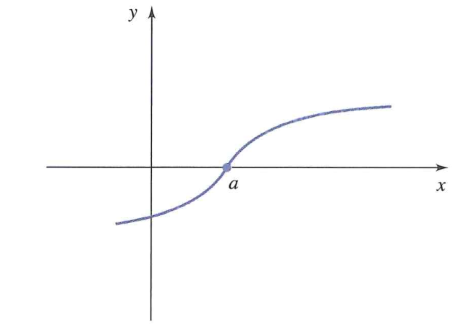
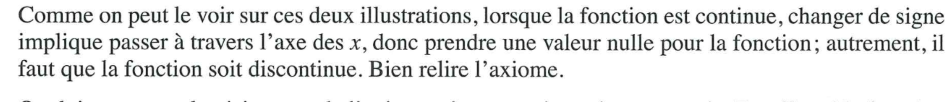
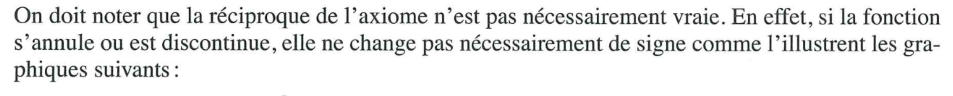
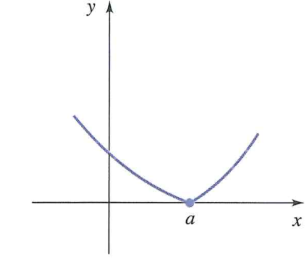
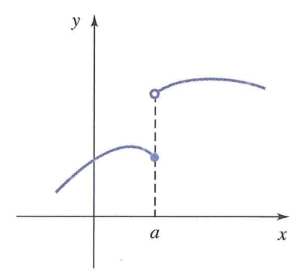
**Changer de signe**

Si une fonction y = f(x) change de signe en x = a, alors f(a) = 0 ou f(x) est discontinue en x = a.

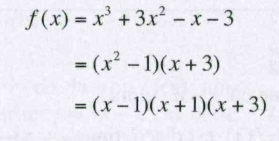




**Alors :**

* Les valeurs de x pour lesquelles f(x) = 0 ou f(x) est discontinue sont les valeurs ou la fonction peut changer de signe.

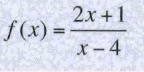
**Exemple 1 :** Trouver les valeurs de x pour lesquelles la fonction suivante peut changer de signe :  f(x) = x3 + 3x2 – x – 3

**Solution :**

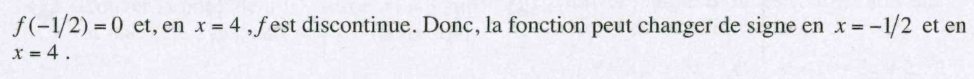
Ainsi : f(1) = 0, f(-1) = 0, f(-3) = 0

La fonction peut donc changer de signe pour les valeurs suivantes de x : 1, -1 et -3

**Exemple 2 :** Trouver les valeurs de x pour lesquelles la fonction suivante peut changer de signe :



**Solution :**

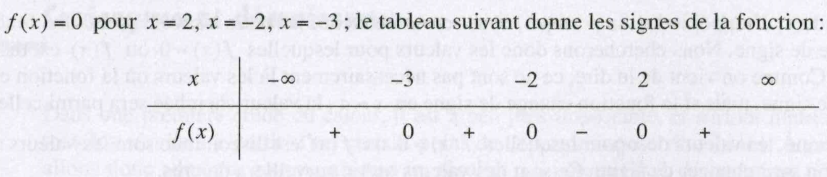


**Étude du signe d’une fonction**

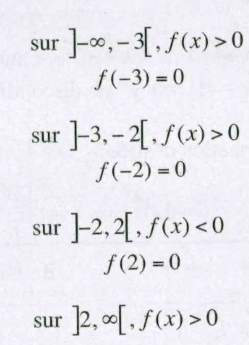
Après avoir déterminer les valeurs de x ou il peut avoir un changement de signe on peut déterminer les intervalles ou une fonction est positive ou négative.

Les valeurs de x divisent la droite des réels en plusieurs régions et nous déterminerons le signe de la fonction dans chacune de ces régions. À l’intérieur d’une même région, le signe de la fonction ne peut pas changer puisque nous avons déjà toutes les valeurs ou le signe peut changer.

