le mouvement de la balle.

b) Trace le graphique qui représentent le mouvement de la balle.

c) À quelle hauteur se trouve la balle à 5 secondes ?

d) À quel temps se trouve la balle à 6 pi

3) Les Fonctions Cubiques

Trouve les équations des fonctions cubiques avec l'aide de la calculatrice graphiques.
Les Étapes :

1. Même étape qu'une fonction linéaire et quadratique dans Desmos, sauf l'équation est différente.

2. Dans le deuxième rangé insère $y_1 \sim ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d$
(si votre tableau est x2 et y2 vous insérez $y_2 \sim ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d$)

Clique le clavier si vous voulez l'utiliser (a^b pour insérer une puissance de 3)

Exemple 6 :
Quelqu'un souffle un ballon sphérique. Le volume V du ballon, en centimètres cube, est lié au temps t, mesuré en secondes.

Temps t(s)	0	1	2	3	4
Volume V(cm^3)	33,51	113,10	268,08	523,60	904,78

a) À l'aide d'un outil technologique, détermine le type de régression est représenté et détermine la régression (équation).

b) Détermine le volume du ballon à 10,5 s.

c) Détermine le temps que le ballon atteint 450 cm^3.

d) Explique pourquoi l'image n'est pas $\{y \epsilon R \mid y \geq 0\}$.