**Exemple 1 :**

Déterminer les signes de f(x) = (x2 – 4)(x + 3)2

**Solution :**



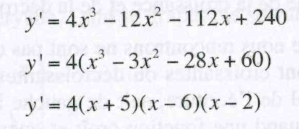
Ceci signifie :

**Exemple 2 :**

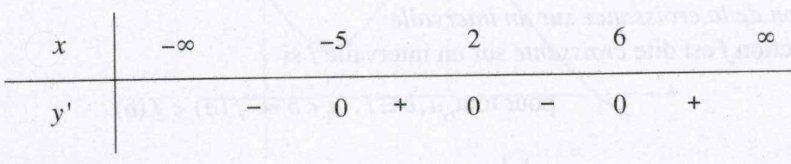
Trouver les intervalles ou la dérivée de la fonction suivante est positive :

y = x4 – 4x3 – 56x2 + 240x + 20

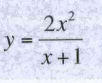
**Solution :**



**y' = 0 pour x = 2, x = 6, x = -5 ; le tableau suivant permet d’étudier les signes de la fonction y’ :**

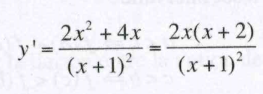


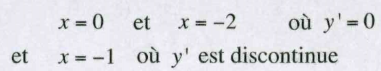
Donc, pour 

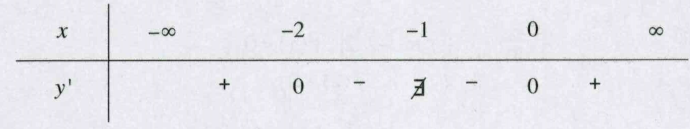
**Exemple 3 :**

Trouver les intervalles ou la dérivée de la fonction suivante est négative :

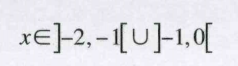
**Solution :**

La dérivée peut changer de signe pour :





Ainsi, y’ pour

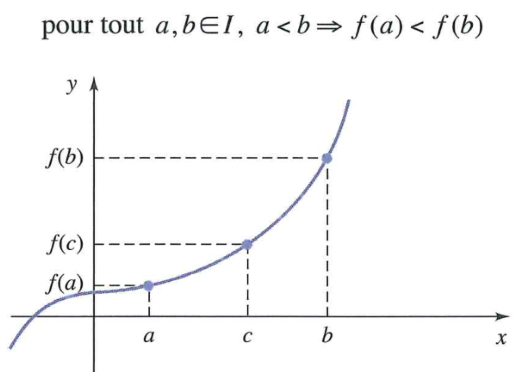
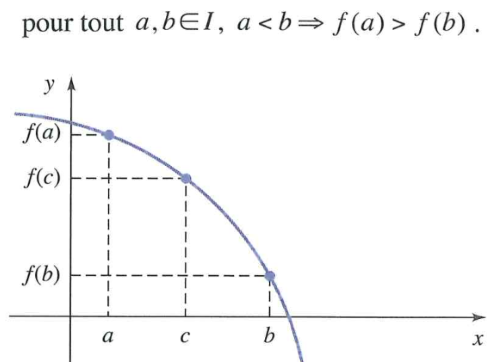
 

**Croissance et décroissance d’une fonction**

Une fonction croissante ou décroissante veut dire que la fonction (graphique) « monte » ou « descende » quand la variable indépendante x se déplace de la gauche à droite.

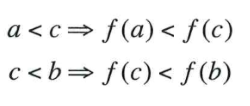
**La croissance sur un intervalle La décroissance sur un intervalle**

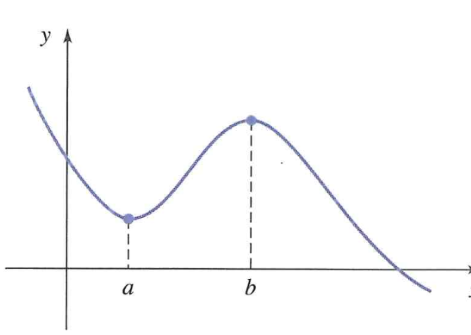
Une fonction f est dite croissante sur un intervalle I si : Une fonction f est dite décroissante sur I si

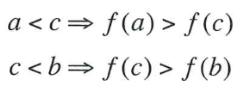
 

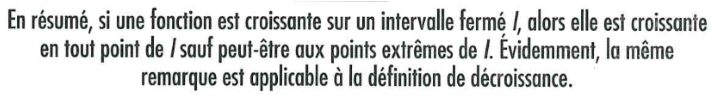
**La croissance en un point La décroissance en un point**

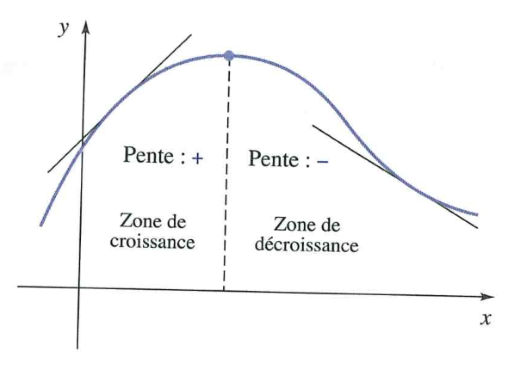
Une fonction f est dite croissante au point d’abscisse Une fonction f est dite décroissante au point x = c s’il existe un intervalle ouvert autour de c tel d’abscisse x = c s’il existe un intervalle ouvert que si a, b appartiennent à cet intervalle : autour de c tel que si a, b appartiennent à cet Intervalle :



Si I est un intervalle fermé, alors une fonction f peut être croissante sur I sans nécessairement l’être au points extrêmes de l’intervalle. Dans le graphique suivant :

La fonction f est croissante sur [a, b] et pourtant f n’est pas croissante en x = a, ni en x = b.



**Liaison entre la notion de croissance et celle de dérivée ?**

* Si une fonction est croissant en un point, alors la tangente en ce point aura une pente positive.
* Si la fonction est décroissante, la pente de la tangente sera négative.

**Alors :**

Associer l’idée de croissance ou de décroissance avec le signe de la dérivée, plus précisément celle de croissance avec le signe positif et celle de décroissance avec le signe négatif.

**Théorème 1 :**

* Si f est une fonction dérivable (donc continue) en x = c, alors f’(c) f est croissante en x = c
* De même, si f’(x) sur un intervalle I, alors f est croissante sur I.

**Théorème 2 :**

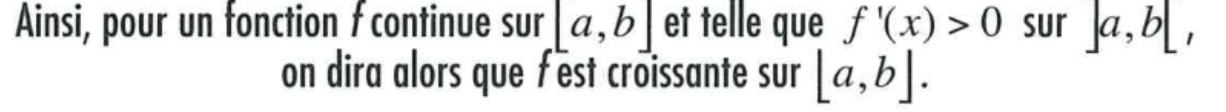
* Si f est une fonction dérivable (donc continue) en x = c, alors f’(c) f est décroissante en x = c
* De même si f’(x) sur un intervalle I, alors f est décroissante sur I.

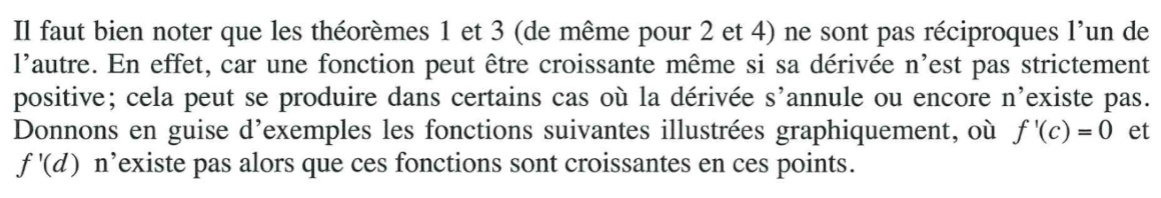
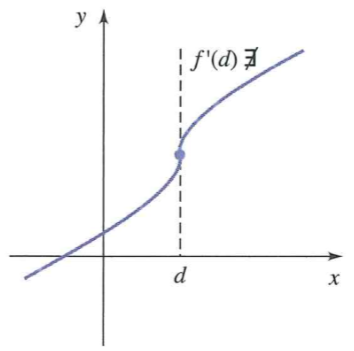
**Théorème 3 :**

* Si f est une fonction dérivable (donc continue) en x = c, alors f croissante en x = c f’(c)
* De même, si f est croissante et dérivable sur un intervalle I, alors f’(x) , pour tout .

**Théorème 4 :**

* Si f est une fonction dérivable (donc continue) en x = c, alors f décroissante en x = c f’(c)
* De même, si f est décroissante et dérivable sur un intervalle I, alors f’(x) , pour tout .



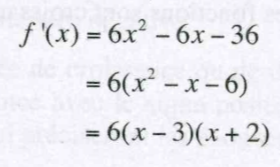


**Exemple 1 :**

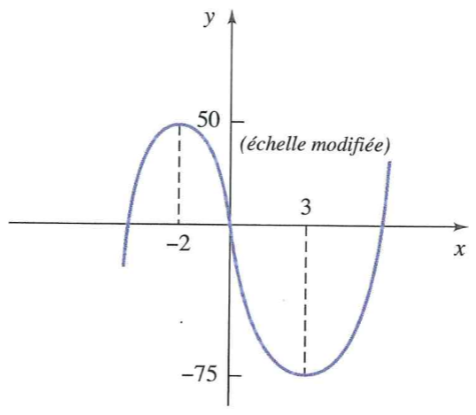
Trouver les intervlles ou la fonction suivante est croissante :

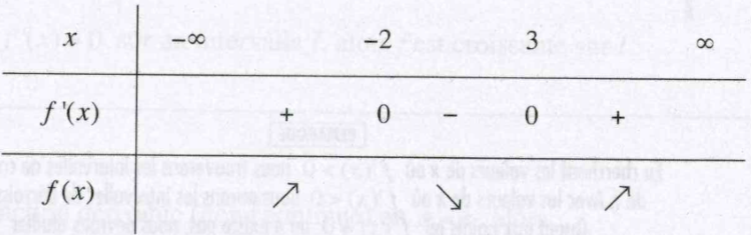
f(x) = 2x3 = 3x2 – 36x + 6 a est positive alors le graphique va vers le haut dans QI et vers le bas QIII

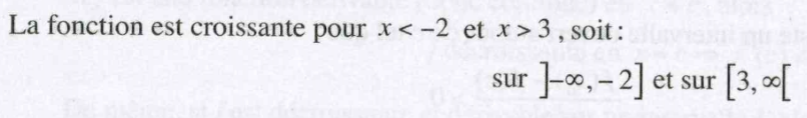
**Solution :**



f’(x) = 0 alors x = 3 ou x = -2. Ce sont les deux seules valeurs ou f’(x) peut changer de signe.

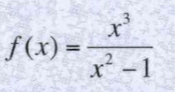
Selon les théorèmes de 1 et 2, f’(x) croissante et f’(x) décroissante.



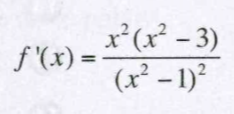


**Exemple 2 :**

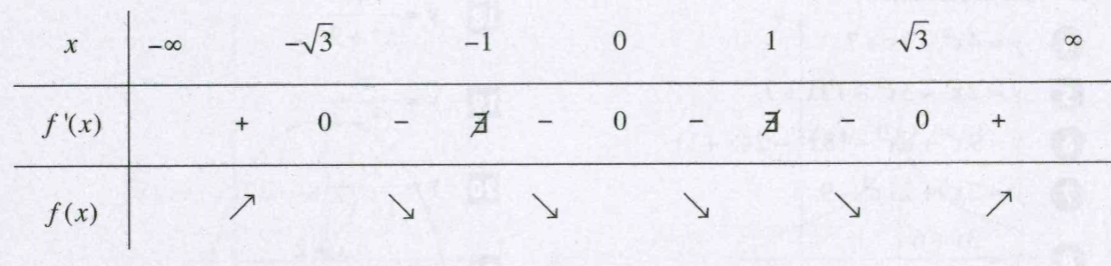
Trouver les intervalles sur lesquelles la fonction suivante est décroissante :

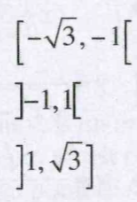


**Solutions :**

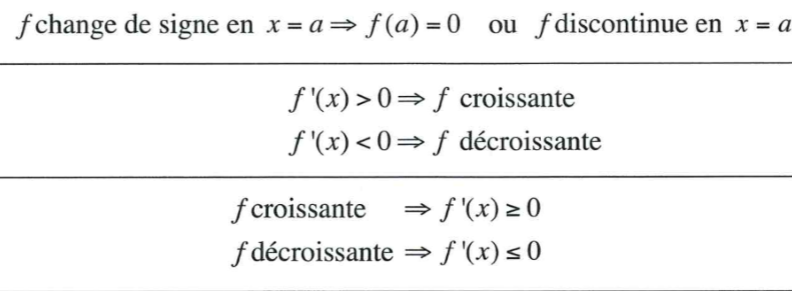






**f(x) est décroissante sur :**

Notons qu’en x = 0, même si f’(0) = 0, la fonction est décroissante; elle décroit avant (lorsque ) et continue de décroître après (lorsque ).



**Pratique :**

1. Trouver les intervalles ou les fonctions suivantes sont croissantes :

a) y = 4x2 – 3x + 7 b) y = 2x3 + 21x2 – 9 c)

2. Trouver les intervalles ou les fonctions suivantes sont décroissantes :

a) y = (x – 1)3(x + 4) b) c)